

Werner BLUM, Kassel

### Rechner im Analysisunterricht

Ignorierbares Spielzeug oder Anlaß für radikale Veränderungen?

Die Computerwelle beeinflusst auch den Analysisunterricht. Hierbei kann man zwei extreme Positionen unterscheiden:

- Einerseits sprechen einige Mathematiker und Fachdidaktiker von der Notwendigkeit einer radikalen Umgestaltung oder gar von der Abschaffung des Analysisunterrichts als Konsequenz aus dem immer weiteren Vordringen von Computern und der wachsenden Bedeutung der diskreten Mathematik.
- Andererseits schotten sich einige Lehrer ganz von der Computerwelle ab und unterrichten Analysis unverändert nach den Konzepten der 60er oder 70er Jahre, sei es aus Angst und Unsicherheit oder aus Geringschätzung von Rechnern als bloßes Spielzeug.

Im folgenden soll von einem fachdidaktischen Standpunkt aus eine Alternative zu diesem "Alles-oder-Nichts" angegeben werden, eingebettet in unsere Analysis-Konzeption (siehe [1],[2]). D.h. den Überlegungen zu Rechnern im Analysisunterricht liegen gewisse Zielvorstellungen (wie "Befähigung zum verständigen Umgehen" oder "Aufbau adäquater Grundvorstellungen") und methodische Gesichtspunkte (wie "Stufung der Strenge" oder "Herstellung von Anwendungsbezügen") zugrunde. Dabei geht es nur um Rechner als vielseitige Werkzeuge (nicht z.B. um Computer als Tutor oder Unterrichtsgegenstand). Mit "Rechner" sind sowohl Microcomputer (MC) als auch Taschenrechner (TR) gemeint. Das Thema "Software für symbolisches Rechnen" wird (noch) ausgespart.

#### ① Rechner als Werkzeug im Analysisunterricht

Rechner können im Analysisunterricht eingesetzt werden

- als Rechen-Hilfsmittel, zur Entlastung und Effektivierung sowie zum Zugänglichmachen komplexerer, insbesondere außermathematischer Probleme; Beispiele: Näherungsweise Nullstellenberechnungen, numerische Ableitungsbestimmungen oder numerische Lösung von Differentialgleichungen;
- (Computer) als Zeichen-Hilfsmittel, ebenfalls zur Entlastung

und Effektivierung; Beispiele: Zeichnen von Funktionsgraphen, Tangenten etc. und Verändern von Parametern oder Anpassung von Graphen an gegebene Daten;

- als methodische Hilfsmittel, zur Förderung "höherer" Ziele und zur Erleichterung der Inhaltsaneignung durch Schüler; Beispiele: Numerische Vorbereitung bzw. Veranschaulichung des Integralbegriffs oder entsprechender Regeln, Simulationen (z.B. von exponentiellen Prozessen) oder Visualisierung des Vergrößerungsprozesses beim "Funktionenmikroskop".

Einige Bemerkungen und Erläuterungen:

- 1) Es geht nicht nur um nachträgliche Veranschaulichungen, sondern auch um das Gewinnen von Erkenntnissen aus gegebenen numerischen oder graphischen Darstellungen (Beispiel: Funktionenmikroskop und Differenzierbarkeitsbegriff).
- 2) Rechner sind nicht Selbstzweck, sondern Werkzeug bei der Verfolgung von Zielen. Sie genügen gewissen methodischen Prinzipien (Beispiel: Operatives Prinzip).
- 3) Die genannten Beispiele zeigen, daß durch Rechner einige positive Auswirkungen auf das Lernen und Lehren von Analysis erhofft werden können. Dies kann und muß methodische Konsequenzen haben, schon bevor breite Erfahrungen und Ergebnisse (notwendiger) systematischer Untersuchungen vorliegen; solche Konsequenzen sind in der Schulpraxis auch und gerade bzgl. TR-Einsatz noch nicht in wünschbarem Ausmaß gezogen worden.
- 4) Neben vielfältigen Möglichkeiten müssen auch Probleme, Gefahren und Grenzen des Rechnereinsatzes gesehen werden (vgl. ③). So können und dürfen Rechner individuelle Erkenntnisprozesse nicht behindern oder überflüssig machen (Beispiel: Eigenes Durchdenken von Konvergenzprozessen). Andererseits können prinzipielle Grenzen von Rechnern zu theoretischen Begriffsbildungen oder Sinndeutungen herausfordern.
- 5) In den meisten Beispielen (abgesehen von Visualisierungen) genügen bereits einfache TR, d.h. MC sind hierbei entbehrlich;

