

Werner Blum / Gabriele Kaiser (Kassel)

UNTERSUCHUNGEN ZUR FÖRDERUNG VON ZIELEN
DES MATHEMATIKUNTERRICHTS DURCH ANWENDUNGEN -
TEIL I: THEORETISCHE ÜBERLEGUNGEN UND
EINIGE ALLGEMEINE ERGEBNISSE VON FALLSTUDIEN

In der didaktischen Diskussion der letzten Jahre wird verstärkt die Forderung nach Praxisbezug, nach Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts erhoben¹. Für die Wichtigkeit von Anwendungen werden verschiedenartige Begründungen genannt, die i.a. an verschiedenen Zielen des Mathematikunterrichts orientiert sind. Bisher gibt es jedoch nur wenige Untersuchungen darüber, wie und inwieweit solche Ziele tatsächlich durch Anwendungen gefördert werden können. Daher führen wir seit Anfang 1983 in Kassel solche empirischen Untersuchungen durch, und zwar bezogen auf den Analysisunterricht in den Jahrgangsstufen 11-13.

Im folgenden gibt zuerst W. Blum einen Überblick über wesentliche Argumente für eine Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts, indem allgemeine Ziele sowie jeweils Funktionen genannt werden, die Anwendungen bei der Förderung dieser Ziele haben können. Dann schildert G. Kaiser das methodische Vorgehen bei ihren Untersuchungen und berichtet über einige allgemeinere Ergebnisse hierbei (vgl. hierzu die ausführlichere Darstellung bei KAISER 1984). Schließlich werden einige methodische Gesichtspunkte zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht aufgeführt, die größtenteils auch Konsequenzen aus den Untersuchungen darstellen.

1. Ziele des Mathematikunterrichts und Argumente für seine Anwendungsorientierung

Wir unterscheiden vier Argumente für Anwendungen:

¹Vgl. etwa POLLAK 1979 oder BIEHLER 1981 sowie die Bibliographie KAISER/BLUM/SCHOBBER 1982, speziell zum in den geschilderten Untersuchungen relevanten Thema Analysis vgl. BLUM/TÖRNER 1983.

1) "Pragmatische" Argumente

Es ist ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts, den Schüler dazu zu befähigen, daß er relevante außermathematische Problemsituationen besser beschreiben, verstehen und auch bewältigen kann.

Eine solche Hilfeleistung läßt sich nur durch Herstellen entsprechender Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht erreichen.

2) "Formale" Argumente

Ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts ist die Förderung allgemeiner Qualifikationen, die auch auf andere als die jeweils grade behandelten Beispiele übertragbar sein sollen.

a) "Methodologische" Qualifikationen: Der Schüler soll sich ein "Metawissen" (DÖRFLER 1981) und allgemeine Fähigkeiten aneignen dazu, wie Mathematik angewandt wird. D.h. der Schüler soll im Mathematikunterricht anhand von Beispielen allgemeine Strategien zum Umgehen mit realen Situationen kennenlernen, er soll lernen, zwischen Realität und Mathematik zu übersetzen (mathematisieren, interpretieren, anwenden), er soll auch über das Anwenden reflektieren und lernen, Möglichkeiten und Grenzen einer solchen Auffassung von Anwendung der Mathematik einzuschätzen (vgl. auch FREUDENTHAL 1973 oder FISCHER/MALLE 1978).

Solche Ziele können nur mithilfe geeigneter Anwendungsbeispiele gefördert werden.

b) Weitere "formale" Qualifikationen: Im Mathematikunterricht sollen u.a. auch Fähigkeiten zum Argumentieren oder Problemlösen sowie allgemeine Einstellungen und Haltungen wie eine Offenheit gegenüber Problemsituationen gefördert werden.

Dies kann auch (aber natürlich nicht nur) durch Beschäftigung mit Anwendungen geschehen.

