

Erfassung und Kompensation von Fehlereffekten bei der statischen Kraftmessung mit monolithischen Nd:YAG-Laserkristallen

Inauguraldissertation
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
im Fachbereich Maschinenbau
der Universität Gesamthochschule Kassel

vorgelegt von
M. Sc. Lijian Hou
aus Qingdao

Kassel 1999

Vorwort:

Herrn Prof. Dr. -Ing. habil. W. Holzapfel möchte ich ganz besonders für die kontinuierliche Unterstützung und die sehr gute Betreuung dieser Arbeit herzlich danken.

Für die Bereitschaft zur Begutachtung der Dissertationsschrift sowie für den freundlicherweise zur Verfügung gestellten Ecklastkompensator und eine hochwertige Kugelhülsenführung zur präzisen Krafteinleitung danke ich herzlich Herrn Prof. Dr. -Ing. habil. G. Jäger, Technische Universität Ilmenau.

Weiterhin danke ich besonders Herrn Dr. -Ing. Stephan Neuschaefer-Rube für seinen fachlichen Rat, die zahlreichen Diskussionen, die konstruktive Kritik und die ausführliche Korrektur.

Mein Dank gilt weiterhin allen Kollegen des Instituts für Meß- und Automatisierungstechnik für die kooperative Zusammenarbeit. Besonderes danken möchte ich Herrn Dr. -Ing. Ulrich Neuschaefer-Rube und Frau C. Kuchta für die sprachliche Korrektur des Manuskripts. Herrn Ing. grad. H. Paul und der mechanischen Werkstatt danke ich herzlich für die technische Hilfestellung und für die Bearbeitung der mechanischen Teile des Versuchsaufbaus.

Außerdem möchte ich den Kollegen des Instituts für Werkstofftechnik dafür danken, daß sie mir ein Röntgendiffraktometer für meine Untersuchungen zur Verfügung gestellt haben.

Insbesondere möchte ich meinem Mann Deming Luo für seine Ermutigung und sein Verständnis herzlich danken. Meinen Eltern und meiner Tochter Xuan Luo danke ich herzlich für ihre Geduld und Unterstützung. Sie haben dadurch wesentlich zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen.

Lijan Hou

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	1
1 Einleitung	3
1.1 Stand der Forschung	3
1.2 Begründung und Abgrenzung der Aufgabenstellung	6
2 Physikalische Grundlagen des Meßeffectes	7
2.1 Der photoelastische Effekt.....	7
2.1.1 Allgemeines Prinzip	7
2.1.2 Photoelastische Konstante C_0 des YAG-Laserkristalls.....	8
2.2 Der diodengepumpte Nd:YAG-Laser.....	10
2.2.1 Emissionswellenlängen bei Nd:YAG-Lasern	10
2.2.2 Modenspektrum des Nd:YAG-Lasers	12
2.2.3 Polarisierung und Differenzfrequenz der Laserstrahlung.....	14
2.3 Prinzip des Kraftsensors	15
3 Einflüsse verschiedener interner Systemparameter auf das Meßverhalten.....	19
3.1 Allgemeines	19
3.2 Pumpquelle	21
3.2.1 Pumpwellenlänge	21
3.2.2 Pumppolarisation.....	22
3.2.3 Pumpleistung	24
3.3 Das Nd:YAG-Sensorelement.....	25
3.3.1 Parallelversatz der Laserstrahlung im Kristall	25
3.3.2 Restanisotropie des Laserkristalls	28
3.3.3 Kristallachsenlage	31
3.3.4 Laserbetrieb	34
3.3.5 Nd-Dotierung im YAG-Kristall	37
3.4 Das Kraftführungssystem	38
3.4.1 Krafteinleitungen	38
3.4.2 Kristallunterlagen	43
3.4.3 Fixierung des Kristalls durch optisches Ansprengen	46
3.4.4 Ecklastproblem	48
4 Einflüsse der Umgebungsbedingungen auf das Meßsystem.....	52
4.1 Allgemeine Umgebungsbedingungen.....	52
4.2 Untersuchungen zum Einfluß der Temperatur auf das Sensorelement	55

4.2.1	Thermische Spannungen und ihre numerische Berechnung mit Hilfe der FEM	58
4.2.2	Einfluß der Temperatur auf die Resonatorlänge	67
4.2.3	Experimentelle Untersuchungen	68
4.3	Einfluß der Umgebungstemperatur auf das Kraftführungssystem	83
4.3.1	Temperaturabhängigkeit der Krafteinleitung	83
4.3.2	Temperaturverhalten der Unterlage.....	86
4.3.3	Messungen mit unterschiedlicher Belastung	87
4.4	Schlußfolgerungen zum Temperatureinfluß	88
5	Mathematisches Fehlermodell und Kompensation des Temperaturgangs.....	91
5.1	Blockschaltbild des Meßsystems mit Fehlereffekten	91
5.2	Zusammenfassendes Fehlermodell.....	91
5.3	Vergleich des Fehlermodells mit experimentellen Beobachtungen	95
5.4	Mathematische Kompensation des Temperaturgangs	97
6	Schlußfolgerungen und Ausblick.....	101
7	Anhang	103
7.1	Herleitung der photoelastischen Konstante des Sensorkristalls	103
7.2	Herleitung der mechanischen Hauptspannungen im zylinderförmigen Kristall	110
7.3	Herleitung der resultierenden Hauptspannungsdifferenz bzw. Differenzfrequenz von mehreren Spannungen bzw. mehreren Differenzfrequenzen....	112
7.4	Vermessung der Kristallachsenlage mit einem Röntgendiffraktometer	114
7.5	ANSYS-Programme für die FEM-Berechnung der thermischen Spannungen infolge Änderung der Umgebungstemperatur	119
8	Formelzeichen und Abkürzungen	122
9	Literatur.....	125
9.0	Vorveröffentlichungen.....	125
9.1	Literatur zu Kapitel 1	125
9.2	Literatur zu Kapitel 2.....	126
9.3	Literatur zu Kapitel 3.....	127
9.4	Literatur zu Kapitel 4.....	129
9.5	Literatur zu Kapitel 7.....	130

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden Fehlereffekte untersucht, die bei der statischen Kraftmessung mit monolithischen Nd:YAG-Laserkristallen auftreten. Das Meßprinzip basiert auf dem photoelastischen Effekt im Resonator des Nd:YAG-Lasers. Dieser wird mit einer Laserdiode optisch gepumpt. Die Meßkraft wird mit einer Krafteinleitung auf den auf einer Unterlage liegenden Kristall aufgebracht. Die Differenzfrequenz f der orthogonal polarisierten Lasermoden stellt das Ausgangssignal des Sensors dar, welches über viele Dekaden proportional zur Kraft ist.

Außer der Meßkraft beeinflussen interne Betriebsparameter und Umgebungsbedingungen das Meßverhalten. Die wichtigsten Störeinflüsse auf das Meßsystem werden hier für verschiedene Kristalle und Kraftführungssysteme (bestehend aus Krafteinleitung und Unterlage) experimentell und theoretisch untersucht.

Die Differenzfrequenz und die Modenleistungen des Nd:YAG-Lasers sind abhängig von der Polarisationsrichtung der Pumpquelle. Es zeigt sich eine periodische Abhängigkeit von der Winkellage der Polarisationsrichtung, die sich alle 180° wiederholt. Weitere systematische Fehler können durch den Parallelversatz der Strahlachse zur Kristallzylinderachse, die Restanisotropie im Nd:YAG-Kristall und die Abweichung der Kristallzylinderachse von der [111]-Kristallrichtung entstehen. Diese Effekte verursachen Änderungen der Meßempfindlichkeit. Zusätzlich können Störkräfte (z. B. Reibungskräfte, Kraftnebenschlüsse und das Eigengewicht) durch das Kraftführungssystem verursacht werden, die die Meßempfindlichkeit und den Offset der Differenzfrequenz beeinflussen. Weiterhin zeigt sich, daß die Krafteinleitung mit Parallellenkern im Vergleich zu drei anderen Krafteinleitungen (zwei mit Kugelhülsen und eine mit Blattfedern) die günstigsten Eigenschaften bezüglich Reproduzierbarkeit, Hysterese und Nichtlinearität hat. Bei einer ebenen Kristallunterlage wird die Reibungskraft kompensiert, dadurch wird die Reproduzierbarkeit der Meßwerte gegenüber einer V-Nut-Unterlage etwa um eine Größenordnung verbessert. Die Standardabweichung bei Messungen mit $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ -Kristallen, Parallellenkern und ebener Unterlage beträgt $1,2 \text{ mN}$ bzw. 10^{-5} (bezogen auf einen Endwert des Meßbereichs von 100 N).

Temperatureinflüsse sind die mit Abstand wichtigste Störquelle aus der Umgebung. Die temperaturbedingte Differenzfrequenzänderung wurde mit Hilfe von zeitabhängigen Temperaturtestsignalen untersucht. Diese wurden durch sog. Rechteck- und Dreieckheizen erzeugt. Es zeigt sich, daß die temperaturbedingte Differenzfrequenzdrift von Kristall zu Kristall stark unterschiedlich sein kann (typische Werte: $5 \text{ kHz}/^\circ\text{C}$ - $100 \text{ kHz}/^\circ\text{C}$). Die Untersuchung der thermisch induzierten Spannungen im freiliegenden Kristall erfolgt mit Hilfe eines FEM-Programms (ANSYS 5.3). Es wird festgestellt, daß die durch thermische Spannungen verursachte Differenzfrequenzänderung f_t (Hauptachsenlage φ_t) im Kristallmaterial nur einen Teil der

gesamten Temperaturabhängigkeit des Laserkristalls darstellt. Auch die Offsetdifferenzfrequenz f_0 hängt von der Temperatur und ihrer Änderungsgeschwindigkeit ab. Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 kann in zwei Anteile, einen temperaturunabhängigen Anteil f_{01} und einen temperaturabhängigen Anteil f_{02} aufgeteilt werden. Die Analyse der experimentellen Ergebnisse zeigt, daß f_{01} und f_{02} jeweils eine eigene Hauptachsenlage φ_{01} und φ_{02} besitzen müssen. Es gibt Hinweise, daß f_{02} durch temperaturabhängige Doppelbrechung in den Spiegelbeschichtungen der Stirnflächen des Laserresonators verursacht ist. Je nach der Winkeldifferenz ($\varphi_{01} - \varphi_{02}$) ergibt sich für jeden Kristall eine individuelle Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz f_0 . Diese Winkeldifferenz wird offensichtlich durch den Herstellungsprozeß bestimmt. Der Temperaturverlauf in Kristall wird sowohl durch die zeitabhängige Lufttemperatur T_L als auch durch die Unterlagentemperatur T_U beeinflußt. Die temperaturabhängige Drift der Offsetdifferenzfrequenz Δf_0 läßt sich für kleine Temperaturschwankungen von einigen Grad Celsius sehr gut durch vier Temperaturgrößen (ΔT_L , dT_L/dt , ΔT_U , dT_U/dt) mit einer linearen Gleichung approximieren. Die Drift Δf_0 überlagert sich der durch f_t , φ_t charakterisierten Frequenzänderung und es resultiert die gesamte Drift Δf .

Die Untersuchungen zeigen, daß die Kraffteinleitung mit Parallelenkern auch den Vorteil einer vergleichsweise kleinen Temperaturabhängigkeit hat. Unter Last ist auch der Temperaturgang bei einer ebenen Unterlage im Vergleich zur V-Nut-Lagerung um den Faktor 5 reduziert. Die Temperaturabhängigkeit bei Verwendung einer ebenen Unterlage ist näherungsweise unabhängig von der Belastung.

Um die betrachteten Fehlereffekte geschlossen darzustellen, wird ein mathematisches Fehlermodell entwickelt. Der Vergleich dieses Fehlermodells mit den experimentellen Beobachtungen zeigt eine gute Übereinstimmung. Nicht nur die Drift der Offsetdifferenzfrequenz Δf_0 , sondern auch die gesamte Differenzfrequenzdrift Δf läßt sich mit der linearen Approximationsgleichung sehr genau beschreiben. Vorteilhaft für die Kompensation ist eine Approximation, die mit Rechteckheizen gewonnen wird. Dann können mit diesem Kompensationsverfahren mehr als 70% bis 95% der Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz beseitigt werden, auch wenn die Differenzfrequenzdrift durch andere Temperaturverläufe (z. B. Dreieckheizen) erzeugt wird. Nach der rechnerische Kompensation verbleibt ein Temperaturkoeffizient kleiner als 3 kHz/°C. Dies entspricht eine relativen Wert von $10^{-6}/^\circ\text{C}$ bezogen auf einen Meßbereichsendwert von 100 N.

Insgesamt darf festgestellt werden, daß Reproduzierbarkeit (10^{-5}) und Temperaturgang ($10^{-6}/^\circ\text{C}$) des Laserverfahrens im Vergleich zu konventionellen Meßverfahren (z. B. Piezosensoren, DMS) durchaus als günstig zu beurteilen sind. Diese verbleibende Fehlereinflüsse werden offensichtlich durch den Temperaturgang der Laser-verspiegelung und restliche Reibungseffekte im Kraftführungssystem verursacht.

1 Einleitung

1.1 Stand der Forschung

Für die genaue Messung von Kräften sowie daraus abgeleiteter mechanischer Größen, wie z. B. mechanische Spannung, Druck und Beschleunigung steht bereits eine Vielzahl unterschiedlicher Verfahren zur Verfügung /1.1/. Die zu messende Kraft führt zunächst immer zu einer Verformung eines Festkörpers. Die Kraft wird anschließend bei den meisten Meßverfahren durch die Messung dieser Verformung ermittelt. Eine häufig verwendete Methode zur Messung dieser Verformungen ist die Nutzung von Dehnungsmeßstreifen (DMS). Die DMS werden auf den Federkörper aufgebracht, auf den die zu messende Kraft einwirkt. Der Ohmsche Widerstand der DMS ändert sich durch die mit den Verformungen verbundenen Dehnungen. Diese Widerstandsänderungen werden mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brückenschaltung in ein elektrisches Aufnehmer-Ausgangssignal umgeformt. Mit diesem Meßverfahren können relative Meßfehler kleiner als 10^{-5} erreicht werden /1.1/.

Für Langzeitmessungen, bei hohen Temperaturen, bei Messungen an ungeschützten Stellen oder in zeitweise aggressiven Medien usw. ist der Einsatz spezieller Kraftaufnehmer mit induktiven oder kapazitiven Sensoren angebracht /1.1/. Bei der Kraftmessung mit induktiven Sensoren sind die Linearitätsfehler kleiner als $\pm 1\%$. Der Sensor kann bei Temperaturen zwischen -200°C und $+100^{\circ}\text{C}$ eingesetzt werden /1.1/. Bei der Kraftmessung mit kapazitiven Sensoren treten nichtlineare Meßabweichungen unter $\pm 0,2\%$ des Meßbereiches auf. Die Langzeitstabilität ist besser als $\pm 0,02\%$ je Monat und der nutzbare Temperaturbereich reicht von -50°C bis $+150^{\circ}\text{C}$ /1.1/.

Weiterhin werden andere Meßverfahren wie z. B. piezoelektrische und elektromagnetische Kraftmessungen eingesetzt. Aufgrund ihrer hohen Eigenfrequenz sind Piezo-Kraftaufnehmer hervorragend für die Messung sehr schneller Kraftänderungen geeignet. Mit Hilfe des piezoelektrischen Effektes wird die kraftinduzierte Verformung in ein elektrisches Signal umgewandelt und anschließend ausgewertet /1.1/. In der Wägetechnik und Beschleunigungsmeßtechnik ist das elektromagnetische Kompensationsmeßverfahren weit verbreitet /1.2 - 1.4/. Dabei wird die zu messende Gewichts- bzw. Trägheitskraft durch eine mit Hilfe eines magnetischen Feldes erzeugte Gegenkraft kompensiert. Der hierzu erforderliche Strom in der Magnetspule ist ein Maß für die Eingangsgröße des Sensors. Auf diesem Prinzip basieren Waagen mit einer Auflösung von $5 \cdot 10^{-8}$, die kommerziell verfügbar sind.

In jüngster Zeit werden verstärkt optische Kraftmeßverfahren erforscht. Zwei bekannte Meßverfahren aus diesem Bereich sind die interferometrische und die photoelastische Kraftmessung. Die Deformation, die durch die zu messende Kraft verursacht wird, kann interferometrisch bestimmt werden /1.5/. Die mit diesem Verfahren erreichte Auflösung beträgt 100 Mikrogramm ($100 \mu\text{g}$) bei einem Meßbereich von 10 Gramm (10 g). Die photoelastische Kraftmessung nutzt transparente Materialien als Sensorelement, die unter Krafteinwirkung doppelbrechend werden. Wird das Sensorelement belastet, ändern sich die optischen Brechzahlen in zwei orthogonal zueinander liegenden optischen Hauptachsen, die parallel zu den mechanischen Hauptspannungen liegen, in unterschiedlichem Ausmaß. Diese Doppelbrechung wird häufig mit einem Polariskop ermittelt. Das Sensorelement befindet sich dabei zwischen einem Polarisator und einem Analysator. Die auf das Sensorelement wirkende Kraft wird auf diese Weise in eine Lichtleistungsmodulation hinter dem Analysator umgewandelt /1.6/. In /1.7/ ist ein modifiziertes Prinzip eines photoelastischen Kraftsensors beschrieben. Mit Hilfe einer erweiterten Polariskopanordnung und einem Phasenmodulator wird die gemessene Kraft erfaßt. Mit einem speziellen Signalauswerteverfahren liefert der Sensor als kraftproportionales Ausgangssignal ein digitalisiertes Zeitintervall τ . Bei diesem Meßverfahren ist bei Verwendung von Glas- bzw. Fasersensorelementen die beobachtete Nichtlinearität kleiner als 10^{-3} und die Meßauflösung erreicht ca. $4 \cdot 10^{-5}$.

In den letzten Jahren wurde weiterhin der sog. resonatorinterne photoelastische Kraftsensor intensiv untersucht /1.8, 1.9, 1.11, 1.12, 1.13/. Das photoelastische Sensorelement befindet sich hier innerhalb eines Laserresonators. Aufgrund der kraftinduzierten Brechzahldifferenz ergeben sich im Laserresonator zwei unterschiedliche optische Längen. Der Laser strahlt zwei unterschiedliche Lichtfrequenzen (Moden) mit linearer Polarisation ab. Die Polarisationsrichtungen sind parallel zu den optischen Hauptachsen ausgerichtet. Die Differenz der Laserfrequenzen wird als kraftproportionales Ausgangssignal genutzt. Zunächst wurde dieses Meßverfahren mit HeNe-Lasern untersucht /1.8/. Ein photoelastisches Sensorelement aus Glas wurde in den Laserresonator eingefügt. Mit Hilfe einer aktiven Frequenzstabilisierung des HeNe-Lasers wurde ein Meßbereich von sechs Dekaden erreicht. Wegen der geringen Verstärkung des HeNe-Lasers sind aber der Miniaturisierung des Kraftsensors enge Grenzen gesetzt. Außerdem beeinträchtigen thermische Effekte die Langzeitstabilität. Störeffekte wie Kriechen und Hysterese sind bei photoelastischen Glasmaterialien etwa in der Größenordnung von 10^{-4} und kleiner /1.9/.

Der Neodym-dotierte Yttium-Aluminium-Granat-Laser (Nd:YAG-Laser) ist der am weitesten verbreitete Festkörperlaser. Im Vergleich mit dem HeNe-Laser zeigt er

einige sehr vorteilhafte Eigenschaften. Diodengepumpte Nd:YAG-Laser zeichnen sich generell durch einen großen Wirkungsgrad, hohe Strahlqualität, große Frequenzstabilität, Kompaktheit, geringe thermische Belastung, niedrige Versorgungsspannung sowie lange Lebensdauer aus /1.10/. Heutzutage wird der diodengepumpte Nd:YAG-Laser bereits auf den Gebieten der Materialbearbeitung, Medizin und Meßtechnik breit angewandt.

Gleichzeitig zeigen YAG-Kristalle den linearen photoelastischen Effekt. Aufgrund der günstigen Eigenschaften im Vergleich zum He-Ne-Laser werden Nd:YAG-Laserkristalle in der resonatorinternen Kraftmessung vorteilhaft eingesetzt /1.11/. Bild 1.1 zeigt den Aufbau eines Kraftsensors mit einem monolithischen Nd:YAG-Laserkristall.

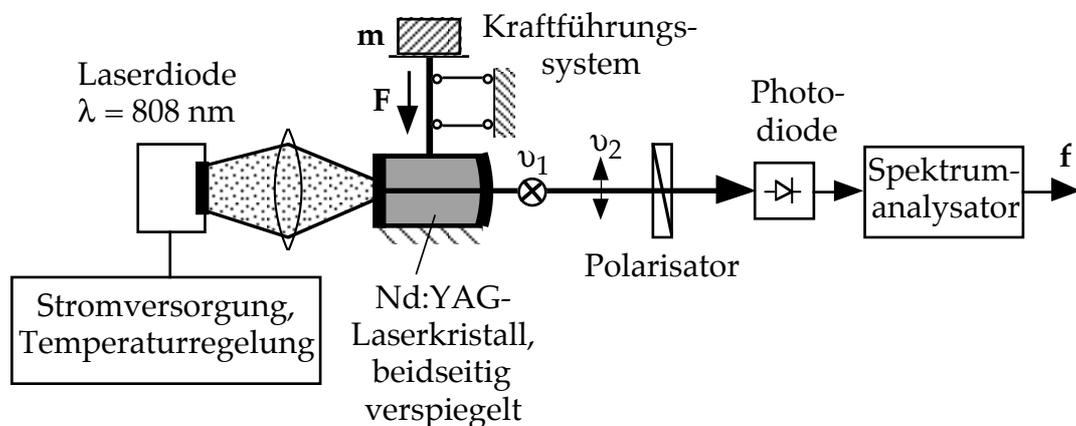


Bild 1.1 Aufbau für die resonatorinterne Kraftmessung mit einem monolithischen Nd:YAG-Laserkristall /1.11/.