und TR sind auch nicht einfach durch MC zu ersetzen. In manchen Fällen (Beispiel: Konvergenzprozeß bei Folgen) ist eine Stufung "Erst TR, dann MC (bzw. progr. TR)" sinnvoll.

6) Wenn MC eingesetzt werden, spielen Programmier-Fertigkeiten nur eine untergeordnete Rolle. Wichtig ist "nur", daß Schüler Algorithmen (Beispiele: Numerische Nullstellen- oder Integrationsverfahren) durchschauen und in Form umgangssprachlicher Ablaufdiagramme aufstellen können. In manchen Fällen, insbesondere bei Simulationen und bei Graphik-Programmen, darf und soll eine "Black-Box-Verwendung" erfolgen.

Fazit zu ① : Eine methodische Nutzung von Rechnern ist an vielen Stellen des Analysisunterrichts sinnvoll und geboten. Der Lehrer darf keine Angst oder Abneigung gegen sie haben, er soll sie vielmehr als Hilfen (neben anderen) zur Erreichung angestrebter Ziele begreifen.

## ② Curriculare Veränderungen des Analysisunterrichts durch Rechner

Das Vorhandensein leistungsfähiger Mittel hat stets auch Rückwirkungen auf Ziele und Inhalte.

Zu den Zielen: Durch Rechner werden niedrigere Fertigkeiten wie kalkülmäßiges Rechnen abgewertet und wünschbare Haltungen wie systematischen Probieren oder Experimentieren sowie Fähigkeiten wie Interpretieren von Resultaten oder Denken in Abläufen (noch) wichtiger. Auch kann und muß der numerische Aspekt beim Aufbau von Grundvorstellungen angemessen berücksichtigt werden (vgl. [3]).

Zu den Inhalten: Durch Rechner erhöht sich die curriculare Bedeutung von diskreten Begriffen (Beispiel: Folgen, insbesondere rekursiver Aspekt) und numerischen Verfahren. Dies gilt auch für Differentialgleichungen; allerdings bringen Rechner hier nur bei der innermathematischen Lösungsphase (und nicht z.B. beim Mathematisieren oder Interpretieren) Entlastungen, so daß dieses Thema bei weitem nicht den schulischen Stellenwert einnehmen kann, der mitunter (z.B. in [5]) vorgeschlagen wird.

Weiter können und müssen mehr Anwendungen behandelt werden, darunter auch solche, zu deren Behandlung in angemessenem Umfang numerische Verfahren erforderlich sind.

Andererseits werden durch Rechner schulclassische formale Routine-Kalküle wie analytische Untersuchung konkret gegebener Funktionen oder Flächenberechnungen weniger wichtig. Zwar dürfen solche Kalküle wegen anderer wesentlicher Bedeutungen nicht einfach aus der Schule verbannt werden; eine Reduzierung auf wenige einfache Typen erscheint aber geboten.

Fazit zu ② : Einige curriculare Umschichtungen im Analysisunterricht aufgrund der Bedeutung von Rechnern sind legitim und notwendig.

Weitere methodische und curriculare Veränderungen werden sich aus der Verfügbarkeit von Software für symbolisches Rechnen ergeben. Dies verweist darauf, daß die hier gemachten Vorschläge keine Gültigkeit bis zum Jahr 2000 beanspruchen, sondern prinzipiell offen sind und ständig weiterentwickelt werden müssen.