3) "Wissenschaftstheoretische" Argumente

Zumindest in der Sekundarstufe II ist es ein Ziel des Mathematikunterrichts, dem Schüler ein möglichst "realistisches" und "ausge-

wogenes" (BECK 1982) Bild von Mathematik als wissenschaftliches, kulturelles und gesellschaftliches Gesamtphänomen zu vermitteln. Zu diesem Bild gehören heute und gehörten in der geschichtlichen Entwicklung stets auch Anwendungsbezüge.

Dieses Ziel ist nur erreichbar, wenn auch Anwendungen in den Mathematikunterricht einbezogen werden.

4) "Lernpsychologische" Argumente

Im Mathematikunterricht soll sich der Schüler mit mathematischen Gegenständen auseinandersetzen, welche durch die in 1), 2), 3) genannten Ziele oder kulturhistorisch begründet sind.

Hierbei können auch geeignete Anwendungsbeispiele helfen, d.h. Anwendungen dienen hier dem Schüler zur Unterstützung beim Lernen von Mathematik; insbesondere:

- a) zur "lokalen" Stofforganisation (Hinführung zu mathematischen Inhalten, Motivation, Veranschaulichung, Übung, vertiefende Durchdringung),
- b) zur "globalen" Stofforganisation (Strukturierung größerer Unterrichtseinheiten),
- c) zum besseren, umfassenderen und tieferen Verstehen mathematischer Inhalte,
- d) zum längeren Behalten dieser Inhalte,
- e) zur (positiven) Beeinflussung der Motivation zur Beschäftigung mit Mathematik und der Einstellung zu mathematischen Gegenständen oder zur Mathematik überhaupt.

Durch alle genannten Argumente kann der Mathematikunterricht für den Schüler auch mehr Sinn, mehr Bedeutung gewinnen.

In Abschnitt 3 werden nachher Untersuchungen zu den Punkten 1, 2a und 4e geschildert. Punkt 4c wird in Teil II (G. Kaiser) ausführlich behandelt. Der Stellenwert von Anwendungen bei den Punkten 3, 4a und 4b ist so selbstverständlich, daß hierzu Untersuchungen wenig

sinnvoll sind. Auch zu den Punkten 2b und 4d wird hier nichts gesagt, und zwar weil diese untersuchungsmethodisch außerordentlich schwierig zu bewältigen sind, was bisher noch nicht geschehen ist.

2. Zum methodischen Vorgehen bei den Untersuchungen

Wir haben die Methode der vergleichenden Fallstudien gewählt, da in den letzten Jahren zunehmend die Grenzen empirisch-statistischer Forschungsmethoden aufgezeigt wurden. Fallstudien zielen auf eine ganzheitliche Erfassung der komplexen Unterrichtsrealität und versuchen, durch exemplarische Schilderung von Einzelfällen (Schüler oder Lerngruppen) gewisse Regelmäßigkeiten zu illustrieren, um dadurch Hypothesen (insbesondere auch für weitere Forschungsvorhaben) zu gewinnen.

Die durchgeführten Fallstudien wurden auf den Analysisunterricht in der Sekundarstufe II beschränkt. In 6 Kursen wurden Unterrichtsbeobachtungen, schriftliche Schülerbefragungen und Diskussionen mit Schülern durchgeführt. Dabei wurden möglichst viele der in Frage kommenden Variablen verändert wie Dauer der Beobachtung, Grund- und Leistungskursniveau, Umfang der Anwendungsbeispiele, Vertrautheit der Schüler mit Anwendungen oder Erfahrungen der Lehrer mit anwendungsorientiertem Mathematikunterricht. Zur Erweiterung der Beobachtungsbasis wurden Schülereinzellinterviews und Lehrerinterviews durchgeführt. Ergänzend wurden auch einige Klassen aus dem Jahrgang 10 befragt.