Der diodengepumpte Nd:YAG-Kristall dient bei der Kraftmessung sowohl als Laseroszillator als auch als photoelastisches Sensorelement /1.9, 1.11, 1.12/. Gegenüber dem HeNe-Laser erlaubt die hohe optische Verstärkung von Nd:YAG eine Verringerung des Spiegelabstandes um mindestens den Faktor 10, was eine Erhöhung der Meßempfindlichkeit um die gleiche Größenordnung bedeutet /1.9/. In Nd:YAG sind die Kriech- und Hystereseeffekte und thermischen Belastungen gegenüber Glas beträchtlich reduziert /1.9/. Es treten keine Verschmutzungseffekte auf. Vakuum und plasmafeste dielektrische Schichten werden nicht benötigt. Beim Einsatz eines monolithischen Meßoszillators lassen sich außerdem alle störenden optischen Grenzflächeneffekte und damit optische Rückwirkung eliminieren /1.9/. Eine aktive Frequenzstabilisierung ist nicht erforderlich. Mit diesem Meßverfahren wurde unter Laborbedingungen ein extrem großer Meßbereich des Einzelkristalls von neun Dekaden, sehr gute Linearitäten und eine Lastauflösung von $10 \mu\text{g}$ erreicht. Die nachgewiesene Meßbandbreite liegt bei ca. 100 kHz. Gleichzeitig wird auch eine Miniaturisierung verwirklicht /1.11, 1.13/.

1.2 Begründung und Abgrenzung der Aufgabenstellung

In der Diskussion der bekannten Verfahren der Kraftmessung zeigt sich, daß die resonatorinterne Kraftmessung mit Nd:YAG-Kristallen ein hohes Entwicklungspotential besitzt. Deswegen sollte dieses Meßverfahren daraufhin untersucht werden, inwieweit es praktisch anwendbar ist. Die bisherigen Experimente zum resonatorinternen Kraftmessung mit Nd:YAG-Kristallen /1.9, 1.11, 1.12/ wurden bei idealisierten Laborbedingungen durchgeführt, d. h. der Meßaufbau war gegen Störungen (insbesondere Temperaturschwankungen und Erschütterungen) hochgradig isoliert. Unter realen Umgebungsbedingungen wird das Ausgangssignal jedoch von unterschiedlichen Störungen beeinflusst. Die durch die Störungen verursachten Fehlereffekte sind bisher in der Literatur nicht näher untersucht worden.

Die vorliegende Arbeit behandelt daher das Fehlerverhalten des Kraftsensors mit diodengepumpten monolithischem Nd:YAG-Laser. Der Versuchsaufbau des Kraftsensors besteht also immer aus der laseroptischen Pumpdiode, dem Nd:YAG-Laser als photoelastisches Sensorelement, einem Kraftführungssystem sowie Frequenzmischungs- und Auswertungsteil (Bild 1.1).

Um diese Zielsetzung zu erfüllen, ist zunächst die experimentelle Erfassung der Meßfehler erforderlich. Ferner muß die Abhängigkeit der Meßfehler von den internen Systemparametern und vom externen Einfluß der Umgebungsbedingungen untersucht werden. Interne Systemparameter sind z. B.:

- Wellenlänge, Leistung und Polarisation der Pumpquelle,
- Parallelversatz der Lichtstrahlung im Kristall, Restanisotropie, Kristallachsenlage, Resonatorlänge des Nd:YAG-Lasers,
- Federkonstante, Verformung und Offsetlast des Kraftführungssystems usw.

Die nachfolgend auch als externe Störgrößen bezeichneten Umgebungsbedingungen sind Temperatur, Feuchtigkeit, Erschütterungen, elektromagnetische Felder usw. Auch ihre Einflüsse auf das Meßsystem müssen experimentell erfaßt werden. Insbesondere sind die theoretischen Zusammenhänge zwischen den Systemparametern und den Umgebungsbedingungen zu ermitteln und ein mathematisches Fehlermodell des Kraftsensors ist zu entwickeln. Das Fehlermodell muß mit den experimentellen Beobachtungen verglichen werden und sollte mit diesen übereinstimmen.

Aufgrund der Untersuchungen zu den Fehlereffekten und des mathematischen Fehlermodells können schließlich gezielte Maßnahmen (Kompensation bzw. Elimination der Fehlerursachen) vorgeschlagen werden, um das Fehlerverhalten des Kraftsensors zu optimieren.

2 Physikalische Grundlagen des Meßeffectes

2.1 Der photoelastische Effekt

2.1.1 Allgemeines Prinzip

Als photoelastischer Effekt wird die Eigenschaft transparenter Substanzen bezeichnet, unter mechanischer Belastung optisch anisotrop zu werden /2.1/ (Bild 2.1).

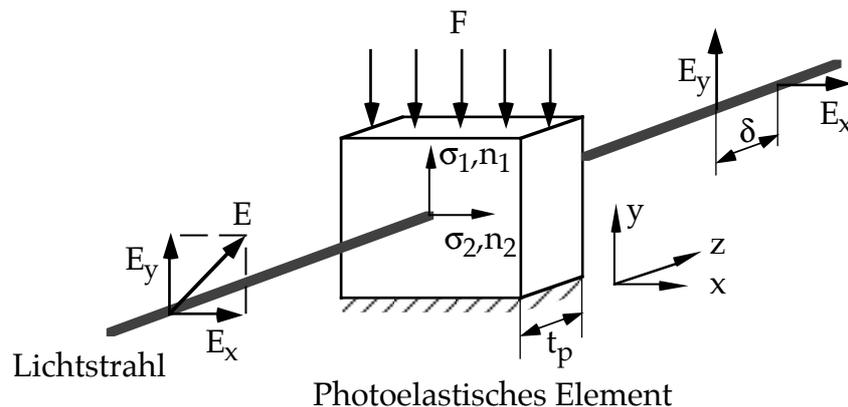


Bild 2.1 Darstellung des photoelastischen Effektes.

Ein sog. photoelastisches Element wird von einem Lichtstrahl durchstrahlt. Wirkt auf das Element eine Kraft F ein, treten dort mechanische Spannungen auf. Die Hauptspannungen in der Ebene senkrecht zur Lichtstrahlung werden als σ_1 und σ_2 bezeichnet, ihre Richtungen Hauptachsen genannt. Die Hauptachsen werden mit x , y und die Lichtausbreitungsrichtung als z -Achse bezeichnet. Durch den photoelastischen Effekt wird eine Differenz Δn zwischen den Brechzahlen n_1 und n_2 für Licht, welches in Richtung der Hauptachsen polarisiert ist, hervorgerufen. Es gilt:

$$\Delta n = n_1 - n_2 = C_0 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2.1)$$

C_0 ist die sog. photoelastische Konstante und hängt vom Material des photoelastischen Element ab.

Durchstrahlt monochromatisches und linear polarisiertes Licht das Element, wird ein Gangunterschied δ zwischen den Feldstärkekomponenten E_x und E_y induziert. Es gilt die Beziehung

$$\delta = (n_1 - n_2) \cdot t_p = C_0 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot t_p \quad (2.2)$$

t_p : Dicke des photoelastischen Elementes.

Die durch das photoelastische Element erzeugte Phasendifferenz Δ ergibt sich mit Gl. (2.2) zu

$$\Delta = \frac{\delta}{\lambda} \cdot 360^\circ = \frac{C_0 \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot t_p \cdot 360^\circ}{\lambda} \quad (2.3)$$

λ : Wellenlänge des eingestrahnten Lichtes.

2.1.2 Photoelastische Konstante C_0 des YAG-Laserkristalls

Auch optisch transparente Kristalle weisen im allgemeinen den photoelastischen Effekt auf. Die photoelastische Konstante C_0 hängt von der Kristallstruktur, vom Kristallmaterial und von der Kristallachsenlage ab. Im Kraftsensor wird ein zylindrischer, mit Nd dotierter YAG-Kristall als Sensorelement benutzt. YAG ist ein farbloser, optisch isotoper Granat mit einer kubischen Struktur. Bild 2.2 zeigt die Struktur und Form des im Kraftsensor verwendeten YAG-Kristalls.

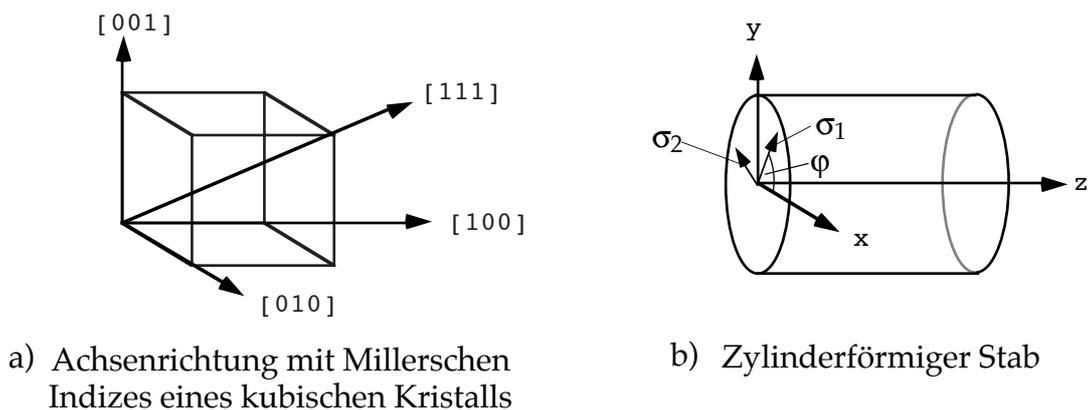


Bild 2.2 Darstellung der Kristallachsen und des Koordinatensystems im YAG-Kristall.

Die Kristallachsenrichtungen in Bild 2.2a sind mit Hilfe der sog. Millerschen Indizes /2.2/ dargestellt. Das Kristallkoordinatensystem wird mit x , y und z bezeichnet. Der Winkel φ gibt die Lage der Hauptachsen im Kristallkoordinatensystem an. Da Richtung z entspricht der Durchstrahlrichtung der Lichtstrahlung.

Die Abhängigkeit der photoelastischen Konstante C_0 von der Kristallrichtung wird im Anhang abgeleitet. Wird der Kristall in $[100]$ -Richtung geschnitten, d.h. stimmt die $[100]$ -Richtung mit der z -Achse überein, hängt die photoelastische Konstante C_0 von der Kristallrotationslage φ ab. $C_{0[100]}$ lautet (siehe Anhang 7.1):

$$C_{0[100]} = -\frac{1}{4} \cdot n_0^3 \cdot [\pi_{11} - \pi_{12} + \pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \cdot \cos(4 \cdot \varphi)] \quad (2.4)$$

π_{11} , π_{12} , π_{44} sind die sog. photoelastischen Koeffizienten und betragen (siehe Anhang 7.1)

$$\pi_{11} = -1,2096 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}; \pi_{12} = 5,0869 \cdot 10^{-8} \text{ mm}^2/\text{N} \text{ und } \pi_{44} = -5,3689 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}.$$

n_0 ist die Brechzahl des Kristalls. Für den YAG-Kristall beträgt $n_0 = 1,82$.

Wird der Kristall in [111]-Richtung geschnitten, so gilt für die photoelastische Konstante $C_{0[111]}$ der von φ unabhängige Wert (siehe Anhang 7.1):

$$C_{0[111]} = -\frac{1}{6} \cdot n_0^3 \cdot (\pi_{11} - \pi_{12} + 2 \cdot \pi_{44}) = 1,2515 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2 / \text{N} \quad (2.5)$$

Der berechnete Wert stimmt näherungsweise mit dem Literaturwert $C_{0[111]} = 1,19 \cdot \text{mm}^2/\text{N} / 2,9/$ überein, der mit Hilfe von Meßergebnissen berechnet wurde.

Bild 2.3 zeigt die nach der mathematischen Ableitung numerisch berechneten Abhängigkeiten der photoelastischen Konstante von der Zylinderrotationslage φ bei in [100]-Richtung und in [111]-Richtung geschnittenen YAG-Kristallen.

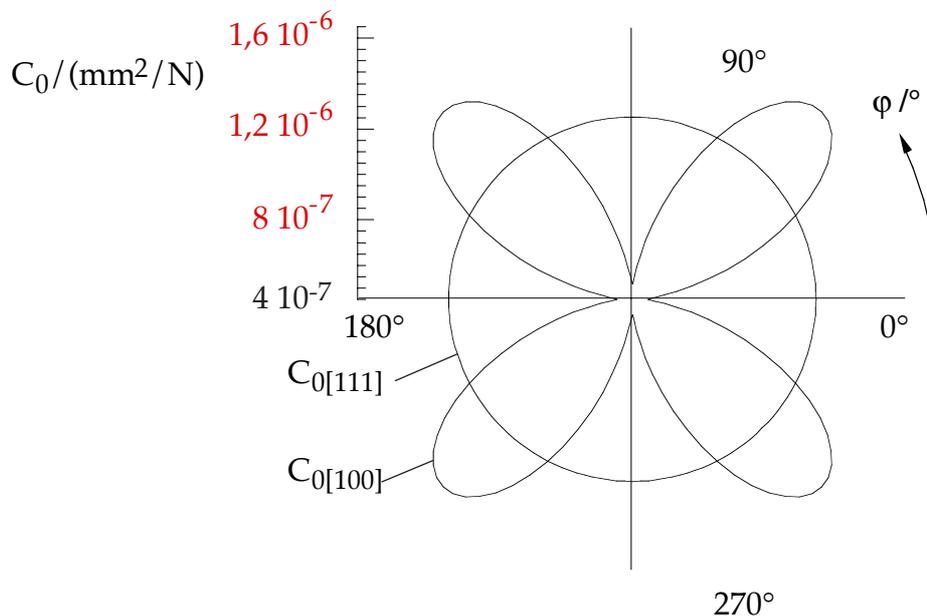


Bild 2.3 Photoelastische Konstante bei einem in [100]-Richtung bzw. einem in [111]-Richtung geschnittenen YAG-Kristall

Für in [100]-Richtung geschnittene Kristalle zeigt sich eine φ -Abhängigkeit mit einer Periode von 90° . Der maximale Wert von $C_{0[100]}$ beträgt $1,618 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$ bei dem Winkel $\varphi = 45^\circ$, der minimale Wert der $C_{0[100]}$ beträgt $5,179 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}$ bei $\varphi = 0^\circ$. Die photoelastische Konstante bei einem in [100]-Richtung geschnittenen Kristall ist

also eine anisotrope Größe.

$C_{0[111]}$ ist unabhängig vom Rotationswinkel φ . Wenn der Kristall um seine Achse bzw. um die [111]-Richtung gedreht würde, bleibt die photoelastische Konstante $C_{0[111]}$ immer konstant. Wegen dieser isotropen Eigenschaft wird im Kraftsensor ein in [111]-Richtung geschnittener YAG-Kristall eingesetzt.

2.2 Der diodengepumpte Nd:YAG-Laser

Im vorherigen Kapitel wurde der photoelastische Effekt im YAG-Kristall beschrieben. In diesem Kapitel wird seine Lasereigenschaft diskutiert.

Ein undotierter YAG ist kein laseraktiver Kristall. Erst durch die Dotierung mit Nd^{3+} -Ionen wird er laseraktiv. Der Nd:YAG-Kristall weist sehr gute optische und thermische Eigenschaften für den Laserbetrieb auf /2.3/.

Der Nd:YAG-Laser wird durch optisches Pumpen angeregt. Die Absorptionswellenlänge für Nd:YAG-Kristall beträgt 808,6 nm. Früher wurden häufig Blitzlampen zum Pumpen verwendet, die sehr viel Wärme erzeugen und ein Kühlsystem sowie viele optische Komponenten erfordern. Der lampengepumpte Nd:YAG-Laser hat deswegen große Abmessungen. Mit der Laserdiodentechnik steht heute eine für den Nd:YAG-Laser besser geeignete Pumpquelle zur Verfügung. Die diodengepumpten Nd:YAG-Laser haben im Vergleich zu den lampengepumpten Festkörperlasern insbesondere die folgenden Vorteile /2.4/:

- beträchtlich höherer Wirkungsgrad;
- geringere thermische Belastung bzw. geringere Anforderungen an das Kühlsystem. Bei Lasern mit niedriger Ausgangsleistung wie z. B. Lasern für Meß- und Sensortechnik-Anwendungen ist kein Kühlsystem notwendig;
- längere Lebensdauer;
- durch die kleinen Abmessungen der Pumpdiode, ihre hohe Strahldichte sowie durch die kleinen Absorptionslängen im Laserkristall wird eine hochgradige Miniaturisierung des diodengepumpten Nd:YAG-Lasers verwirklicht.

Daher wird der diodengepumpte Nd:YAG-Laser für den resonatorinternen Kraftsensor verwandt.

2.2.1 Emissionswellenlängen bei Nd:YAG-Lasern

Der Nd:YAG-Laser ist ein Vier-Niveau-System mit einer im Vergleich zum HeNe-Laser geringen Laserschwelle. Strahlungsemission kann auf den Wellenlängen

$\lambda = 1064 \text{ nm}$, 1061 nm und 1051 nm stattfinden /2.3/. Bei Zimmertemperatur ist es möglich, daß mehrere Wellenlängen gleichzeitig auftreten, wenn die Pumpleistung ausreichend groß ist. Die 1064-nm - und 1061-nm -Übergänge bieten die niedrigsten Laserschwellen. Bei Raumtemperatur dominiert die $1,064\text{-}\mu\text{m}$ -Linie /2.5/.

Zur Bestimmung der tatsächlichen Emissionswellenlängen des in der Arbeit benutzten Nd:YAG-Lasers wurden Untersuchungen mit einem Gitterspektrometer durchgeführt. Bild 2.4 zeigt das Grundprinzip des Versuchsaufbaus.

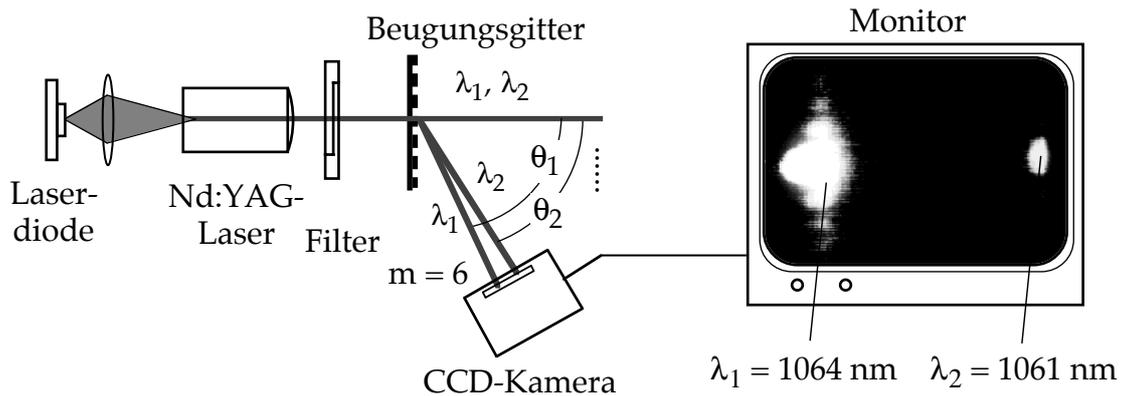


Bild 2.4 Untersuchung der Emissionswellenlängen des Nd:YAG-Lasers mit einem Gitterspektrometer.

Es wurde ein monolithischer Nd:YAG-Laser mit der Abmessung $\varnothing 3 \times 5 \text{ mm}$ vermessen. Monolithisch bedeutet, daß der Laser keine externen Resonatorspiegel besitzt, sondern daß die beiden Endflächen des Laserkristalls verspiegelt sind. Der Laser wird mit einer Laserdiode gepumpt. Ein Filter sperrt die 808 nm -Strahlung der Pumpquelle. Nur die Nd:YAG-Laserstrahlung wird in das Gitterspektrometer eingestrahlt. Die Funktionsweise des Gitterspektrometers basiert auf dem optischen Beugungsprinzip /2.1/. Es gilt die Beugungsgittergleichung /2.1/

$$a \cdot \sin \theta_i = m_g \cdot \lambda_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

- a: Gitterkonstante;
- θ_i : Beugungswinkel bei Wellenlänge λ_i ;
- m_g : Gitterbeugungsordnung, $m_g = 0, 1, 2, 3, \dots$

In diesem Aufbau wurde ein Beugungsgitter mit der Gitterkonstante $a \approx 8 \mu\text{m}$ (125 Striche/mm) benutzt. Der einfallende Strahl wird durch das Gitter aufgespalten. Enthält die Strahlung mehrere Wellenlängen, führt dies bei gleicher Beugungsordnung zu unterschiedlichen Beugungswinkeln. Der Winkelunterschied durch verschiedene Wellenlängen bei einer gleichen Beugungsordnung ergibt sich

aus Gl. (2.6) zu

$$\sin\theta_1 - \sin\theta_2 = \frac{m_g}{a} \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (2.7)$$

Je größer die Beugungsordnung m_g ist, desto stärker unterscheiden sich die Beugungsrichtungen der Wellenlängen. Bei höheren Beugungsordnungen nimmt aber deren Lichtintensität ab. Bei der 6. Beugungsordnung ergibt sich ein guter Kompromiß zwischen dem Unterschied der Beugungswinkel und ausreichender Lichtintensität. Die Intensitätsmaxima der 6. Beugungsordnung wurden mit einer CCD-Kamera detektiert und auf dem Bildschirm eines Monitors dargestellt. Es zeigen sich zwei Intensitätsmaxima (Bild 2.4), die gemäß Gl. (2.6) zu den Wellenlängen 1064 nm und 1061 nm führen /2.6/. Wegen der begrenzten Abmessung des Gitters wird die Laserstrahlung auch in vertikaler Richtung gebeugt /2.6/. Da bei der Wellenlänge 1064 nm die Lichtintensität stärker ist, ist der Lichtfleck auf dem Bildschirm durch die Beugung größer.