### ③ Gefahren und Grenzen einer Rechnernutzung im Analysisunterricht

Ein Rechnereinsatz im Analysisunterricht kann nicht losgelöst von der allgemeinen Problematik möglicher Implikationen von Rechnern, insbesondere von Computern in der Schule betrachtet werden, etwa einer durch Computer bedingten indirekten Vermitteltheit von Lernen (Beispiele: Erzeugen und Betrachten von Graphen auf dem Bildschirm statt eigentätige, motorische Erschließung von Graphen durch Selberzeichnen oder Computer-Simulation statt realer Anwendung). Solche Fragen müssen auch mit Schülern thematisiert werden. Dazu gehört auch ein Bewußtmachen des Charakters von Rechnern als Hilfsmittel, ein Aufzeigen prinzipieller Grenzen von Rechnern (Beispiel: Gilt  $\exp'_D 0 = \ln b$ ?) und ein Reden über Sinn und Auswirkungen einer Rechnernutzung im (Analysis-)Unterricht. Ziel ist ein "Meta-wissen" von Schülern über Rechner und eine vernünftige Einstellung hierzu.

In Ergänzung zu ② muß der Stellenwert von diskreten Begriffen und von numerischen Verfahren relativiert werden (vgl. [3],[4]).

Denn die zentralen "kontinuierlichen" Inhalte (z.B. Ableitungsbegriff oder Hauptsatz) sind weiterhin unersetzlich wichtig, vor allem zum Beschreiben und Bewältigen von Anwendungssituationen und zur theoretischen Absicherung von Näherungsverfahren. Diese deutlichere Sicht des Stellenwerts der kontinuierlichen Analysis muß Schülern ebenfalls in geeigneter Weise bewußt gemacht werden.

Auch weitere Gründe mahnen zur Vorsicht vor allzu raschen methodischen oder curricularen Änderungen. So besteht - wie bei allen schulischen Reformen - die Gefahr, daß einfach nur zusätzliche Inhalte (hier also: Numerische Verfahren oder Differentialgleichungen) ins Curriculum aufgenommen werden und die Stofffülle noch vergrößern. Weitere Gefahren bei Rechnern liegen - wie bei allen methodischen Hilfsmitteln - darin, daß ihre faktischen Möglichkeiten überschätzt werden oder daß bei vorgelegtem Problem ein "Spielen" oder ein blindes Manipulieren mit ihnen an die Stelle einer geistigen Anstrengung tritt.

Weitere Probleme betreffen u.a. den Kenntnisstand der Lehrerschaft bzgl. Rechnern, das Fehlen guter Software oder organisatorisch-technische Hindernisse (wie umständlicher Zugriff auf Computer). Insgesamt sollen die in ④ genannten Argumente nicht von einer Rechnernutzung abraten, sondern auf Probleme aufmerksam machen, die ebenfalls methodische und curriculare Konsequenzen haben müssen.

### Literatur

- [1] Blum,W./Kirsch,A.: Zur Konzeption des Analysisunterrichts in Grundkursen. In: Der Mathematikunterricht 25 (1979), H.3, S. 6-24.
- [2] Blum,W./Törner,G.: Didaktik der Analysis. Göttingen 1983.
- [3] Richenhagen,G.: Numerisch vs. analytisch - Überlegungen zum epistemologischen Ort der Schulanalysis. In: Mathematica didactica 6 (1983), H.1, S. 45-56.
- [4] Winkelmann,B.: The impact of the computer on the teaching of analysis. In: International Journal for Mathematical Education in Science and Technology 15 (1984), H.6, S. 675-689.
- [5] Winkelmann,B.: Veränderungen von Zielsetzungen des Analysisunterrichts im Computerzeitalter. In: Informatik als Herausforderung an Schule und Ausbildung (Hrsg.: Arlt,W./Haefner,K.). Berlin 1984, S. 217-221.