3. Einige allgemeinere Ergebnisse der Fallstudien

Zu Ziel 1 (Mathematik als Hilfe für außermathematische Probleme):

Die Realisierung dieses Ziels hängt - wie zu erwarten war - u.a. stark davon ab, inwieweit die durchgeführten Unterrichtseinheiten für Schüler interessante und einsehbar relevante außermathematische Erkenntnisse beinhalten. Dies traf z.B. bei Problemen des Bevölkerungswachstums oder des Rohstoffverbrauchs (im Rahmen des Themas Exponentialfunktionen) oder bei den von Autobahnkreuzen verbauten Flächen (beim Thema Funktionsbestimmungen; vgl. BÖER/VOLK 1982) für die allermeisten Schüler zu. Die Untersuchungen legen so die erste (plausible) Hypothese nahe: Ziel 1 ist recht weitgehend erreichbar, insbe-

sondere bei für Schüler interessanten und relevanten Anwendungsproblemen.

In der Mittelstufe, in der Erkenntnisse vermittelt werden können, die "handgreiflich" in praktischen Zusammenhängen umsetzbar sind, ist dieses Ziel wohl für größere Schülergruppen erheblich einfacher erreichbar.

Zu Ziel 2a (Anwendungen von Mathematik zur Förderung methodologischer Qualifikationen):

Es zeigte sich, daß - wie zu vermuten war - die komplexen Teillernziele der Vermittlung eines adäquaten Verständnisses vom Verhältnis Mathematik und Realität und von Übersetzungsqualifikationen in solchen Kursen recht weitgehend erreicht wurden, in denen komplexere, realistische Beispiele behandelt und dabei sämtliche Phasen eines Modellbildungsprozesses durchlaufen wurden. So waren viele Schüler z.B. in der Lage, bei dem klassischen Problem der Bestimmung der materialsparendsten Konservendose nach der üblichen Lösung mithilfe von Differentialrechnung zu diskutieren, wieso diese Lösung keine realistischen Ergebnisse ergab und welche Aspekte unbedingt zu berücksichtigen sind, um solche zu erhalten (z.B. Materialverschnitt). In den Kursen, die sich im wesentlichen auf einfache Anwendungen mathematischer Verfahren beschränkten, konnten dagegen kaum Ansätze zu einem kritischen Verständnis des Verhältnisses von Mathematik und Realität bzw. zu Übersetzungsqualifikationen beobachtet werden. Global führen die Untersuchungen zur zweiten (ebenfalls plausiblen) Hypothese: Die Fähigkeit, Mathematik zu verwenden, wird durch die Behandlung von geeigneten Anwendungen erheblich gefördert; Schüler, die kaum mit Anwendungen zu tun hatten, haben beträchtliche Schwierigkeiten beim Transfer mathematischer Inhalte auf außermathematische Situationen.

Aus den bisherigen Untersuchungen ist noch nicht erkennbar, welche Einzelfähigkeiten zu solchen Modellbildungsprozessen nötig sind und inwieweit solche ggf. isoliert gefördert werden können. Es zeigte sich bisher nur, daß Schüler, die gewohnt sind, Mathematik schematisch und rezepthaft zu betreiben, im Vergleich größere Schwierigkeiten mit Modellbildungsprozessen haben, und daß es sich offenbar um langfristige Lernprozesse handelt.

Zu Ziel 5e (Anwendungen zur Verbesserung der Motivation und der Einstellung zur Mathematik):

In allen durchgeführten Befragungen haben jeweils mehr als die Hälfte der Schüler (zum Teil sogar fast alle) geäußert, daß der Unterricht durch Anwendungen interessanter wurde und daß sie jetzt mehr Interesse an der Mathematik hätten.

Als Gründe wurden u.a. angegeben:

- "man kann sich unter den Inhalten etwas vorstellen" oder "man kann etwas mit der Mathematik verbinden"
- "man sieht, wozu das Gelernte gut ist" oder "man sieht, wo man das Gelernte anwenden kann"
- "man sieht einen Sinn in der Mathematik".

Insgesamt sind die beobachteten und auch von den Lehrern berichteten Motivationssteigerungen allerdings nicht spektakulär, da bei den Schülern - wenn das Unterrichtskonzept über Jahre hinweg durchgeführt wird - natürlich gewisse Gewöhnungseffekte auftreten. Als dritte Hypothese läßt sich jedoch formulieren: Die (kurz- und mittelfristige) Motivation und auch die (längerfristige) Einstellung zur Mathematik werden bei den meisten Schülern durch Anwendungsbeispiele verbessert.