Die experimentellen Beobachtungen zeigen also, daß bei dem in der Kraftmessung eingesetzten Nd:YAG-Lasern gleichzeitig zwei Wellenlängen existieren können. Dies kann für die Erklärung des experimentell erhaltenen Differenzfrequenzspektrums genutzt werden (Kap. 3.3.4).

2.2.2 Modenspektrum des Nd:YAG-Lasers

Die Nd:YAG-Laserlinien sind durch thermische Gitterschwingungen homogen verbreitert. Die Linienbreite beträgt ca. 100 GHz /2.5/. Innerhalb dieser Linienbreite können mehrere longitudinale und transversale Lasermoden TEM_{mnq} gleichzeitig angeregt werden. Die Indizes mn geben die transversale Modenordnung und q die longitudinale Modenordnung an. Für die Frequenzen der Mode mnq gilt /2.5/:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2 \cdot L_{opt}} \left(q + \pi^{-1} \cdot (m + n + 1) \cdot \arccos \sqrt{g_1 \cdot g_2} \right) \quad (2.8)$$

$$q = 1, 2, 3 \dots \quad g_i = 1 - L_{opt}/R_i \quad i = 1, 2$$

c : Lichtgeschwindigkeit, L_{opt} : optische Länge des Laserresonators. R_1 und R_2 sind die Krümmungsradien der Resonatorspiegel. Bild 2.5 zeigt das Frequenzspektrum der Lasermoden und die frequenzabhängige Verstärkungskurve des Lasers für eine Laserlinie.

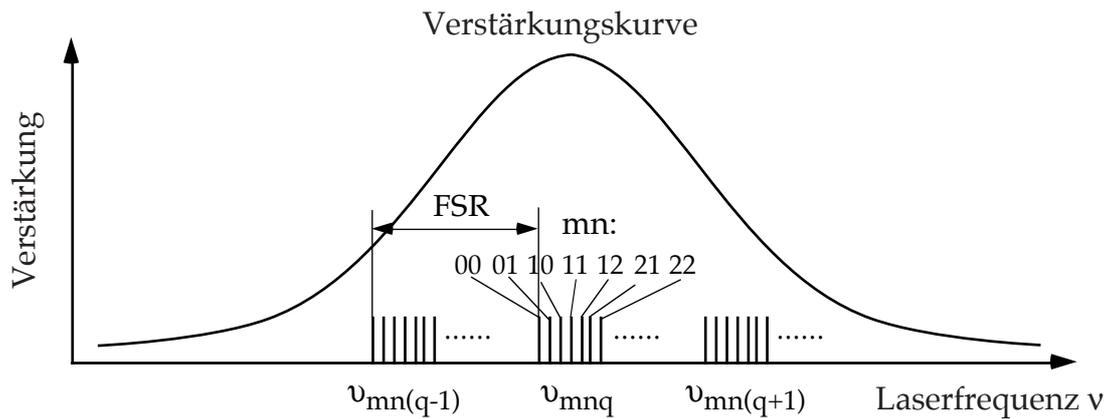


Bild 2.5 Modenspektren und Verstärkungskurve eines Lasers.

Der Frequenzabstand zweier longitudinaler Moden wird als Free Spectral Range (FSR) bezeichnet und beträgt /2.3 - 2.5/

$$\text{FSR} = \frac{c}{2 \cdot L_{\text{opt}}} \quad (2.9)$$

Ohne weitere Maßnahmen für Single-Frequency-Betrieb sind beim Nd:YAG-Laser aufgrund seiner breiten Verstärkungskurve mehrere longitudinale Moden gleichzeitig in Betrieb. Das "spatial hole burning" ist der dominierende Effekt für die Entstehung mehrerer longitudinaler Moden im Festkörperlaser /2.4/.

Beim Pumpen mit einer Laserdiode wird die Pumpstrahlung meist axial in den Nd:YAG-Stab eingestrahlt (Bild 1.1) und mit einem optischen System fokussiert /2.4/. Die Volumenüberdeckung zwischen der Pumpstrahlung und der Lasermode und die Pumpleistung sind die entscheidenden Faktoren für das Auftreten der transversalen Moden. Wegen der günstigen Intensitätsverteilung ist beim Laserbetrieb meistens die TEM₀₀-Mode erwünscht. Um die TEM₀₀-Mode zu erhalten, muß der Fokussdurchmesser der Pumpstrahlung dem Durchmesser der TEM₀₀-Resonatormode entsprechen. Die Durchmesser 2w_i (i=1, 2) der TEM₀₀-Mode an den Resonatorspiegeln hängen von der Resonatorgeometrie ab. Es gilt /2.7/

$$w_i = \frac{\lambda \cdot n_0 \cdot L}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{g_j}{g_i \cdot (1 - g_1 \cdot g_2)}} \quad i, j = 1, 2; i \neq j \quad (2.10)$$

Bild 2.6 zeigt a) die Radien der TEM₀₀-Mode bei einem plankonkaven monolithischen Nd:YAG-Laserresonator mit der Abmessung von ø3×5 mm und b) die nach Gl. (2.10) berechneten TEM₀₀-Modenradien in Abhängigkeit vom Radius des gekrümmten Resonatorspiegels. Die ebene Stirnfläche ist die Einkopplenseite des Nd:YAG-Lasers. Um eine TEM₀₀-Mode zu erhalten, sollte der TEM₀₀-Modendurchmesser 2w₁ auf der Einkopplungsseite dem Durchmesser der Pumpstrahlung

entsprechen. Dies kann durch geeignete Auswahl des Spiegel-Krümmungsradien sichergestellt werden.

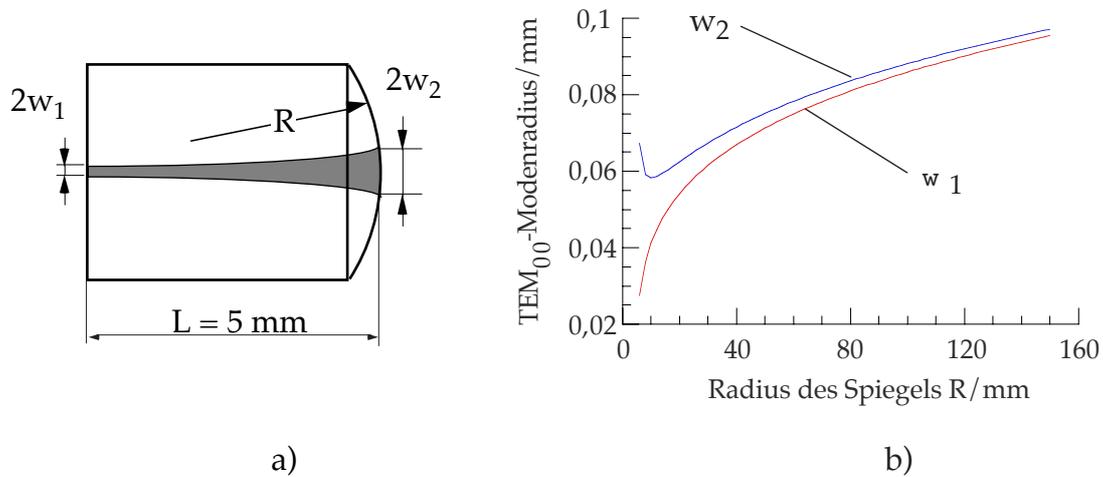


Bild 2.6 a) Plankonkaver monolithischer Laserkristall,
 b) Berechnete Radien der TEM_{00} -Mode auf die Endflächen des Resonators in Abhängigkeit vom Resonatorspiegelradius R .

2.2.3 Polarisation und Differenzfrequenz der Laserstrahlung

Die Polarisation der Laserstrahlung hängt von der optischen Anisotropie im Laserkristall ab. Infolge der optischen Anisotropie im Laserkristall besteht die Laserstrahlung aus zwei linear polarisierten Lichtanteilen, deren Polarisationsrichtungen senkrecht zueinander stehen und parallel zu den mechanischen Hauptachsen sind.

Wegen der kraftabhängigen Brechzahldifferenz Δn haben diese zwei Lichtanteile auch unterschiedliche Laserfrequenzen. Bild 2.7 zeigt das Frequenzspektrum eines optisch anisotropen Laserresonators. x und y bezeichnen die Hauptachsen des Laserkristalls. $\nu_{q,i}$ (wobei $i = 1, 2$) ist die Laserfrequenz der q -ten longitudinalen Mode in Polarisationsrichtung i .

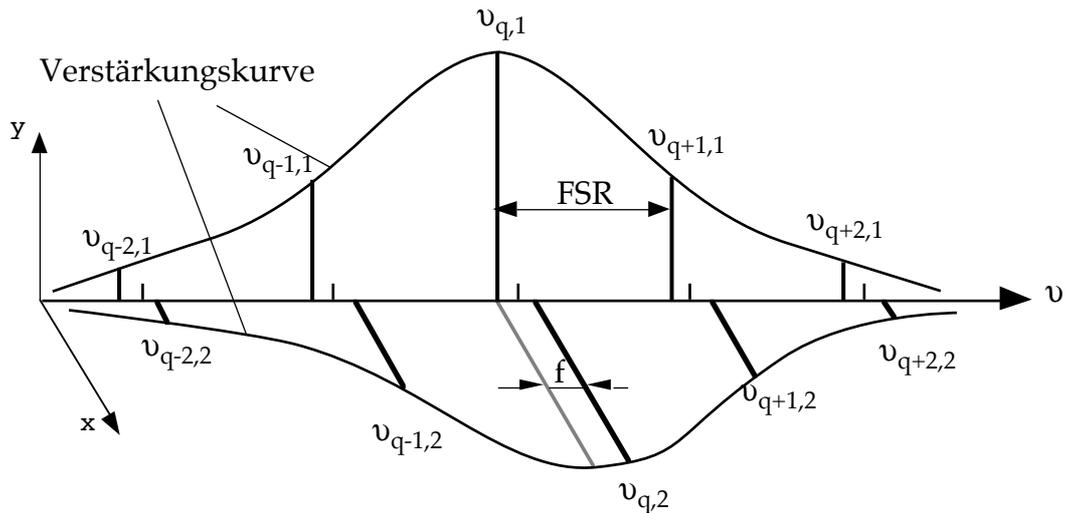


Bild 2.7 Frequenzspektrum eines optisch anisotropen Laserresonators. x- und y-Richtung entsprechen den Hauptachsen des Laserresonators bei TEM₀₀-Mode.

Die Differenzfrequenz f zwischen den orthogonal polarisierten Lasermoden bei der q -ten longitudinalen Mode ergibt sich gemäß der Resonatortheorie aus [2.7] und den Gl. (2.1) - (2.3):

$$f = \frac{\text{FSR} \cdot \Delta}{180^\circ} = \frac{2 \cdot \text{FSR} \cdot L}{\lambda} \cdot \Delta n \quad (2.11)$$

Im resonatorinternen Kraftsensor führt die Kraft F zunächst zu einer Phasendifferenz Δ , die dann eine Differenzfrequenz f des Lasers verursacht. Diese Differenzfrequenz f dient als Ausgangssignal des Kraftsensors.

2.3 Prinzip des Kraftsensors

Der Kraftsensor mit diodengepumptem Nd:YAG-Laser basiert auf dem resonatorinternen photoelastischen Prinzip. Der entsprechende Versuchsaufbau wurde bereits in Bild 1.1 dargestellt.

Als photoelastisches Sensorelement dient ein zylindrischer Nd:YAG-Kristall. Die Stirnflächen des Kristalls werden als ein plankonkaver Laserresonator bearbeitet und dann dielektrisch beschichtet. Die Beschichtung auf der Einkoppelseite zur Pumpquelle wirkt gleichzeitig als Verspiegelungsschicht (Reflexionskoeffizient $> 99,8\%$) für die Laserwellenlänge 1064 nm und als Entspiegelungsschicht (Transmissionskoeffizient $> 99\%$) für die Pumpwellenlänge 808 nm. Die Auskoppelseite ist mit einer Verspiegelungsschicht mit einem Reflexionskoeffizienten von ca. 99% für 1064 nm versehen. Der geringere Reflektionsindex an der Auskoppelseite führt dazu, daß der größte Teil der Laserausgangsleistung an dieser Seite emittiert

wird. Zusammen mit den Bschichtungen bildet der Nd:YAG-Kristall einen monolithischen Laserresonator. Der Nd:YAG-Laser wird mit einer Laserdiode mit einer Wellenlänge von ca. 808 nm optisch gepumpt, welche mit der Absorptionslinie des Nd:YAG-Lasers übereinstimmt. Die Pumpstrahlung wird mit einer Fokussieroptik in den Nd:YAG-Laserstab fokussiert und absorbiert. Der Kristall wird dadurch angeregt und strahlt Laserstrahlung ab.

Zunächst wird hier das Meßprinzip des fehlerfreien resonatorinternen Kraftsensors dargestellt. Wird der Nd:YAG-Laserkristall durch eine Kraft F belastet, entstehen am Durchstrahlpunkt Spannungen im Kristall. Die durch eine konstante Kraft F verursachte Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma$ beträgt /2.10/

$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = k_s \cdot \frac{F}{D \cdot L} \quad (2.12)$$

D: Durchmesser des Laserstabs,
 L: geometrische Länge des Laserstabs,
 k_s : geometrischer Faktor.

k_s hängt von dem Parallelversatz und dem Durchmesser der Laserstrahlung im Kristall, der Geometrie des Kristalls und der mechanischen Kopplung zwischen dem Kristall und dem Kraftführungssystem ab /2.9/. Für einen auf einer ebenen Unterlage liegenden Kristall, in dem der Laser in der Zylinderachse durchstrahlt wird, ist der Faktor k_s gleich $8/\pi$. Liegt der Kristall auf einer V-Nut mit 160° -Öffnungswinkel, beträgt k_s ca. $0,95 \cdot \frac{8}{\pi}$ /2.10/.

Beim monolithischen Sensorkristall entspricht die Dicke t_p des photoelastischen Sensorelementes der geometrischen Länge L des Laserstabs. Einsetzen von Gl. (2.12) in Gl. (2.3) und in Gl. (2.11) liefert für die Differenzfrequenz f

$$f = k_s \cdot \frac{2 \cdot \text{FSR} \cdot C_0}{\lambda \cdot D} \cdot F \quad (2.13)$$

Die Meßempfindlichkeit E_0 ist

$$E_0 = \frac{2 \cdot \text{FSR} \cdot C_0}{\lambda \cdot D} = \frac{v \cdot C_0}{D \cdot n \cdot L} \quad (2.14)$$

Aus Gl. (2.14) erkennt man, daß die Meßempfindlichkeit umgekehrt proportional zu den Abmessungen D , L des Sensorelements ist. Die mit der Meßgleichung (Gl. 2.13) berechneten Kennlinien des Meßsystems mit einem in [111]-Richtung geschnittenen zylindrischen Nd:YAG-Kristall mit verschiedenen Abmessungen sind in Bild 2.9 dargestellt.

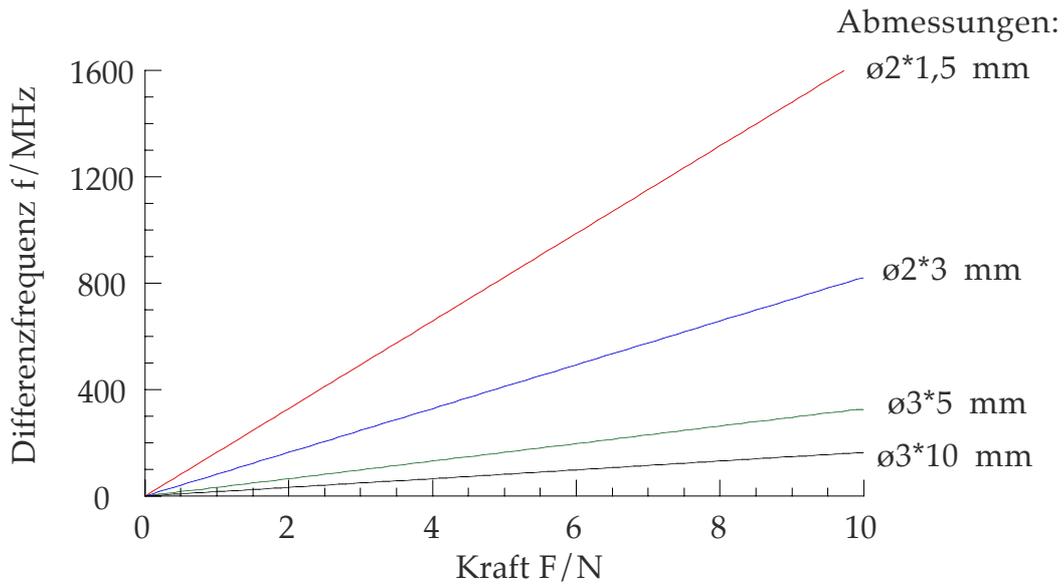


Bild 2.8 Berechnete Kennlinien des Kraftmeßsystems mit in [111]-Richtung geschnittenen zylindrischen Nd:YAG-Einzelkristallen als Sensor-elemente (ebene Unterlage, Kristallmitte durchstrahlt).

Bild 2.8 und Gl. (2.13) zeigen, daß der fehlerfreie Kraftsensor ein lineares Meßsystem ist. Die Differenzfrequenz f als Ausgangssignal ist proportional zu der zu messenden Kraft F . Je kleiner der Kristall ist, desto empfindlicher ist das Meßsystem.

Gl. (2.13) und Bild 2.8 beschreiben das Meßsystem im statischen Fall. In der Praxis wird der Kristall mit einer Kraft \bar{F} z. B. sprungförmig belastet (Bild 2.9 a). Bei einer solchen zeitabhängigen zu messenden Kraft $F(t)$ ist die Differenzfrequenz $f(t)$ ebenfalls zeitabhängig, erreicht jedoch nach einer Einschwingzeit einen statischen Endwert (Bild 2.9 b).

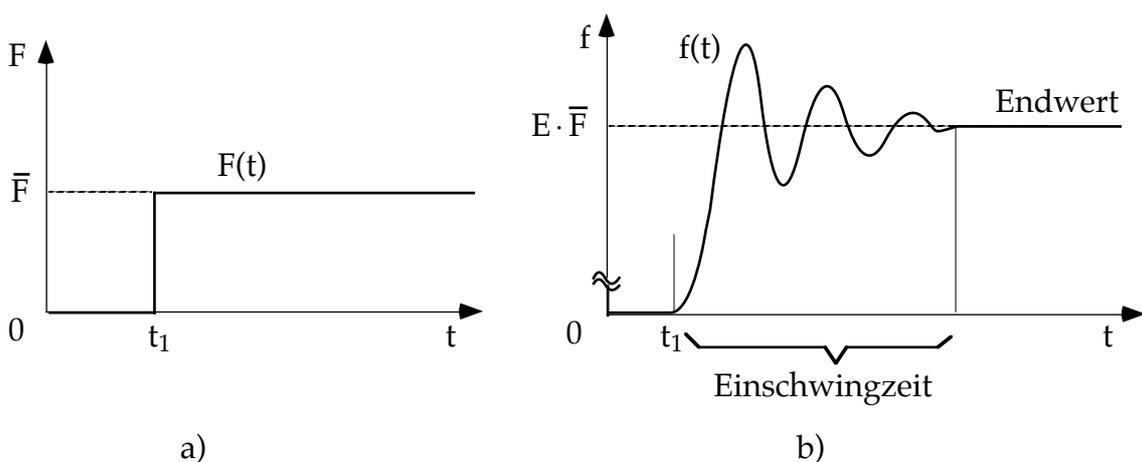


Bild 2.9 a) Eingangssignal $F(t)$
 b) Ausgangssignal $f(t)$ bei sprungförmigen Eingangssignal $F(t)$.

Das dynamische Verhalten des Laser-Kraftsensors ist in /2.11/ dargestellt. Dabei

zeigte sich, daß lediglich der mechanische Aufbau des Kraftsensors berücksichtigt werden muß. Die Wandlung der auf das Sensorelement wirkenden Kraft F in die Differenzfrequenz f ist bis zu Anregungsfrequenzen weit oberhalb 100 kHz unabhängig von der Modulationsfrequenz der Kraft. Der Kraftsensor läßt sich deshalb stark vereinfacht als Masse-Feder-Dämpfer-System betrachten. Für die Übertragungsfunktion $G(s)$ gilt :

$$G(s) = \frac{L\{f(t)\}}{L\{F(t)\}} = \frac{E_0(1 + T_1 \cdot s)}{1 + T_1 \cdot s + T_2^2 \cdot s^2} \quad (2.15)$$

wobei s die komplexe Variable der Laplace-Transformation ist. L bezeichnet die Laplace-Transformation. T_1 und T_2 sind die Zeitkonstanten und hängen von Dämpfung, Masse und Federkonstante ab. E_0 ist die statische Empfindlichkeit des Systems. Für den Endwert des Ausgangssignals $f(t)$ gilt /2.12/

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot X_a(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot L\{f(t)\}] \quad (2.16)$$

Die Laplace-Transformierte einer sprungförmigen Kraft mit der Sprunghöhe \bar{F} ist

$$L\{F(t)\} = \frac{1}{s} \cdot \bar{F} \quad (2.17)$$

Einsetzen von Gl. (2.15, 2.17) in Gl. (2.16) liefert für den Endwert des Ausgangssignals f

$$f = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = E_0 \cdot \bar{F} \quad (2.18)$$

Der Endwert ist das Produkt der Empfindlichkeit E_0 und der zu messenden konstanten Kraft \bar{F} . Im Rahmen dieser Arbeit wird die statische Kraftmessung betrachtet. Zeitabhängigkeiten der Differenzfrequenz f infolge des Einschwingvorganges nach einer Sprungbelastung sollen hier unberücksichtigt bleiben. Die Erfassung zeitabhängiger Kraftsignale ist Gegenstand von Untersuchungen im Rahmen eines weiteren Promotionsverfahrens /2.13/.

Zeitliche Änderungen der Differenzfrequenz bei konstanter Meßkraft treten ausschließlich als Folge von Störgrößenänderungen, z. B. Temperaturänderung auf (siehe Kap. 4). Die Änderungsfrequenz dieser Störgrößen soll klein im Vergleich zur Eigenfrequenz des Versuchsaufbaus bzw. des Nd:YAG-Lasers sein.

3 Einflüsse verschiedener interner Systemparameter auf das Meßverhalten

3.1 Allgemeines

Im letzten Kapitel wurde die statische Kraftmessung mit laseraktiven Nd:YAG-Einzelkristallen beschrieben. Da die Meßbedingungen und der Meßaufbau nie ideal sind, existieren im realen Fall immer Meßfehler. Bild 3.1 zeigt hierzu eine unter ungünstigen Bedingungen aufgenommene Kennlinie des realen Kraftsensors. Zum Vergleich ist in Bild 3.1 auch die fehlerfreie Kennlinie dargestellt.

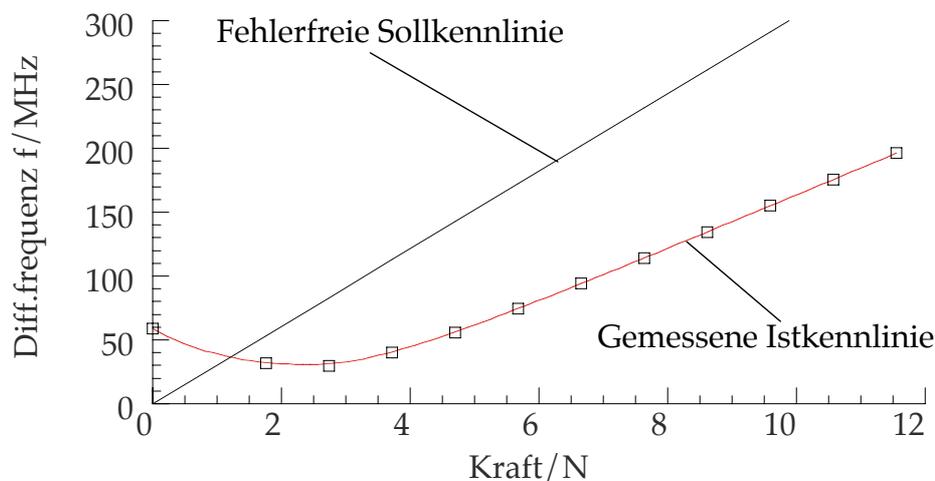


Bild 3.1 Unter ungünstigen Bedingungen mit einem monolithischen Nd:YAG-Laserkristall ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$) gemessene Istkennlinie im Vergleich zur (fehlerfreien) Sollkennlinie.

Die Abweichungen der gemessenen Kennlinie von der theoretischen Kennlinie (Gl. (2.13)) kennzeichnen die Meßfehler dieses Aufbaus. Bei der gemessenen Kennlinie in Bild 3.1 existiert ein Offset, d. h. die Differenzfrequenz für $F = 0$ ist nicht gleich null. Weiterhin ist die gemessene Kennlinie im Bereich kleiner Kräfte nicht linear, im Bereich großer Kräfte weicht die gemessene Empfindlichkeit von ihrem theoretischen Wert ab. Die Größe dieser Abweichungen der gemessenen Kennlinie von der theoretischen Kennlinie hängen von den verschiedenen internen Systemparametern des Meßsystems ab. Aufgabe der nachfolgenden Untersuchungen ist die Beschreibung und Quantifizierung der Fehlereffekte in Abhängigkeit von den internen Systemparametern.

Wie in Bild 1.1 dargestellt, besteht der Kraftsensor aus den Komponenten Pumpquelle, Nd:YAG-Laserkristall-Sensorelement, Kraftführungssystem und Signalauswertung. Die zugehörigen Systemparameter sind:

- Wellenlänge, Leistung und Polarisierung der Pumpquelle,
- Parallelversatz der Lichtstrahlung im Kristall, Restanisotropie, Kristallachsenlage, Nd-Dotierung, Resonatorlänge und Wellenlänge des Nd:YAG-Lasers,
- Federkonstante, Verformung und Offsetlast des Kraftführungssystems,
- Differenzfrequenzdetektion und -auswertung usw.

Bei dem zur Detektion der Differenzfrequenz verwendeten Meßgerät handelt es sich um einen kommerziellen Spektrumanalysator (*hp 8594E*) mit einer maximalen Meßungenauigkeit von 210 Hz /3.1/. Die Meßfehler dieses Gerätes sind sehr klein und werden im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt.

Die in diesen Untersuchungen benutzten Nd:YAG-Sensorelemente sind in Tabelle 3.1 dargestellt.

Tabelle 3.1 Eigenschaften der benutzten monolithischen Nd:YAG-Laserkristalle mit der Abmessung von $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$.

Kennzeichen	Hersteller	R/mm	f_0 /MHz	r/mm
HAM 1	HAM*	160	59	0,59
HAM 2	HAM	160	4	-
HAM 3	HAM	160	16	0,17
HAM 4	HAM	160	7	0,34
VIRGO 1	VIRGO**	10	5	-
VIRGO 2	VIRGO	10	14	-
VIRGO 4	VIRGO	10	12	-
HAM 5	HAM	30	19	0,08
HAM 6	HAM	30	13	0,02
HAM 7	HAM	30	14	0,12
HAM 8	HAM	60	4	0,10
HAM 9	HAM	60	3	0,12

R: Krümmungsradius des Auskoppelspiegels

r: Strahlversatz relativ zur Mittenachse des Kristalls

f_0 : durch die Restanisotropie verursachte Offsetdifferenzfrequenz des Laserkristalls. Die Restanisotropie kann durch Messung der Phasendifferenz Δ im Transmissionsellipsometer /3.2/ bestimmt werden. Da jede Restanisotropie im Kraftsensor in eine Differenzfrequenz umgewandelt wird, wird sie hier durch die gemessene Offsetdifferenzfrequenz f_0 im unbelasteten Fall beschrieben.

*HAM: Hartmetallwerkzeugfabrik Andreas Maier GmbH, Schwendi-Hörenhausen

**VIRGO: VIRGO Optics Inc., Port Richey, Florida, USA

3.2 Pumpquelle

Der Nd:YAG-Laser im Kraftsensor wird mit einer Laserdiode optisch gepumpt. Durch die Wahl des Versorgungsstroms und der Laserdiodentemperatur wird die Leistung und die Wellenlänge des linear polarisierten Pumplichts bestimmt.

3.2.1 Pumpwellenlänge

Die Absorption von Pumpenergie im Nd:YAG-Laserkristall hängt stark von der Wellenlänge der Pumpstrahlung ab /3.3/. Gemäß dem Absorptionsspektrum /3.3/ beträgt die für den Nd:YAG-Laser am besten geeignete Pumpwellenlänge $\lambda_p = 808,6$ nm. Im resonatorinternen Kraftsensor werden Laserdioden mit der Wellenlänge von ca. 808 nm benutzt. Jede Diode hat individuelle Eigenschaften. Die exakte Wellenlänge der Laserdiode hängt von ihrem Versorgungsstrom und von der Temperatur ab /3.4/.

Im Versuchsaufbau des Kraftsensors wird als Pumpquelle eine Monomode-Laserdiode (Typ: Sharp LT016MFO) eingesetzt. Die Laserdiode ist bei 23,6°C temperaturstabilisiert. Die Abhängigkeit der Pumpwellenlänge λ_p vom Versorgungsstrom I_p der im Kraftsensor benutzten Laserdiode wurde vermessen (Bild 3.2 a). Das Meßergebnis zeigt, daß bei einer Änderung des Versorgungsstromes um 1 mA eine Änderung der Wellenlänge λ_p um 0,0066 nm auftritt.

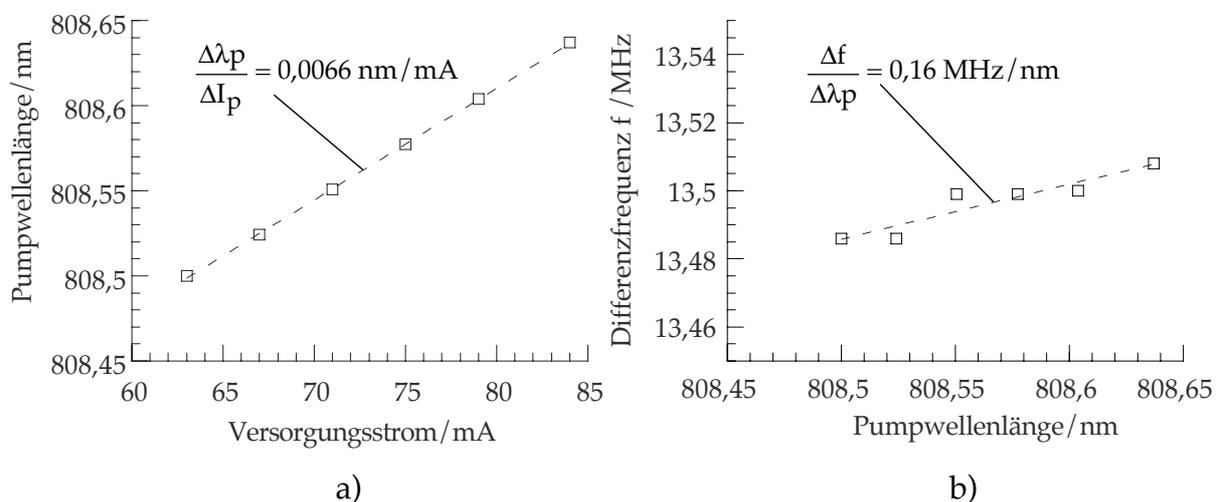


Bild 3.2 Gemessene Abhängigkeit der Pumpwellenlänge λ_p vom Versorgungsstrom I_p (a) und der Differenzfrequenz f von der Pumpwellenlänge λ_p (b) bei der Temperatur von 23,6°C.

Schwankungen des Versorgungsstroms beeinflussen also die Pumpwellenlänge. Es wurde untersucht, wie sich diese Wellenlängenänderung auf die Differenzfrequenz auswirkt. Um die Pumpleistung bei einer Änderung des Versorgungsstroms

konstant zu halten, wurde ein Graukeil als justierbare Lichtdämpfung zwischen der Pumpquelle und dem Nd:YAG-Laser eingesetzt. So wurde die Differenzfrequenz f des Kraftsensors mit einem $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Nd:YAG-Kristall bei unterschiedlichem Versorgungsstrom bzw. bei den unterschiedlichen Pumpwellenlängen gemessen.

Das Meßergebnis zeigt eine Änderung der Differenzfrequenz zur Wellenlänge $\Delta f / \Delta \lambda_p = 0,16 \text{ MHz/nm}$ (Bild 4.2 b). Der Versorgungsstrom der Laserdiode im Kraftsensor ist durch eine Stromstabilisierung so kontrolliert, daß die Änderungen des Versorgungsstromes kleiner als $1 \mu\text{A}$ bleiben /3.5/. Dies führt zu einer Änderung $\Delta \lambda_p$ der Pumpwellenlänge um $6,6 \cdot 10^{-6} \text{ nm}$ und einer Änderung der Differenzfrequenz um 1 Hz. Die Empfindlichkeit des Kraftsensors mit $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Laserkristall beträgt ca. $32,915 \text{ MHz/N}$. Eine Änderung der Differenzfrequenz um 1 Hz entspricht einer Änderung der Meßkraft um ca. $3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$. Durch die Stromstabilisierung wird somit der Einfluß der Pumpwellenlänge auf das Meßverhalten nahezu vollständig beseitigt.

Weiterhin wurde eine Multimode-Laserdiode (Typ: Sony SLD202V-3) als Pumpquelle im Kraftsensor untersucht. Im Vergleich mit der Monomode-Laserdiode ist kein Unterschied bei der Differenzfrequenz und seiner zeitlichen Drift beobachtet worden. Nur der Pumpwirkungsgrad ist bei Verwendung der Multimode-Laserdiode um den Faktor drei geringer.

Aufgrund dieser experimentellen Untersuchungsergebnisse kann der Einfluß der Pumpwellenlänge auf den Kraftsensor vernachlässigt werden.

3.2.2 Pumppolarisation

Die Pumpstrahlung aus der Laserdiode ist nahezu linear polarisiert. Der Einfluß der Pumppolarisationsrichtung auf den Nd:YAG-Laserbetrieb ist bereits früher in der Literatur untersucht worden. In /3.6/ wird gezeigt, daß das Absorptionsspektrum des Nd:YAG-Lasers von der Polarisationsrichtung der Pumpstrahlung abhängt. In /3.7/ wurde festgestellt, daß die auftretenden Wellenlängen des Nd:YAG-Lasers auch von der Pumppolarisation abhängen.

Dieser sog. Pumppolarisationseffekt wurde mit einem gegenüber dem Aufbau in Bild 1.1 leicht modifizierten Versuchsaufbau (Bild 3.2) untersucht. Zur Rotation der Pumppolarisationsrichtung wurde eine $\lambda/2$ -Platte eingesetzt. Wenn die $\lambda/2$ -Platte um Winkel $\beta/2$ gedreht wird, rotiert die Polarisationsrichtung des Lichtes hinter der $\lambda/2$ -Platte um β . Der Nd:YAG-Laserstrahl wird durch einen Strahlteiler in zwei Teilstrahlen mit je 50% der Eingangsleistung getrennt. Ein Teilstrahl führt zur Photodiode, um die Differenzfrequenz f zu detektieren. Der andere Teilstrahl führt

zum Optometer (Typ: S390; United Detector Technology Company (UDT)), um die Leistung der Lasermoden zu messen.

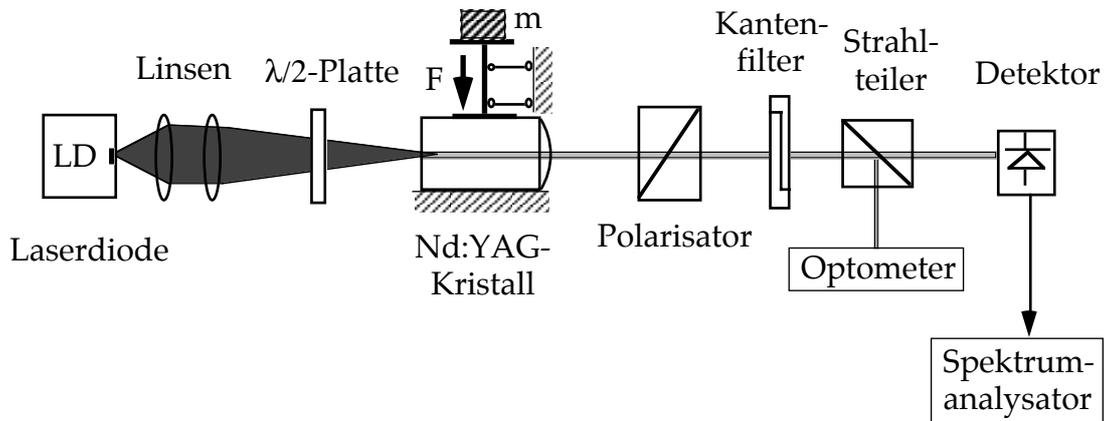


Bild 3.3 Versuchsaufbau für die Untersuchung des Pump polarisationseffektes.

Im Kapitel 2.2 wurde dargestellt, daß die Nd:YAG-Laserstrahlung aus zwei zueinander orthogonalen linear polarisierten Moden besteht. Die Leistungen der orthogonalen Moden des Nd:YAG-Lasers werden im folgenden mit P_s und P_w bezeichnet. Die Modenleistungen P_s und P_w können dadurch gemessen werden, daß die Durchlaßrichtung des Polarisators parallel zu den Polarisationsrichtungen der Nd:YAG-Laserstrahlung eingestellt wird.

Bild 3.4 zeigt die beobachtete Abhängigkeit der Modenleistungen und der Differenzfrequenz von der Pump polarisationsrichtung.

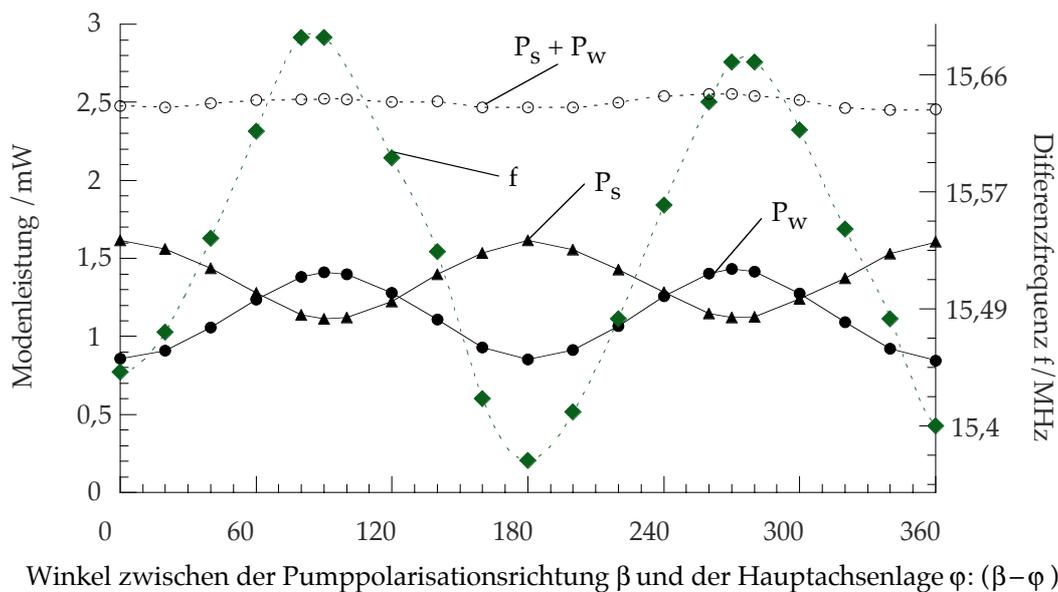


Bild 3.4 Modenleistungen P_s , P_w und die Differenzfrequenz f in Abhängigkeit vom Winkel zwischen der Pump polarisationsrichtung β und der Hauptachsenlage φ (HAM 3, unbelastet).

Die Leistungen der beiden zueinander orthogonalen Moden des Nd:YAG-Lasers hängen stark von der Polarisationsrichtung der Pumpquelle ab. Beide Modenleistungen ändern sich bei Drehung der Pumppolarisationsrichtung periodisch. Die Änderungstendenzen der P_s und P_w sind gegenläufig, d.h. wenn die Leistung der Mode P_s zunimmt, nimmt die Leistung der Mode P_w ab. Die Gesamtleistung $P_s + P_w$ ist annähernd stabil. Die Differenzfrequenz f ändert sich ebenfalls um ca. 300 bis 400 kHz. Die Abhängigkeiten der Modenleistungen und der Differenzfrequenz haben eine Periode von 180° bei der Drehung der Pumppolarisationsrichtung. Die horizontale Achse in Bild 3.4 bezeichnet die Drehung der Pumppolarisationsrichtung bzw. den Winkel zwischen der Pumppolarisationsrichtung und der Hauptachse des Nd:YAG-Laserkristalls. Bei 0° , 90° , 180° usw., d.h. wenn die Pumppolarisationsrichtung parallel oder senkrecht zu den Hauptachsen des Kristalls liegt, erreichen die Modenleistungen und die Differenzfrequenz ihre Extremwerte. Dieser Polarisationsseffekt wird bei allen Kristallen beobachtet und ist unabhängig von der Belastung des Kristalls. Er verursacht im Kraftsensor eine Offsetdifferenzfrequenz, die vom Winkel zwischen der Polarisationsrichtung β der Pumpquelle und der Hauptachsenlage φ abhängig ist. Nach den Meßergebnissen in Bild 3.4 erfüllt die durch die Pumppolarisationsrichtung verursachte Differenzfrequenzänderung $\Delta f(\beta)$ folgende Gleichung:

$$\Delta f(\beta) = \Delta f_p \cdot \sin^2(\beta - \varphi) \quad (3.1)$$

Δf_p : Änderungsamplitude der Differenzfrequenz durch den Pumppolarisationsseffekt,

β : Pumppolarisationsrichtung.