4. Einige methodische Gesichtspunkte zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht

Wir wollen nicht kurzgriffige Unterrichtsrezepte formulieren, sondern stichwortartig einige allgemeine methodische Hinweise geben, die mit den genannten Zielen und mit allgemeinpädagogischen Prinzipien in Einklang stehen und die weitgehend von den geschilderten Untersuchungen abgestützt werden.

Für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht erscheint es günstig, u.a.

- Beispiele zielgerecht einzusetzen,
- Einzel-Beispiele nicht zu lange zu behandeln,
- Modellierungsprozesse mit den Schülern aktiv zu durchlaufen und auch reflektierend zu thematisieren,
- den Mathematikunterricht bewußt für "Außermathematisches" zu öffnen,
- gezielt und häufig Rechner einzusetzen (wodurch auch komplexere

- Anwendungsbeispiele und realistischere Daten sowie eine Konzentration auf Wesentliches möglich werden),
- Schüler gestuft an die neuen Anforderungen heranzuziehen (denn durch Anwendungen wird der Unterricht anspruchsvoller).

Die meisten dieser Hinweise erscheinen selbstverständlich. Nach unseren Beobachtungen sind sie aber selbst von engagierten, reflektierten und qualifizierten Lehrern öfter nicht beachtet worden. Daher soll abschließend als Konsequenz dieser methodischen Aspekte betont werden, daß anwendungsorientierter Mathematikunterricht zusätzliche Anforderungen an Lehrer stellt. So muß der Lehrer z.B. neue Beispiele entwickeln, vorgefundene Beispiele aktualisieren und für die Lerngruppe adaptieren oder differenzierte Hilfen für Schüler ohne Unterstützung durch ein Schulbuch geben. Dies bedingt, daß auch Lehrer gestuft an die neuen Anforderungen herangeführt werden müssen. Dies hat erhebliche Konsequenzen für die Aus- und vor allem für die Fortbildung von Lehrern. Insgesamt verweisen diese Überlegungen erneut auf die zentrale Rolle des Lehrers auch (und gerade) in einem anwendungsorientierten Mathematikunterricht.

Literatur:

- BECK, U.: Mathematikunterricht zwischen Anwendung und reiner Mathematik. Frankfurt 1982.
- BIEHLER, R.: Zur Rolle der Anwendungen der Mathematik in Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in der BRD - Ein Bericht über Literatur, Projekte und Konzeptionen. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 13 (1981), H. 1, S. 22-31.
- BLUM, W. / TÖRNER, G.: Didaktik der Analysis. Göttingen 1983.
- BÖER, H. / VOLK, D.: Trassierung von Autobahnkreuzen - autogerecht oder..... . Göttingen 1982.
- DÖRFLER, W.: Reine versus angewandte Mathematik - Eine falsche Dichotomie. In: Stochastik im Schulunterricht (Hrsg.: DÖRFLER, W. / FISCHER, R.), Stuttgart 1981, S. 7-19.
- FISCHER, R. / MALLE, G.: Fachdidaktik Mathematik - Lehrbrief für das Fernstudium "Pädagogik für Lehrer an Höheren Schulen". Klagensfurt 1978.
- FREUDENTHAL, G.: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Stuttgart 1973.
- KAISER, G.: Zur Realisierbarkeit von Zielen eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts - Einige Ergebnisse von Fallstudien. In: mathematica didactica 7 (1984), H. 2, S. 71-86.
- KAISER, G. / BLUM, W. / SCHÖBER, M.: Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht. Karlsruhe 1982.
- POLLAK, H.O.: The Interaction between Mathematics and other School Subjects. In: New Trends in Mathematics Teaching IV (Hrsg.: UNESCO), Paris 1979, S. 232-248.