Diese Abhängigkeit der Modenleistungen und der Differenzfrequenz von der Pumppolarisationsrichtung im Nd:YAG-Laser ist in der bekannten Fachliteratur nicht beschrieben. Eine theoretische Erklärung dieses Effektes ist derzeit nicht bekannt.

3.2.3 Pumpleistung

Ein Teil der Pumpleistung wird im Laserkristall in Wärme umgewandelt. Hierdurch entsteht im Kristall ein Temperaturprofil bzw. ein Temperaturgradient [3.8]. Der Temperaturgradient im Kristall verursacht thermische Spannungen.

Gemäß dem photoelastischen Effekt wird durch diese thermischen Spannungen eine Brechzahldifferenz bzw. eine Phasendifferenz im Kristall hervorgerufen. Dies führt zu einer Differenzfrequenzänderung im Kraftsensor. In [3.9] wurde bereits der thermische Effekt der Pumpstrahlung im Laserkristall theoretisch untersucht. Die

durch Pumpen erzeugte thermische Spannung bzw. die Differenzfrequenz ist von der Pumpleistung und von der Abweichung der Laserstrahlmitte von der Pumpstrahlmitte abhängig. Bei konzentrischer Justierung des Pumpstrahls und des Laserstrahls verschwindet dieser Effekt auch bei sehr hohen Pumpleistungen.

Gemäß der Untersuchung in /3.9/ ist der durch das Pumpen verursachte thermische Effekt im Kraftsensor sehr klein. Im Kraftsensor mit einem monolithischen Kristall ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$) wird eine Laserdiode mit Ausgangsleistung von maximal 30 mW benutzt. Die benötigte Pumpleistung beträgt ca. 10 mW. Der Fokusbereich der Pumpstrahlung auf der Einkoppelseite des Nd:YAG-Lasers beträgt ca. $200 \mu\text{m}$. Wird der Kristall mittig gepumpt und weicht die Nd:YAG-Laserstrahlmitte um 0,05 mm von der Kristallmitte ab, verursacht der thermische Effekt eine Differenzfrequenz von ca. 27 kHz. Dies entspricht bei einem $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall einer zu messenden Kraft von ca. 0,9 mN.

Da Temperatur und Versorgungsstrom der Laserdiode im Kraftsensor stabilisiert werden, bleibt die Pumpleistung konstant. Deshalb ändert sich eine durch die thermische Spannung möglicherweise verursachte Differenzfrequenz nicht.

Die durch den thermischen Effekt der Pumpstrahlung verursachte Differenzfrequenzänderung ist sowohl klein als auch konstant. So kann im Kraftsensor der Einfluß der Pumpleistung auf das Meßverhalten vernachlässigt werden.

3.3 Das Nd:YAG-Sensorelement

3.3.1 Parallelversatz der Laserstrahlung im Kristall

Der im Kraftsensor verwendete Nd:YAG-Kristall hat eine zylindrische Form. Durch die Form der Endflächen - eine plane und eine konkave Endfläche - wird ein stabiler Resonator gebildet. Der Laserstrahl befindet sich im Kristall der Linie entlang, die durch den Mittelpunkt des Radius der konvexen Endfläche führt und senkrecht auf der planen Endfläche des Resonators steht (Bild 3.5). Bei den für die Untersuchungen verwendeten Kristallen ist laut Herstellerspezifikation die Abweichung der Orthogonalität der planen Endfläche zur Mantelfläche des Kristalls kleiner als $0,05^\circ$. Es tritt deshalb nur eine vernachlässigbar kleine Verkippung des Laserstrahls auf.

Durch Ungenauigkeiten bei der mechanischen Bearbeitungen weicht i. a. die Lage P des Krümmungsmittelpunktes der konvexen Endfläche von der Mittelachse des Kristalls ab. Deshalb ergibt sich ein Parallelversatz der Laserstrahlung gegenüber der Mittelachse (Bild 3.5). Der Parallelversatz der Laserstrahlung im Kristall wird hier im

Die mechanische Hauptspannung hat eine bestimmte Richtung. Die Lage von σ_1 hier als φ_m bezeichnet. Es gilt /3.11/:

$$\tan(2 \cdot \varphi_m) = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (3.4)$$

Nach Einsetzen von Gl. (3.2) in Gl. (3.3) ergibt sich die Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ zu

$$\Delta\sigma_m = \frac{8 \cdot F}{\pi \cdot L} \cdot \frac{D \cdot (D^2 - 4 \cdot r^2)}{D^4 + 16 \cdot r^4 + 8 \cdot D^2 \cdot r^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta)} \quad (3.5)$$

Strahlt der Laser exakt in der Kristallmittelachse, d. h. $r = 0$, liefert Gl. (3.5):

$$\Delta\sigma_{m(r=0)} = \frac{8 \cdot F}{\pi \cdot D \cdot L} \quad (3.6)$$

Diese Gleichung führt auf die Sollempfindlichkeit des Meßsystems.

Die Abhängigkeit der normierten Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m / \Delta\sigma_{m(r=0)}$ vom Parallelversatz (r, θ) der Laserstrahlung im Kristall zeigt Bild 3.6.

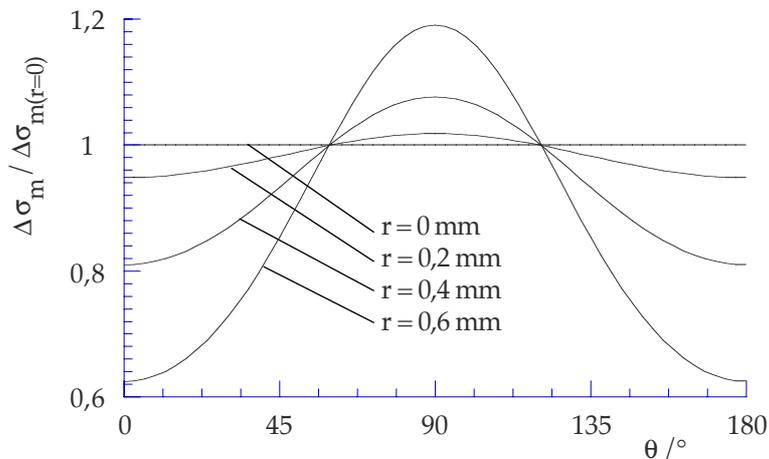


Bild 3.6 Abhängigkeit der durch die mechanische Belastung verursachten normierten Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m / \Delta\sigma_{m(r=0)}$ vom Parallelversatz (r, θ) der Nd:YAG-Laserstrahlung ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall).

Einsetzen von Gl. (3.2) in Gl. (3.4) ergibt die mechanische Hauptachsenrichtung φ_m

$$\varphi_m = \frac{1}{2} \text{Arctan} \left[\frac{-2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{D^2}{4} + r^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta) \right) \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{\left(\frac{D}{2} \right)^4 + 2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta) + r^4 \cdot \cos(4 \cdot \theta)} \right] \quad (3.7)$$

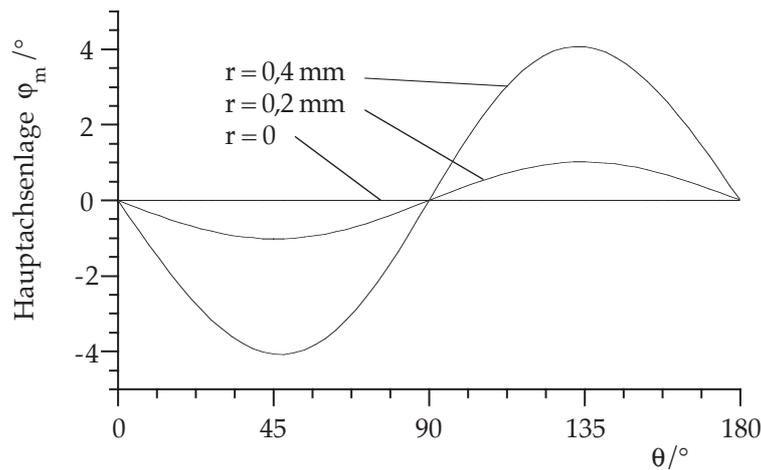


Bild 3.7 Hauptachsenrichtung φ_m in Abhängigkeit vom Parallelversatz (r, θ) der Nd:YAG-Laserstrahlung ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall).

Je größer die Abweichung der Laserstrahlung von der Kristallmitte ist, desto stärker hängt die Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ und ihre Richtung φ_m von der Winkellage θ ab. Strahlt der Laser genau durch die Kristallmitte, d. h. $r = 0$, ist $\Delta\sigma_{m(r=0)}$ unabhängig von der Winkellage θ und die Hauptachsenrichtung ist gleich null.

3.3.2 Restanisotropie des Laserkristalls

Durch die mechanische Bearbeitung, die Nd-Dotierung und die dielektrische Beschichtung ist der Laserkristall auch ohne Last bereits optisch anisotrop.

Die Beschichtung des Nd:YAG-Laserresonators besteht aus Paaren aus je einer Schicht mit niedrigem und einer Schicht mit hoher Brechzahl. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Kristallen wurden die Beschichtungen entweder durch Aufdampfen (Kristalle HAM 1 - 4) oder durch Sputtern (Kristalle HAM 5 - 9) aufgebracht. Zur Beschreibung dieser Beschichtungsverfahren siehe z. B. /3.18/. Je nach dem Herstellverfahren sind 15 Schichtpaare (Sputtern) - 60 Schichtpaare (Aufdampfen) erforderlich, um einen ausreichend hohen Reflexionskoeffizienten zu erreichen. Als Schichtmaterialien werden SiO_2 bzw. Metalloxide verwendet /3.17/. Die Phasendifferenz Δ in Beschichtungen wurde in /3.19/ untersucht. Für Beschichtungen mit extrem hohen Reflexionskoeffizienten $> 0,999969$ wurden Phasendifferenzen kleiner als 2×10^{-7} rad bis 2×10^{-6} rad pro Reflexion. Für Beschichtungen mit nicht ganz so hohen Reflexionskoeffizienten ($\approx 0,99$) werden Phasendifferenzen in der Größenordnung von 10^{-4} - 10^{-3} rad pro Reflexion angegeben. Eine Phasendifferenz von 10^{-4} rad entspricht bei einem 5 mm langen Nd:YAG-Laserkristall einer Differenzfrequenz von 5,2 MHz. Auf Grund der

thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Kristalls und der Schichtmaterialien ist es naheliegend, daß die Anisotropie in der Beschichtung temperaturabhängig ist.

Die Phasendifferenz Δ_0 des im Kraftsensor verwendeten Kristalls (beschichtet) wurde mit einem Transmissionsellipsometer vermessen. Bild 3.7 zeigt das Meßergebnis der Rastermessung eines Nd:YAG-Kristalls (HAM 2) bei der Wellenlänge $\lambda = 633 \text{ nm}$.

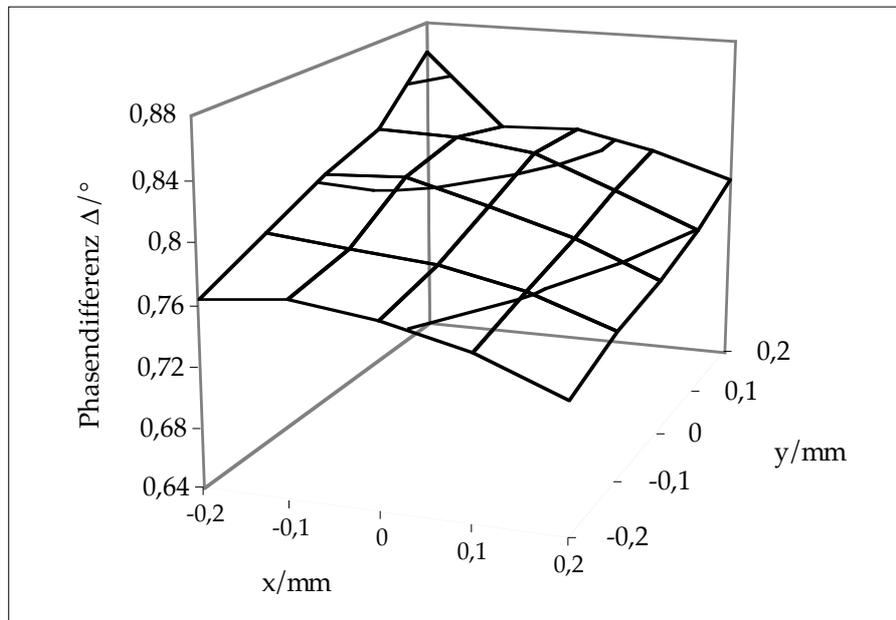


Bild 3.7 Rastermessung der Phasendifferenz mit einem Transmissionsellipsometer bei $\lambda = 633 \text{ nm}$ (HAM 2).

Die Phasendifferenz Δ_0 ist im Kristall ortsabhängig.

□ Die gemessene Phasendifferenz Δ_0 der Kristalle HAM 2, 3, 4, die durch Aufdampfen beschichtet wurden, ist um den Faktor 6 bis 10 größer als die aus der gemessenen Offsetdifferenzfrequenz berechnete Phasendifferenz. Die Phasendifferenzen Δ_0 von Kristalle HAM 6 - 9, die durch Sputtern beschichtet sind, stimmt recht gut mit der aus der gemessenen Offsetdifferenzfrequenz berechnete Phasendifferenz überein. Dies bedeutet, daß durch Aufdampfen mehr Doppelbrechung in den Beschichtungen hervorgerufen wird als durch Sputtern. Bezüglich des Temperatureffektes zeigen die Messungen von Kristallen mit beiden Beschichtungsverfahren keinen Unterschied.

Weiterhin wurde beobachtet, daß sich die Offsetdifferenzfrequenz f_0 im Laufe der Zeit verkleinert. Beispielsweise betrug die Offsetdifferenzfrequenz f_0 von Kristall HAM 3 im Jahr 1995 ca. 16,2 MHz, im Jahr 1996 ca. 15 MHz und im Jahr 1999 ca. 13,3 MHz. Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 von Kristall HAM 1 änderte sich im Zeitraum von 1995-1999 von 59,9 MHz auf 59,2 MHz. Die zeitliche Änderung der Offsetdifferenzfrequenz ist unabhängig von ihrem absoluten Betrag und von Kristall

zu Kristall unterschiedlich.

Wird der Kristall belastet, verursacht die mechanische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ die Phasendifferenz Δ_m . Die Phasenanisotropien (Δ_0, φ_0) und (Δ_m, φ_m) überlagern sich und bilden eine resultierende Anisotropie (Δ, φ) . Für die resultierende Phasendifferenz Δ und ihre Hauptachsenrichtung φ gilt /3.9/:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_m^2 + \Delta_0^2 + 2 \cdot \Delta_m \cdot \Delta_0 \cdot \cos(2 \cdot (\varphi_m - \varphi_0))}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left[\frac{\Delta_0 \cdot \sin 2\varphi_0 + \Delta_m \cdot \sin 2\varphi_m}{\Delta_0 \cdot \cos 2\varphi_0 + \Delta_m \cdot \cos 2\varphi_m} \right] \quad (3.8)$$

φ_0 : Hauptachsenrichtung der Restanisotropie.

Der Kraftsensor liefert die Differenzfrequenz f infolge der resultierenden Phasendifferenz Δ . Einsetzen von Gl. (3.8) in Gl. (2.11) liefert in diesem Fall:

$$f = \sqrt{(E_0 \cdot F)^2 + f_0^2 + 2 \cdot (E_0 \cdot F) \cdot f_0 \cdot \cos(2 \cdot (\varphi_m - \varphi_0))} \quad (3.9)$$

Die Differenzfrequenz f des Kraftsensors hängt somit nicht nur von der zu messenden Kraft F ab, sondern auch von der durch die Restanisotropie verursachten Differenzfrequenz f_0 und dem Winkel $(\varphi_m - \varphi_0)$ zwischen der mechanischen Hauptachsenrichtung und der Hauptachsenrichtung der Restanisotropie. Als Beispiel zeigt Bild 3.8 nach Gl. (3.9) gerechnete Kennlinien eines Nd:YAG-Kristalls ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$) mit einer Offsetdifferenzfrequenz $f_0 = 16 \text{ MHz}$ (entspricht f_0 von Kristall HAM 3). Es wurde in Bild 3.8 angenommen, daß der Laser durch die Kristallmitte strahlt.

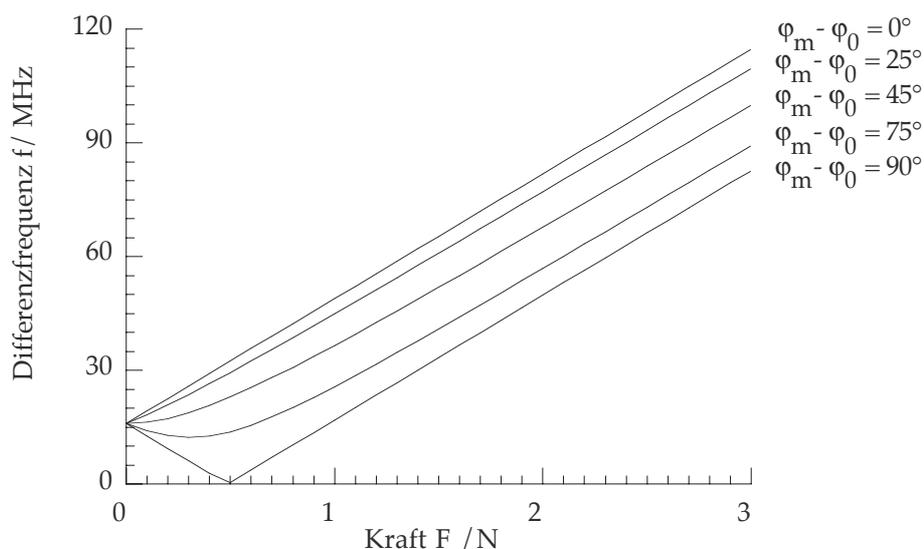


Bild 3.8 Kennlinien des Nd:YAG-Kristalls ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$) mit der Offsetdifferenzfrequenz $f_0 = 16 \text{ MHz}$.

Gl. (3.9) und Bild 3.8 zeigen, daß durch eine Restanisotropie im Kristall Nichtlinearitäten und ein Kennlinienoffset entstehen können. Die Meßempfindlichkeit hängt im Bereich kleiner Kräfte stark vom Winkel $(\varphi_m - \varphi_0)$ ab. Im Fall $(\varphi_m - \varphi_0) = 0^\circ$ führt Gl. (3.9) zu

$$f = E_0 \cdot F + f_0 \quad (3.10)$$

Bei $(\varphi_m - \varphi_0) = 90^\circ$ ist:

$$f = E_0 \cdot F - f_0$$

Dies sind zwei lineare Meßgleichungen. Die durch die Restanisotropie verursachte Nichtlinearität kann also dadurch beseitigt werden, indem eine Hauptachsenrichtung der Offsetanisotropie parallel oder senkrecht zu einer Hauptachsenlage der durch die Kraft F verursachten Anisotropie ausgerichtet wird.

3.3.3 Kristallachsenlage

Kap. 2.1.2 ergab, daß die photoelastische Konstante C_0 von der rotatorischen Kristalllage um die z -Achse abhängt. Es ist erwünscht, daß der Kristall im Kraftsensor exakt in $[111]$ -Richtung geschnitten ist, da in diesem Fall die photoelastische Konstante C_0 richtungsunabhängig ist.

Durch Ungenauigkeiten der mechanischen Bearbeitung gibt es bei realen Kristallen immer eine Abweichung der $[111]$ -Richtung von der Durchstrahlrichtung (z -Richtung in Bild 2.2b). Bild 3.9 zeigt eine von $[111]$ -Richtung abweichende Durchstrahlrichtung mit dem Kippwinkel χ und der Kipprichtung ϕ . x_1 , x_2 und x_3 bilden das Kristallkoordinatensystem (siehe Anhang 7.1).

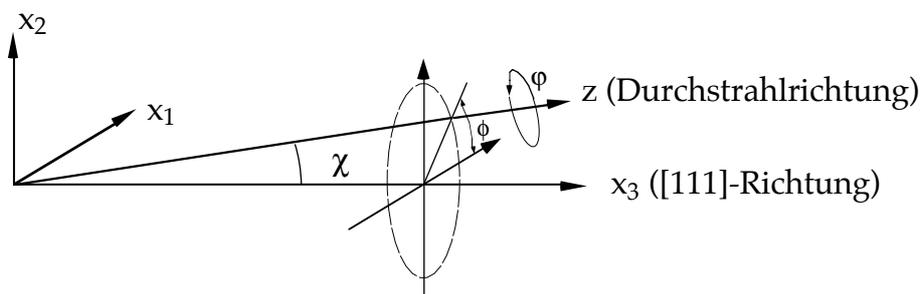


Bild 3.9 Darstellung des Kippwinkels χ und der Kipprichtung ϕ der Zylinderachse

Zur Vermessung des Kippwinkels χ stand bisher kein geeignetes Meßverfahren zur Verfügung. Aus diesem Grund habe ich ein neues Meßverfahren zur Vermessung von χ auf Basis der Röntgendiffraktometrie entwickelt. Das Meßprinzip ist in

Kapitel 7.4 ausführlich erläutert. Mit einem Röntgendiffraktometer (Typ. D5000, Fa. Siemens) werden die Winkellagen der Intensitätsmaxima des von der Netzebene des Kristallgitters reflektierten Röntgenstrahls in der xz - und yz -Ebene detektiert. Die Winkellagen liefern die Werte der Projektionen des Kippwinkels χ auf die xz - und yz -Ebene. Der Kippwinkel χ kann durch seine Projektionen in xz - und yz -Ebene berechnet werden. Es wurden die Kristalle HAM 1, HAM 3, und HAM 4 und VIRGO 1 vermessen. Der Kristall HAM 5 stand zum Zeitpunkt der Messungen noch nicht zur Verfügung. Es ergaben sich die folgenden Meßergebnisse.

Tabelle 3.2 Meßergebnisse des Kippwinkels χ für verschiedene Kristalle

Kristall	Kippwinkel $\chi / ^\circ$
HAM Kristall 1	1,49 °
HAM Kristall 3	0,80 °
HAM Kristall 4	1,35 °
VIRGO Kristall 1	0,32 °

Weicht die Zylinderachse von der $[111]$ -Richtung ab, wird die photoelastische Konstante C_0 gegenüber dem Wert $C_{0[111]}$ verändert. Die photoelastische Konstante C_0 bei einer von $[111]$ -Achse abweichenden Richtung wurde mathematisch mit Hilfe von Matrizen Transformationen untersucht (siehe Anhang 7.1). Bei einer von $[111]$ -Richtung abweichenden Zylinderachse hängt die photoelastische Konstante C_0 von der Abweichung χ , der Kipprichtung ϕ und der Rotationslage φ ab. φ ist die Rotationslage der Hauptspannung in der Ebene senkrecht zur Durchstrahlrichtung (siehe Bild 2.2).

$$C_0 = C_0(\phi, \varphi, \chi) \quad (3.11)$$

Gl. (3.11) ist zu umfangreich, um explizit schriftlich dargestellt zu werden. Bild 3.10 zeigt stattdessen numerisch berechnete Werte des Verhältnisses $C_0 / C_{0[111]}$ in Abhängigkeit von χ, ϕ, φ . Das Verhältnis $C_0 / C_{0[111]}$ wird im folgenden als relative photoelastische Konstante bezeichnet.

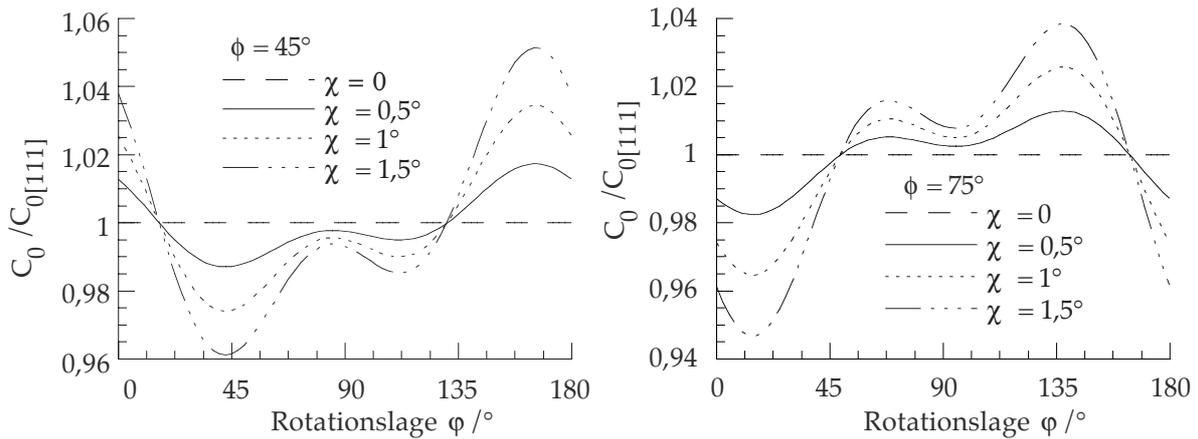


Bild 3.10 Numerisch berechnete Abhängigkeit der relativen photoelastischen Konstante $C_0 / C_{0[111]}$ von ϕ, χ und ϕ .

Die Abhängigkeit der relativen photoelastischen Konstante $C_0 / C_{0[111]}$ von ϕ und ϕ ist periodisch. Eine Periode der Rotationslage ϕ beträgt 180° . Je größer die Abweichung der Kristallachse von der $[111]$ -Richtung ist bzw. je größer der Winkel χ ist, desto stärker hängt die relative photoelastische Konstante $C_0/C_{0[111]}$ von der Rotationslage ϕ ab. Diese Abhängigkeit wird auch von der Kipprichtung ϕ beeinflusst. Beispielsweise hat $C_0/C_{0[111]}$ bei $\phi = 45^\circ$ eine andere Abhängigkeit von ϕ als bei $\phi = 0^\circ$.

Aus Gl. (2.14) ergibt sich, daß die Meßempfindlichkeit proportional zur photoelastischen Konstante C_0 ist. Je größer die Kristallachsenabweichung χ von der $[111]$ -Richtung ist, desto stärker schwankt die Empfindlichkeit mit der Rotationslage. Diese Abhängigkeit bei den dem HAM 1, 3, 4 und VIRGO Kr. 1 entsprechenden Kippwinkeln ist in Bild 3.11 dargestellt.

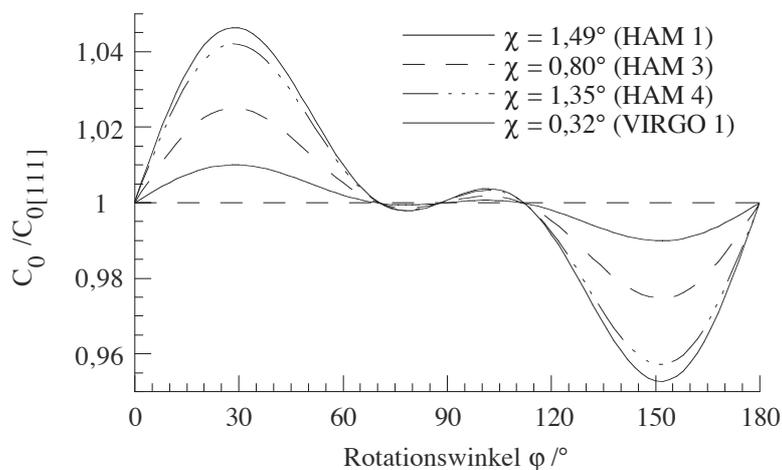


Bild 3.11 Numerisch berechnete Abhängigkeit der relativen photoelastischen Konstante $C_0/C_{0[111]}$ beim Kippwinkel der realen Kristalle ($\phi = 0^\circ$).

In einer Periode (180°) der Kristallrotation ändert sich die photoelastische Konstante C_0 bzw. die Meßempfindlichkeit E beim Kristall mit dem Kippwinkel $\chi = 0,32^\circ$ um ca. 2%. Bei $\chi = 1,49^\circ$ beträgt die Änderung von C_0 bzw. E in einer Periode ca. 9%. Durch die Abweichung der Kristallachse von [111]-Richtung bzw. den Kippwinkel χ wird eine Änderung der Meßempfindlichkeit E verursacht, je nachdem in welcher Rotationslage ϕ der Kristall im Kraftsensor eingebaut ist.

3.3.4 Laserbetrieb

Durch den Laserbetrieb wird die optische Anisotropie im Kristall in unterschiedliche Laserfrequenzen bzw. in die Differenzfrequenz umgewandelt. In diesem Kapitel wird die Abhängigkeit der Differenzfrequenz f von der Emissionswellenlänge λ und der Resonatorlänge L des Nd:YAG-Lasers untersucht.

Gemäß der Lasertheorie gilt für die Laserfrequenz ν /3.8/

$$\nu = q \cdot \text{FSR} \quad (3.12)$$

q ist die Ordnung der am nächsten an der Mitte der Verstärkungslinie gelegenen longitudinalen Mode und beträgt /3.8/

$$q = \text{Round} \left[\frac{L_{\text{opt}}}{\lambda_0 / 2} \right] \quad (3.13)$$

L_{opt} : optischer Resonatorlänge. λ_0 : Emissionswellenlänge des Nd:YAG-Lasers.

Round ist eine mathematische Funktion und liefert den auf eine ganze Zahl gerundeten Wert der Eingangsgröße.

Für den monolithischen Nd:YAG-Laser gilt:

$$q = \text{Round} \left[\frac{2 \cdot n \cdot L}{\lambda_0} \right] \quad (3.14)$$

n ist die Brechzahl des Nd:YAG-Kristalls.

Einsetzen von Gl. (2.9) in Gl. (3.12) liefert für die Laserfrequenz ν :

$$\nu = q \cdot \frac{c}{2 \cdot n \cdot L} \quad (3.15)$$

Gl. (3.15) stellt die Abhängigkeit der Laserfrequenz ν von der Brechzahl n dar. Die Brechzahlen n_1 und n_2 in den Hauptachsen der optischen Anisotropie verursachen zwei Laserfrequenzen ν_1 und ν_2 . Nach Gl. (3.15) beträgt die Differenzfrequenz f :

$$f = \nu_1 - \nu_2 = q \cdot \frac{c}{2 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot L} \cdot (n_2 - n_1) \quad (3.16)$$

Einsetzen von der Näherung $n_1 \cdot n_2 \approx n_0^2$ und Gl. (2.1) in Gl. (3.16) liefert

$$f = \nu_1 - \nu_2 = q \cdot \frac{c \cdot C_0}{2 \cdot n_0^2 \cdot L} \cdot \Delta\sigma \quad (3.17)$$

Bei einem zylindrischen und in der Mitte durchgestrahlten Kristall gilt mit Gl. (2.12) für die Differenzfrequenz f

$$f = \nu_1 - \nu_2 = q \cdot \frac{c \cdot C_0 \cdot k_s}{2 \cdot n_0^2 \cdot L^2 \cdot D} \cdot F \quad (3.18)$$

Da der Unterschied zwischen n_1 und n_2 im Kraftsensor sehr klein ist, besitzen ν_1 und ν_2 die gleiche longitudinale Ordnung q :

$$q = \text{Round}\left[\frac{2 \cdot n_1 \cdot L}{\lambda_0}\right] = \text{Round}\left[\frac{2 \cdot n_2 \cdot L}{\lambda_0}\right] \approx \text{Round}\left[\frac{2 \cdot n_0 \cdot L}{\lambda_0}\right]$$

Mit Gl. (3.18) führt dies zu

$$f = \nu_1 - \nu_2 = \text{Round}\left[\frac{2 \cdot n_0 \cdot L}{\lambda_0}\right] \cdot \frac{c \cdot C_0 \cdot k_s}{2 \cdot n_0^2 \cdot L^2 \cdot D} \cdot F \quad (3.19)$$

Die Differenzfrequenz f hängt von der Resonatorlänge L des Nd:YAG-Lasers ab. Bild 3.12 stellt beispielsweise die nach Gl. (3.19) numerisch berechnete Abhängigkeit der Differenzfrequenz f von der Resonatorlänge L bei der Meßkraft $F = 1 \text{ N}$ dar. Es wird hier angenommen, daß die anderen Parameter im Kraftsensor konstant sind.

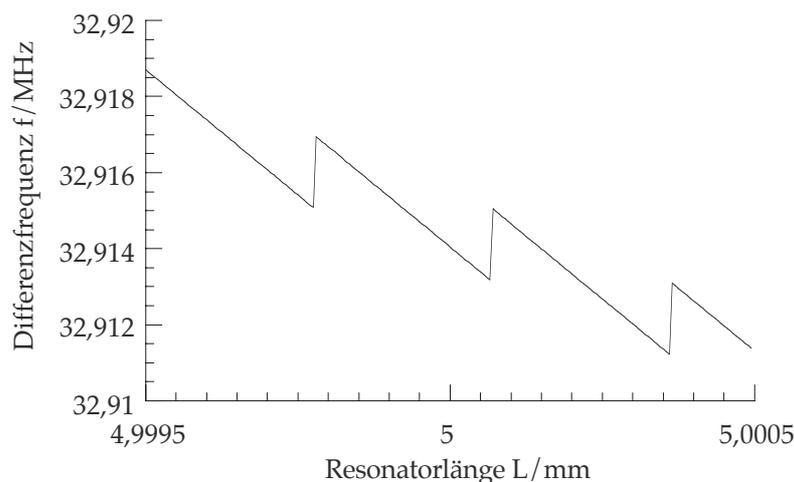


Bild 3.12 Differenzfrequenz f in Abhängigkeit von der Resonatorlänge L bei $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$, Durchmesser $D = 3 \text{ mm}$ und $F = 1 \text{ N}$.

Wird die Resonatorlänge L geändert, verändert sich die Differenzfrequenz f bei einer

konstanten Meßkraft F . Diese Abhängigkeit ist diskontinuierlich.

Durch die Näherung

$$\text{Round}\left[\frac{2 \cdot n \cdot L}{\lambda_0}\right] \approx \frac{2 \cdot n \cdot L}{\lambda_0}$$

ergibt sich aus Gl. (3.19) für zwei unterschiedliche Emissionswellenlängen λ_{01} und λ_{02} :

$$\frac{\lambda_{01}}{\lambda_{02}} = \frac{f_2}{f_1} \quad (3.20)$$

wobei f_1, f_2 die entsprechende Differenzfrequenzen des Kraftsensors bei den Emissionswellenlängen λ_{01} und λ_{02} sind.

Im Kap. 2.2.1 wurden die Wellenlängen der Nd:YAG-Laserstrahlung untersucht. Es zeigte sich, daß in der Laserstrahlung gleichzeitig zwei Wellenlängen von ca. 1064 nm und 1061 nm existieren. Die diesen Wellenlängen entsprechenden Differenzfrequenzen im Kraftsensor wurden mit einem Spektrumanalysator detektiert und sind in Bild 3.13 dargestellt.

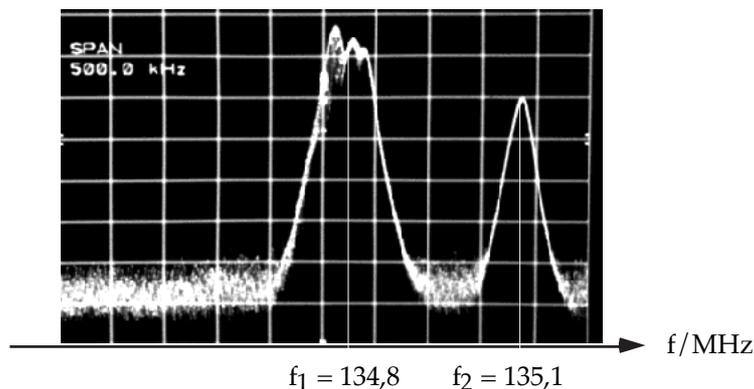


Bild 3.13 Mit einem Spektrumanalysator gemessene Differenzfrequenzspektrum der Laserstrahlung mit zwei Wellenlängen (HAM 1).

Die horizontale Achse in Bild 3.15 ist die Frequenzachse. Die vertikale Achse bezeichnet die Mischsignalleistung. Es sind zwei Maxima vorhanden. Das linke Maximum entspricht der Differenzfrequenz bei der Wellenlänge von 1064 nm, das rechte Maximum entspricht der Differenzfrequenz bei der Wellenlänge von 1061 nm. Die Werte der Differenzfrequenzen stimmen mit der Gl (3.20) überein.

Um ein eindeutiges Meßergebnis zu erhalten, ist es günstig, daß nur eine Differenzfrequenzlinie existiert. Dies kann durch Verringern der Pumpleistung realisiert werden.

Durch Wechselwirkung von Resonatormode und Verstärkungslinie wird eine Laserfrequenzverschiebung hervorgerufen. Dies ist der sogenannte Frequency-Pulling-Effekt. Die Laserfrequenz unter der Berücksichtigung des Frequency-Pulling-Effektes ist /3.12/

$$\nu \oplus \frac{Q_r \cdot \nu + Q_g \cdot \nu_0}{Q_r + Q_g} \quad (3.21)$$

ν : Resonatorfrequenz

Q_r : Resonatorgüte, definiert als $Q_r = 2 \cdot \pi \cdot L / (\lambda \cdot \delta_{ges})$

L : Länge des Resonators, λ : Emmisionswellenlänge, δ_{ges} : Gesamtverluste des Resonators

ν_0 : Mittenfrequenz der Laserlinie

Q_g : "Güte" der Verstärkungslinie und ist $Q_g = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

$\Delta\lambda$: Breite der Verstärkungslinie

Für den monolithischen Nd:YAG-Kristall mit der Abmessung von $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ betragen $Q_r \approx 5,9 \cdot 10^6$ und $Q_g \approx 10^3$.

Die Differenzfrequenz f wird durch den Frequency-Pulling-Effekt ebenfalls verändert. Die Differenzfrequenz durch den Frequency-Pulling-Effekt liefert nach Gl.(3.21)

$$f_p = \nu_1 - \nu_2 = \frac{Q_r \cdot (\nu_{r1} - \nu_{r2})}{Q_r + Q_g} = \frac{Q_r \cdot f}{Q_r + Q_g} \quad (3.22)$$

Einsetzen der Werte für Q_r und Q_g in Gl. (3.22) ergibt als Wert für die Differenzfrequenz f_p unter Berücksichtigung des Frequency-Pulling-Effektes:

$$f_p = 0,99983 \cdot f$$

Der Frequency-Pulling-Effekt verursacht eine Empfindlichkeitsverringerng um ca. 0,017%. Dies ist ein systematischer Fehler, der durch Kalibrierung bzw. einen Korrekturfaktor korrigiert werden kann.

3.3.5 Nd-Dotierung im YAG-Kristall

In /3.8/ wird die These aufgestellt, daß sich die Eigenschaften des Nd:YAG-Laserbetriebs dadurch verbessern lassen, indem die optimale Nd-Dotierung ausgewählt wird. Die Nd-Dotierung im YAG-Kristall liegt normalerweise im Bereich

von 1,0% bis 1,5%. Höhere Dotierungen führen zu verkürzter Lebensdauer des oberen Laserniveaus, zu größeren Spannungen im Kristall und verursachen eine schlechte optische Qualität des Laserstrahls. Für cw-Laserbetrieb sollte ein niedrig Nd-dotierter YAG-Kristall benutzt werden, um eine bessere optische Strahlungsqualität zu erhalten /3.8/.

Zur Überprüfung dieser Aussage sind drei Kristalle mit unterschiedlichen Nd-Dotierungen von 0,75%, 0,90% und 1,16% untersucht worden, um eine günstige Nd-Dotierung des Kristalls im Kraftsensor zu ermitteln. Die Kristalle wurden zuerst mit einem Transmissionellipsometer /3.13/ vermessen. Die so gemessene Phasendifferenz bzw. die Doppelbrechung war ortsabhängig im Kristall und nicht proportional zur Nd-Dotierung, d.h. die Nd-Dotierung ist nicht die Hauptursache für die eingefrorenen Spannungen im Kristall. Die Stabilität der Differenzfrequenz und die Meßempfindlichkeit waren unabhängig von der Nd-Dotierung. Die Untersuchungen zum Laserbetrieb zeigen auch, daß die Laserleistung und -schwelle bzw. der Wirkungsgrad nicht proportional zur Nd-Dotierung sind. Für die optische Qualität zeigte sich kein Unterschied bei den verschiedenen Nd-Dotierungen. Daher werden Kristalle mit Standard-Nd-Dotierung (ca. 1,1%) für den Kraftsensor verwendet.

3.4 Das Kraftführungssystem

Das Kraftführungssystem dient dazu, die zu messende Kraft in das Sensorelement ein- bzw. auszuleiten. Die Querkraft soll gleichzeitig durch das Kraftführungssystem vom Kristall isoliert werden. An ein Kraftführungssystem sind die folgenden Anforderungen zu stellen /3.14/:

- Reproduzierbarkeit von Einkoppel-, Lagerungs- und Durchstrahlungsort des photoelastischen Elementes,
- Sicherstellung der Orthogonalität von Laserstrahl und Meßachse sowie der Parallelität von Meßachse und Polarisationssebene,
- Unterdrückung von temperaturbedingten Fehlereinflüssen

Das Kraftführungssystem besteht aus der Krafteinleitung und der Kristallunterlage (Kraftausleiter). Vier unterschiedliche Krafteinleitungen und verschiedene Unterlagen wurden bezüglich ihrer Meßkraft-Übertragung bzw. ihres Temperaturverhaltens (Kap. 4) untersucht.

3.4.1 Krafteinleitungen

Die Untersuchungen in Kapitel 3.3 haben vorausgesetzt, daß die zu messende Kraft F gleich der auf den Kristall einwirkenden Kraft ist. Im realen Fall verursacht die

Krafteinleitung zusätzliche sog. Störkräfte, die die auf den Kristall wirkende Kraft verändern. Vier Krafteinleitungen aus Blattfedern, Parallelenker und Kugelhülsen wurden im Kraftsensor untersucht (Bild 3.14 - 3.16).

In der Krafteinleitung ist ein Stempel eingebaut. Der Kristall liegt zwischen Stempel und Kristallunterlage. Durch den Stempel wird die zu messende Kraft, wie z. B. eine durch eine Masse erzeugte Gewichtskraft, auf den Kristall geleitet.

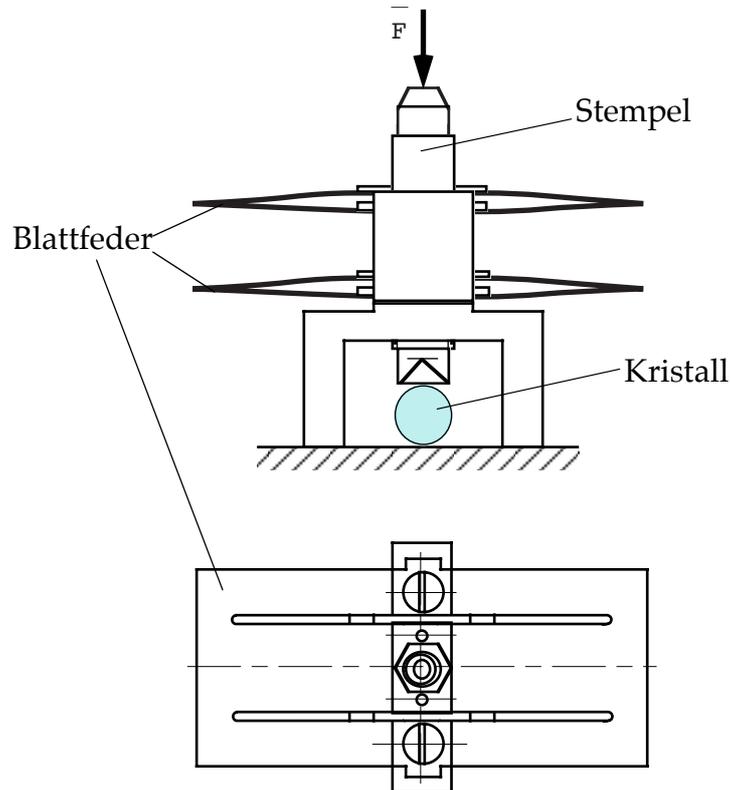


Bild 3.14 Krafteinleitung aus Blattfedern.

Die Krafteinleitung aus Blattfedern besteht aus zwei geschlitzten Blechen. Die senkrechte Steifigkeit der Blattfeder hängt vom Material und der Geometrie der Bleche ab. Die Blattfeder hat eine symmetrische Struktur. Dies hat den Vorteil, daß keine relative Bewegung zwischen dem Kristall und der Krafteinleitung entsteht, wenn sie sich durch Temperaturänderung ausdehnt.

Durch die Parallelenker wird verwirklicht, daß die gemessene Kraft senkrecht auf das Sensorelement geleitet wird. Die Steifigkeit wird von der dünnen Stelle der Lenker bestimmt.

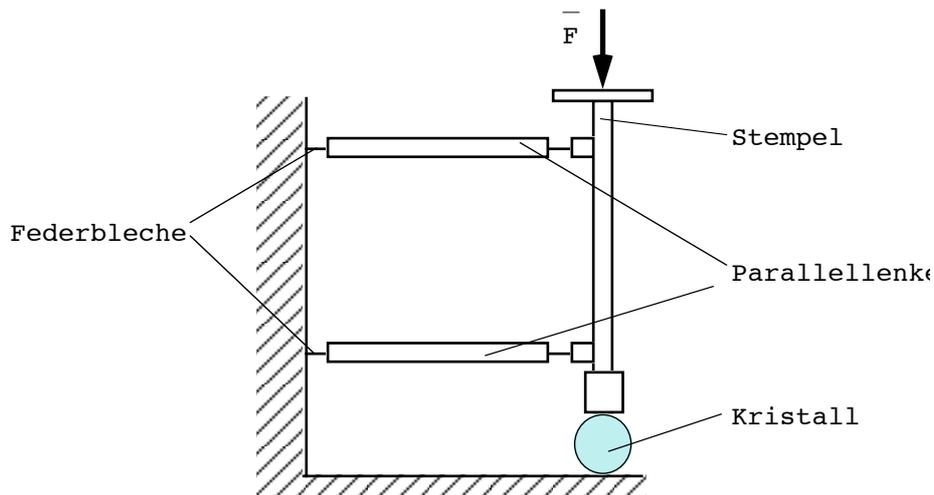


Bild 3.15 Krafteinleitung aus Parallellenkern.

Außer der zu messenden Kraft \bar{F} wirken die durch das Gewicht der Krafteinleitung verursachte Offsetlast $m_1 \cdot g$ und die Federkraft F_1 auf das Sensorelement ein. Die resultierende Kraft F für die Krafteinleitung aus Blattfedern und aus Parallellenkern lautet:

$$F = \bar{F} + m_1 \cdot g + F_1 \quad (3.23)$$

Für die Parallellenkern und die Blattfedern ist die durch Verformung erzeugte Federkraft die Störkraft. Die Federkraft F_1 für die Blattfeder und die Parallellenkern ist:

$$F_1 = k \cdot \Delta d \quad (3.24)$$

k : Steifigkeit der Blattfeder bzw. des Parallellenkerns,
 Δd : Verformung der Feder.

Die Steifigkeit k der o. a. Krafteinleitungen hängt von den geometrischen Abmessungen des Federblechs ab. Liegen die Parallellenkern vor der Belastung waagrecht, ist die Verformung Δd gleich der durch die Belastung mit der Meßkraft \bar{F} verursachten Verformung des Kristalls. In diesem Fall hängt das Verhältnis zwischen F_1 und \bar{F} vom Verhältnis der Steifigkeiten der Krafteinleitung und des Sensorelementes ab. Je kleiner der Federkonstante der Krafteinleitung bzw. je größer der Federkonstante des Sensorelementes ist, desto kleiner ist das Verhältnis F_1 / \bar{F} . Die Untersuchungen in /3.20/ zeigen, daß bei einer Parallellenkernkrafteinleitung und einem Sensorelement aus Quarzglas (Elastizitätsmodul $E^* = 72500 \text{ N/mm}^2$) das Verhältnis der Federkonstanten von Krafteinleitung und Sensorelement kleiner als 10^{-4} ist. Da das Sensorelement aus Nd:YAG ($E^* = 300000 \text{ N/mm}^2$) um den Faktor 4 steifer als ein Sensorelement aus Glas ist, beträgt das Verhältnis der Federkonstanten näherungsweise $2,5 \cdot 10^{-5}$. Die durch die Verformung des Kristalls unter Last verursachte

Störkraft kann im Fall waagrechtter Lenker deswegen vernachlässigt werden.

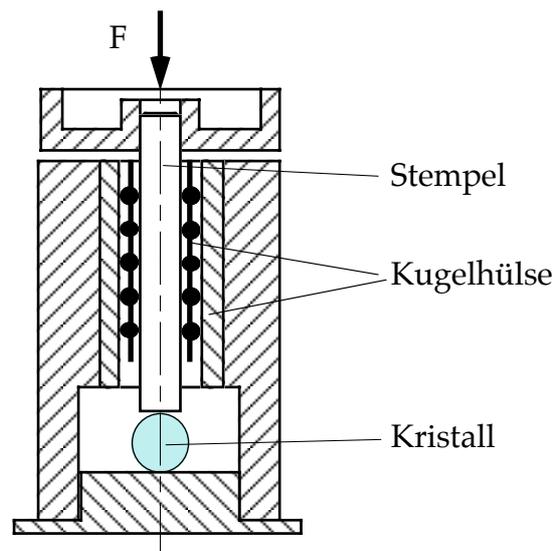


Bild 3.16 Krafteinleitung aus linearer Kugelhülse

Bild 3.16 zeigt die Struktur der Krafteinleitung mit Kugelhülse. Die Kugeln rollen unter Spannung zwischen Buchse und Welle ab, wodurch Spielfreiheit zwischen diesen Bauteilen erreicht wird. Der Stempel in der Mitte leitet die zu messende Kraft auf das Sensorelement. Die Reibungskraft ist die Störkraft für das Meßsystem. Für die Kugelhülse gilt für die Reibungskraft F_2 :

$$F_2 = \mu \cdot N \quad (3.25)$$

μ : Haftreibungskoeffizient,

N : Normalkraft an den Kontaktflächen der Kugelhülse.

Für den Kraftsensor stehen zwei Kugelhülsen zur Verfügung:

Kugelhülse 1: Fa. Mahr GmbH, Göttingen, Deutschland,

Kugelhülse 2: Fa. SIOS Meßtechnik GmbH, Ilmenau, Deutschland.

Die vier Krafteinleitungen wurden im Kraftsensor experimentell untersucht. Die Kennlinien und Abweichungen von den linearen Ersatzkennlinien, die bei sonst gleichen Bedingungen mit den vier unterschiedlichen Krafteinleitungen ermittelt wurden, sind in Bild 3.17 und 3.18 dargestellt. Die experimentell ermittelte Steifigkeit des benutzten Parallelenkersystems beträgt ca. 0,5 bis 0,6 N/mm. Für die untersuchten Blattfedern beträgt die Steifigkeit ca. 0,37 N/mm. Die Meßempfindlichkeiten (Bild 3.17) mit den vier verschiedenen Krafteinleitungen sind nahezu gleich (gleiche Steigung). Der Offset der Kennlinien ist wegen der verschiedenen Offsetlast der Krafteinleitungen unterschiedlich.

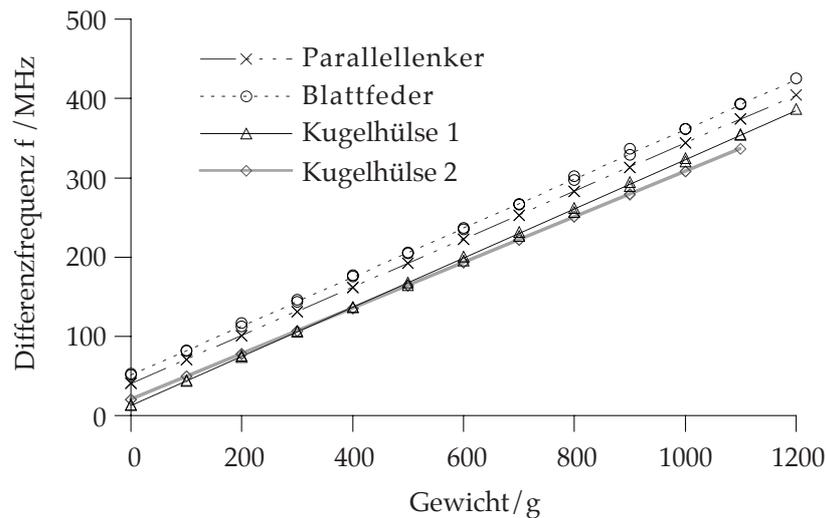


Bild 3.17 Gemessene Kennlinien mit verschiedenen Krafteinleitungen (Kristall: HAM 3).

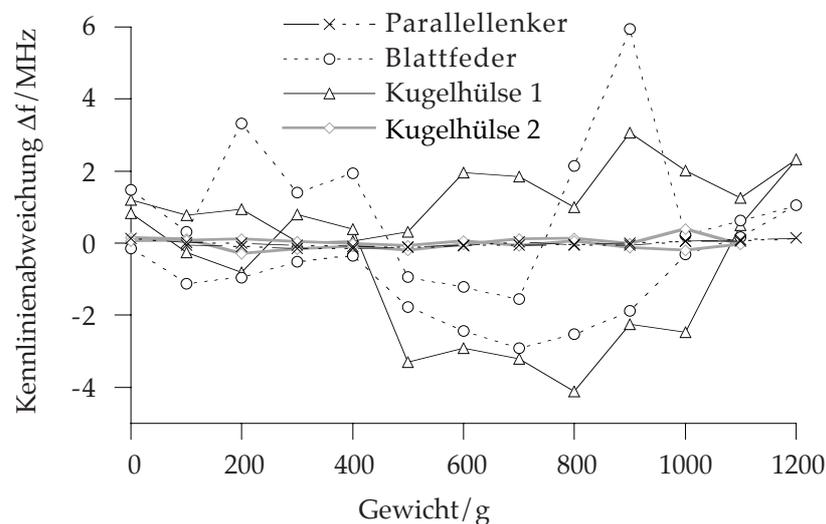


Bild 3.18 Gemessene Kennlinienabweichung bei verschiedenen Krafteinleitungen.

Bild 3.18 zeigt, daß bei den Krafteinleitungen mit Parallellenkern und mit Kugelhülse 2 die kleinsten Kennlinienabweichungen vorhanden sind. Die RMS (Root Mean Square)-Werte der Kennlinienabweichungen betragen 84 kHz (Parallellenkern) bzw. 145 kHz (Kugelhülse 2). Bezogen auf einen Endwert des Meßbereichs von 100 N führt dies zu relativen \square Nichtlinearitätsfehlern von $2,8 \cdot 10^{-5}$ bzw. $4,8 \cdot 10^{-5}$. Kriech- und Hystereseeffekte wurden nicht beobachtet. Diese günstigen Eigenschaften werden dadurch verursacht, daß die Krafteinleitungen mit Parallellenkern und mit Kugelhülse 2 durch ihre spezielle Konstruktion bei der Be- und Entlastung sehr stabil sind. Die Blattfeder erreicht eine kleine vertikale Steifigkeit durch die Auswahl von dünnen Blechen. Damit verringert sich die Federkraft als Störquelle. Gleichzeitig wird die Krafteinleitung durch die dünnen Bleche aber instabil. Bei Be- und Entlastung verkippt der Stempel in Blattfederkrafteinleitung. Dadurch wird eine große

Kennlinienabweichung erzeugt und das Meßergebnis ist nicht gut reproduzierbar. Eine ähnliche Situation tritt bei der Kugelhülse 1 auf. Durch die Be- und Entlastung werden die Reibungskräfte verändert, wodurch eine schlechte Reproduzierbarkeit entsteht. Im Vergleich zur Kugelhülse 1 hat die Kugelhülse 2 ein deutlich besseres Verhalten, weil sie mechanisch stabiler und ihre Reibungskraft geringer ist.

Um die Reproduzierbarkeit zu überprüfen, wurden bei der Krafteinleitung mit Parallelenkern und ebener Unterlage mit der gleichen Last mehrfache Be- und Entlastungen durchgeführt und die Differenzfrequenzänderung gemessen. Die Standardabweichung aus 10 - 12 Lastwechseln als Maß für die Reproduzierbarkeit beträgt 73 kHz (Last: 100 g) bzw. 37 kHz (Last: 300 g). Dies entspricht einer Kraftänderung von 2,4 mN bzw. 1,2 mN im Kraftsensor mit $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall. Bezogen auf einen Endwert des Meßbereichs von 100 N führt dies zu relativen Reproduzierbarkeit von $2,43 \cdot 10^{-5}$ bzw. $1,2 \cdot 10^{-5}$. Bei den Meßdaten handelt es sich um mit einem Spektrumanalysator ermittelte Einzelwerte, d. h. der Einfluß des seismischen Rauschens ist nicht unterdrückt. Mit einem Frequenzzähler ließe sich eine kleinere Reproduzierbarkeit erzielen, weil durch die zeitliche Mittelung innerhalb der Torzeit das seismische Rauschen stark verringert wird.

Bezüglich der Anforderungen für die Kraftführungssystem und der experimentellen Untersuchungen zur Reproduzierbarkeit zeigt die Krafteinleitung mit den Parallelenkern somit die besten Eigenschaften. Sie wird deshalb bei den experimentellen Untersuchungen zum Temperatureinfluß (Kap. 4) verwendet.

3.4.2 Kristallunterlagen

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) wurde die Empfindlichkeit und der Gradient der Phasendifferenz eines auf einer V-Nut-Unterlage liegenden runden photoelastischen Elements bereits theoretisch untersucht /3.14/. Das Ergebnis zeigt, daß eine Kerbe (V-Nut) mit 9° Öffnungswinkel die beste Lagerungsart darstellt.

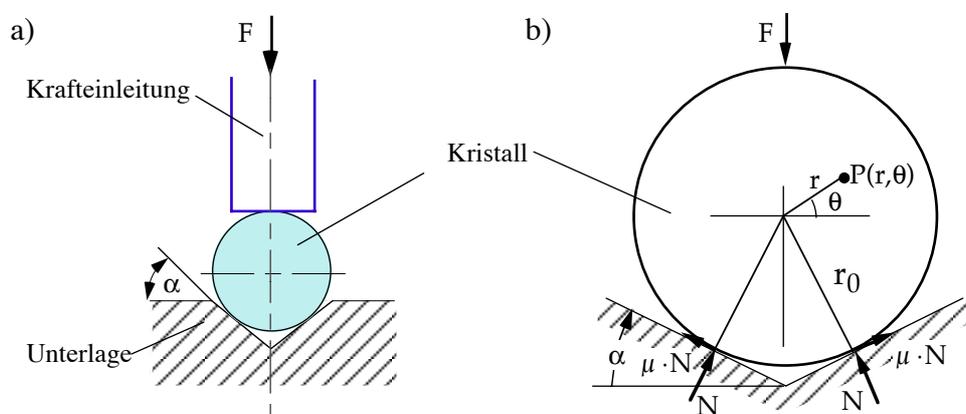


Bild 3.19 a) Belasteter Kristall auf einer V-Nut-Unterlage,
b) am Sensorelement angreifende Kräfte (r_0 : Radius des Kristalls).

Bei der Untersuchung in /3.14/ wurde die Reibung zwischen dem Sensorelement und dem Kraftführungssystem, die eine wichtige Fehlerquelle ist, vernachlässigt. In diesem Kapitel wird das belastete Sensorelement mit Hilfe der technischen Mechanik analysiert. Bild 3.19 zeigt den auf einer V-Nut-Unterlage liegenden, belasteten Kristall. Die in dieser Arbeit benutzten Unterlagen sind aus Stahl.

An den Kontaktpunkten zwischen dem Kristall und der Unterlage entstehen die Normalkraft N und die Reibungskraft $\mu \cdot N$. Die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 am Punkt P, an dem die TEM₀₀-Mode des Nd:YAG-Lasers den Kristall durchstrahlt, sind Funktionen vom Haftreibungskoeffizient μ , dem Keilwinkel α der Unterlage, der Lage des Laserstrahls (r, θ) und den geometrischen Abmessungen des Kristalls (Radius r_0 , Länge L). Mit Hilfe einer Mathematiksoftware (Mathematica 3.0) wurde die Funktion der mechanischen Spannungsempfindlichkeit $E_\sigma(\mu, \alpha, r, \theta, r_0, L)$ hergeleitet (siehe Anhang 7.2).

$$E_\sigma = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{F} = E_\sigma(\mu, \alpha, r, \theta, r_0, L) \quad (3.26)$$

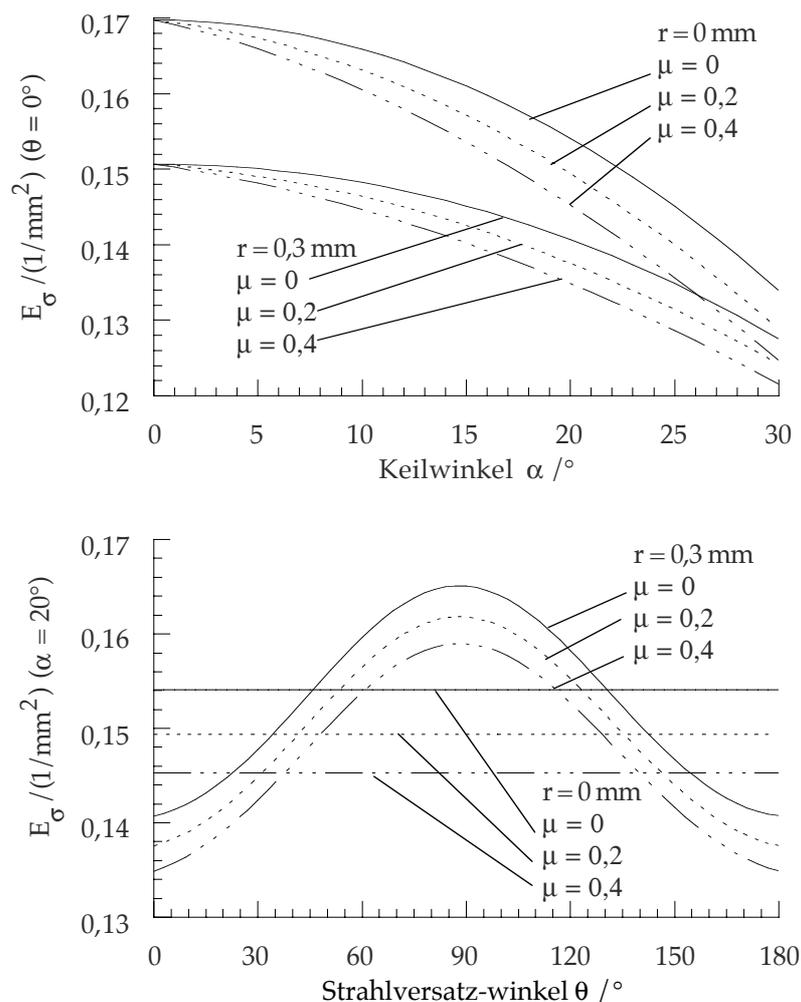


Bild 3.20 Numerische Darstellung der mechanischen Empfindlichkeit E_σ in Abhängigkeit von α, μ, r und θ ($r_0 = 1,5 \text{ mm}, L = 5 \text{ mm}$).

Da die Gleichung für $E_{\sigma}(\mu, \alpha, r, \theta, r_0, L)$ sehr umfangreich ist, wird sie hier nur numerisch dargestellt. Bild 3.20 zeigt die mit Gl. (3.26) berechnete mechanische Empfindlichkeit in Abhängigkeit vom Haftreibungskoeffizient μ und dem Keilwinkel α an unterschiedlichen Positionen.

Bild 3.20 zeigt bei steigendem Keilwinkel α und zunehmender Reibung μ eine abnehmende Empfindlichkeit E_{σ} .

Strahlt der Laser in der Mittenachse des Kristalls, d. h. ist $r = 0$, lautet Gl. (3.26):

$$E_{\sigma} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\cos \alpha + \cos(2 \cdot \alpha) + \mu \cdot \sin \alpha}{L \cdot r_0 \cdot (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha)} \quad (3.27)$$

Liegt der Kristall auf einer ebenen Unterlage, d. h. gilt $\alpha = 0^{\circ}$, ist E_{σ} nach Gl. (3.27) unabhängig vom Haftreibungskoeffizient μ . Dann gilt:

$$E_{\sigma} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{L \cdot r_0} \quad (3.28)$$

Der Reibungskoeffizient μ ist ein Parameter, der nur experimentell ermittelt werden kann. Er ist abhängig von den Materialien, der Rauheit der Flächen, der Kontaktfläche, der Temperatur, der Bewegungsgeschwindigkeit und dem Verformungsprozeß /3.15, 3.16/. Bild 3.21 und 3.22 zeigen Messungen, die mit einer ebenen Unterlage ($\alpha = 0^{\circ}$) und einer V-Nut-Unterlage ($\alpha = 20^{\circ}$) durchgeführt worden sind. Die sonstigen Meßbedingungen bei den in Bild 3.21 und 3.22 gezeigten Messungen sind identisch.

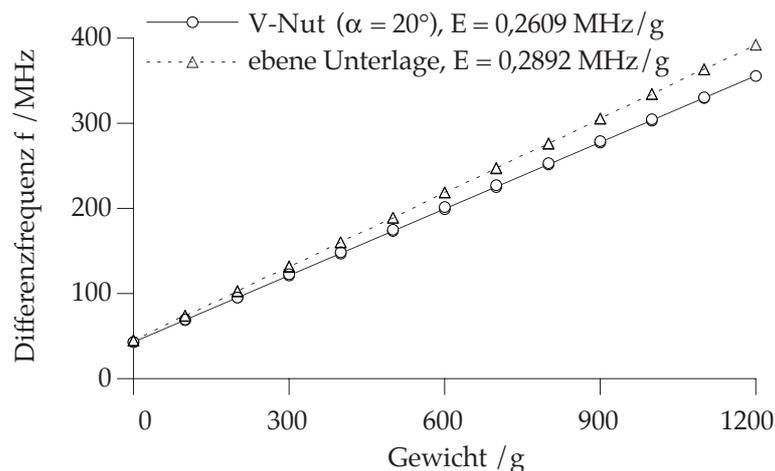


Bild 3.21 Gemessene Kennlinien mit unterschiedlichen Unterlagen aus Stahl (HAM 3, Krafteinleitung: Parallelenker).

Die angegebenen Empfindlichkeiten wurden aus den Meßdaten in Bild 3.21 ermittelt. Das Verhältnis zwischen den gemessenen Empfindlichkeiten mit einer ebenen

Unterlage und einer V-Nut-Unterlage (Keilwinkel $\alpha = 20^\circ$) beträgt 1,1083. Für den Reibungskoeffizienten $\mu = 0,2$ und für die exakte mittige Durchstrahlung in Gl. (3.26) erhält man ein theoretisches Verhältnis von 1,10797 zwischen den mechanischen Empfindlichkeiten mit ebener Unterlage und mit V-Nut-Unterlage. Dies ist ein Hinweis, daß die Abhängigkeit der Meßempfindlichkeit von der Unterlage durch mechanische Spannungen und Reibungen verursacht wird.

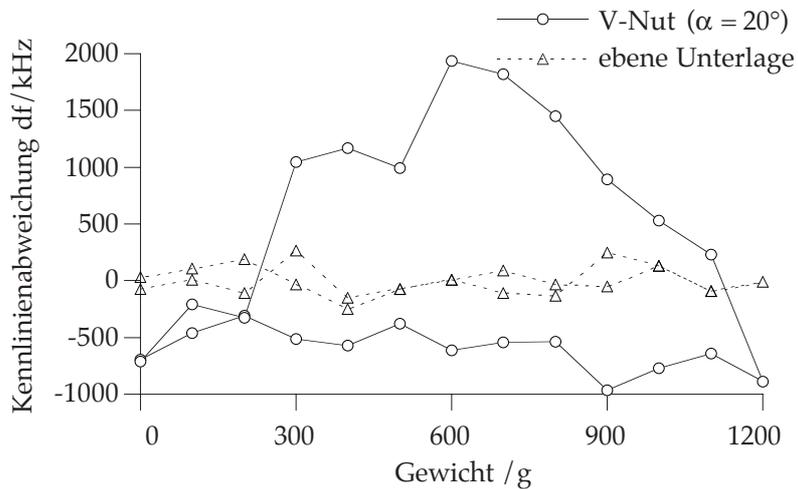


Bild 3.22 Kennlinienabweichungen von der jeweiligen Ausgleichsgraden bei unterschiedlichen Unterlagen (HAM 3, Krafteinleitung: Parallelenker).

Die Reibungskraft ist die Hauptstörquelle bei der V-Nut-Unterlage. Ohne Reibung, zum Beispiel bei einer ebenen Unterlage, ist die Meßreproduzierbarkeit deutlich besser als mit einer V-Nut-Unterlage (Bild 3.22).

3.4.3 Fixierung des Kristalls durch optisches Ansprennen

Die Untersuchungen im letzten Kapitel haben gezeigt, daß eine reibungsfreie Unterlage bzw. eine ebene Unterlage vorteilhaft für den Kraftsensor ist. Mit einer ebenen Unterlage ist aber kein stabiler Zustand zu erreichen, weil der Kristall auf einer ebenen Unterlage in seiner Position nicht fixiert ist.

Um eine reibungsfreie Kraftführung mit gleichzeitiger Fixierung des Kristalls zu verwirklichen, wurde eine weitere Fixierungsmethode, das sogenannte optische Ansprennen, im Kraftsensor untersucht. Optisches Ansprennen bedeutet, daß sich zwei sehr fein bearbeitete Flächen durch die Atomkräfte fest miteinander verbinden. Dies wird häufig dazu benutzt, optische Teile zu verbinden. Voraussetzung ist, daß beide Teile aus dem gleichen Material bestehen. Es stand eine Unterlage zur Verfügung, bei der die Kristallachsenrichtung-[111] senkrecht orientiert war. Bild 3.23 zeigt den auf dieser YAG-Unterlage optisch angesprengten Laserkristall. An den Kristall wurde für das optische Ansprennen eine Planfläche mit einer Breite von ca. 1,5 mm angeschliffen.

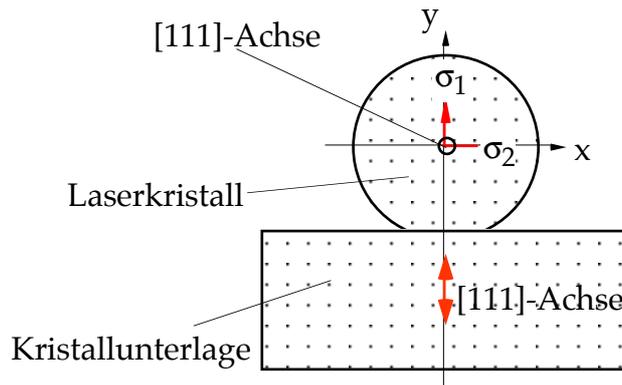


Bild 3.23 Optischer angespannter Nd:YAG-Laserkristall auf einer Kristallunterlage aus YAG.

Es wurde zunächst experimentell ermittelt, daß die Hauptspannungsrichtungen des Laserkristalls nach dem optischen Anspannen senkrecht und waagrecht liegen. Die durch die eingefrorenen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_0 ist durch das optischen Anspannen etwa um den Faktor 10 vergrößert worden. Weiterhin wurde eine deutliche Zeitabhängigkeit (Kriechen) der Differenzfrequenz beobachtet. Bild 3.24 zeigt den gemessenen zeitlichen Verlauf der Differenzfrequenz. Ebenfalls eingezeichnet in Bild 3.24 ist das Ergebnis einer weiteren Dauermessung, die nach einer Belastung des Kristalls mit 2,5 kg über 3 Tage und anschließender Entlastung durchgeführt wurde. Die Offsetsdifferenzfrequenz ist durch die Belastung von ca. 68 MHz auf ca. 80 MHz gestiegen und nimmt mit der Zeit wieder ab. Dies zeigt, daß die Verformungsenergie durch die Belastung konserviert und mit der Zeit langsam wieder abgegeben wird. Dies führt zu einem deutlich vergrößerten Kriecheffekt der Differenzfrequenz beim angespannten Kristall.

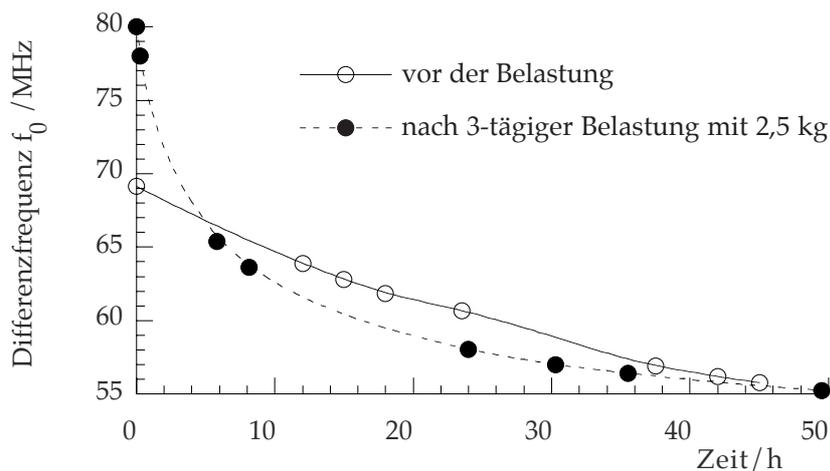


Bild 3.24 Kriecheffekt des angespannten Kristalls im Kraftsensor (unbelastet).

Eine mögliche Erklärung ist, daß die Orientierungen der Kristallrichtung von Laserkristall und Unterlage unterschiedlich sind, obwohl sie aus gleichem Material bestehen. Wegen des starken Kriechens und der Hystereseeffekte ist das optische

Ansprenge keine günstige Lösung für die Fixierung des Kristalls.

3.4.4 Ecklastproblem

Bei außermittiger Belastung des Kraftführungssystems tritt ein Biegemoment auf, welches einen Meßfehler verursachen kann. Dies ist der sogenannte Ecklasteffekt. Der Ecklasteffekt im Kraftsensor wurde mit dem in Bild 3.25 gezeigten Einrichtungen untersucht. Zum Einsatz kam das Kraftführungssystem mit Parallelenkern und ein sog. Ecklast-Kompensator.

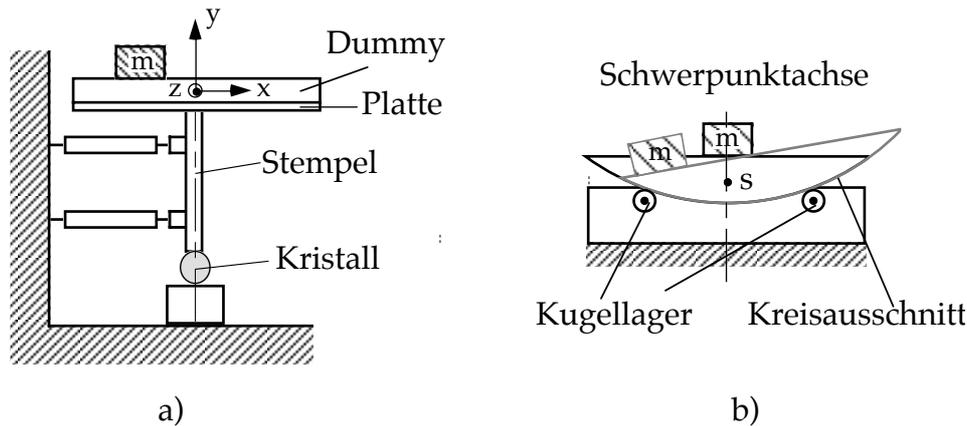


Bild 3.25 a) Aufbau für Ecklastuntersuchungen;
 b) Prinzip des Ecklastkompensators.

Eine Dummyplatte ist mit dem Stempel des Kraftführungssystems verbunden. Die durch die Massen m erzeugte Gewichtskraft wirkt an unterschiedlichen Positionen auf die Platte ein. Gleichzeitig wird die Differenzfrequenz im Kraftsensor gemessen. Die Änderung der Meßergebnisse durch die außermittige Belastung stellen die durch die Ecklast verursachten Fehler dar. Bild 3.25a zeigt das Koordinatensystem. Die z -Achse ist die Laserstrahlrichtung, die y -Achse ist die Krafrichtung und die x -Achse ist die Richtung der Parallelenker. Messungen sind in x -Richtung und in z -Richtung bei unterschiedlichen Positionen durchgeführt worden. Der Ecklasteffekt ist jeweils mit einem Dummyteil und mit einem Ecklastkompensator (gleiche Masse) untersucht worden. Der Kompensator wurde freundlicherweise von der Firma SIOS Meßtechnik GmbH, Ilmenau, Deutschland für diese Untersuchung zur Verfügung gestellt.

Bild 3.25b zeigt das Grundprinzip des Kompensators für den Ecklastfehler. Der Kompensator besteht aus den Kugellagern und der Deckplatte mit Kreisausschnitt an der Unterseite. Wirkt eine Kraft in Richtung der Schwerpunktachse ein, bleibt die Position des Kreisausschnitts unverändert. Wird eine Masse abweichend von der Schwerpunktachse aufgelegt, bewegt sich der Kreisausschnitt auf den Kugellagern so zur Seite, daß das durch die Masse erzeugte Moment kompensiert wird und der resultierende Schwerpunkt s trotz der seitlich liegenden Masse in der originalen

Schwerpunktachse bleibt. Um die Ecklastfehler in allen Richtungen kompensieren zu können, ist die Anordnung nach Bild 3.25b in zwei orthogonalen Richtungen doppelt vorhanden. Sie wurde statt des Dummyteils im Versuchsaufbau (Bild 3.25a) eingebaut, um den Ecklastfehler zu kompensieren.

Die Meßergebnisse zeigen Bild 3.26 und Bild 3.27. Die gefüllten Punkte und die durchgezogenen Linien bezeichnen die Messungen mit dem Dummy, die nicht gefüllten Punkte und die gestrichelten Linien die Messungen mit dem Kompensator.

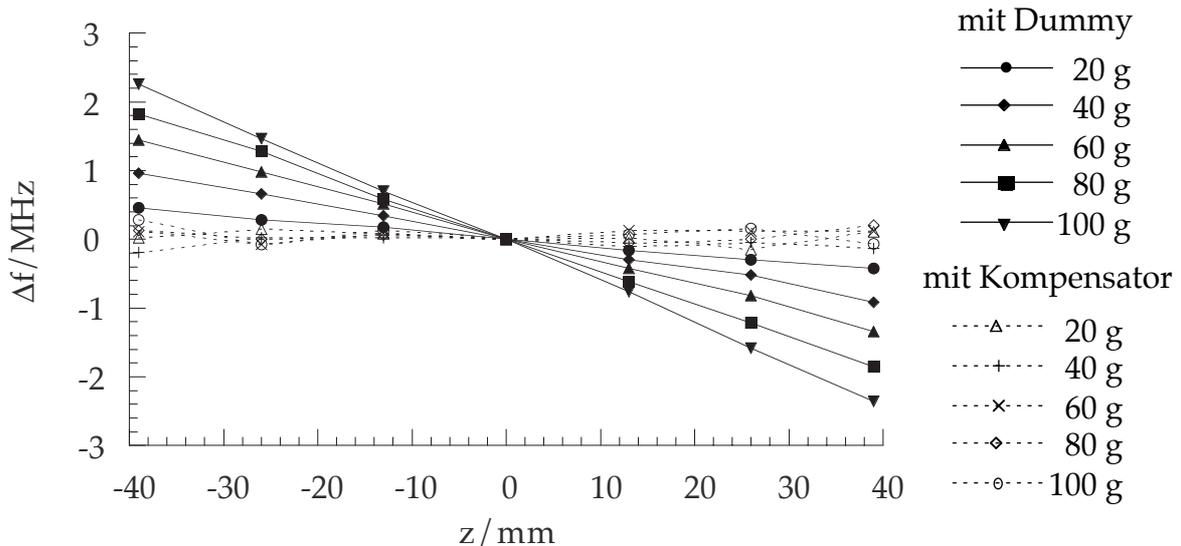


Bild 3.26 Untersuchung zum Ecklasteffekt: Änderung Δf der Differenzfrequenz bei unterschiedlichen Positionen der Masse m auf der z -Achse ($x=0$, Krafteinleitung: Parallelenker).

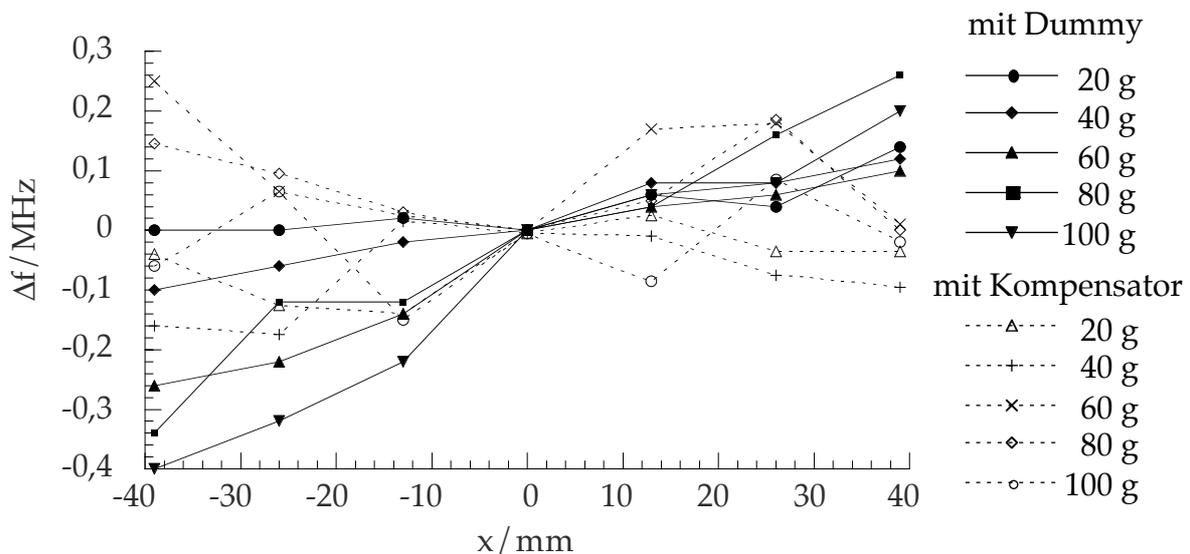


Bild 3.27 Untersuchung zum Ecklasteffekt: Änderung Δf der Differenzfrequenz bei unterschiedlichen Positionen der Masse m auf der x -Achse ($z=0$, Krafteinleitung: Parallelenker).

Die Messungen mit dem Dummyteil dienen dazu, den Ecklasteffekt ohne

Kompensator festzustellen. Bild 3.26 zeigt, daß der Ecklasteffekt in z-Richtung deutlich zu erkennen ist und vom Abstand zur Stempelachse und von der Belastung abhängig ist. Der Ecklasteffekt in x-Richtung (Bild 3.27) ist im Vergleich zu dem in z-Richtung um ca. den Faktor 10 kleiner und ist nahezu unabhängig von der Belastung. Die Ursache liegt darin, daß die Biegesteifigkeiten der Parallelenkerkrafteinleitung in den beiden Richtungen sehr unterschiedlich sind.

Bild 3.26 zeigt, daß die Ecklastfehler mit dem Kompensator (gestrichelte Linien und nicht gefüllte Punkte) deutlich verringert sind und die Ecklastfehler in z-Richtung damit kompensiert werden. In x-Richtung ist die Kompensation nicht so deutlich, da die Ecklastfehler wegen der Struktur der Parallelenker in dieser Richtung ohnehin sehr klein sind.

Weiterhin wurden die Reproduzierbarkeiten mit dem Dummyteil und mit dem Kompensator vermessen. Die Reproduzierbarkeitsfehler mit dem Kompensator ist im Vergleich zur Messung mit dem Dummyteil etwa um den Faktor 4 vergrößert. Die Ursache liegt darin, daß wegen der Haftreibung zwischen dem Kreischnitt und den Kugellagern die Position nicht gut reproduzierbar ist.

Für große Kräfte ist der Kompensator offensichtlich eine sehr wirksame Maßnahme, um die Ecklastfehler zu kompensieren. Für kleine Meßkräfte ist eine verbesserte Krafteinleitung, die in allen Richtungen gleich stabil ist, zu empfehlen, um die Ecklastfehler zu reduzieren.

Ergänzend zur Untersuchung des Ecklasteinflüsse bei der Parallelenker-Krafteinleitung wurde die Krafteinleitung mit der Kugelhülse 2 untersucht (ohne Kompensator) (Bilder 3.28, 3.29).

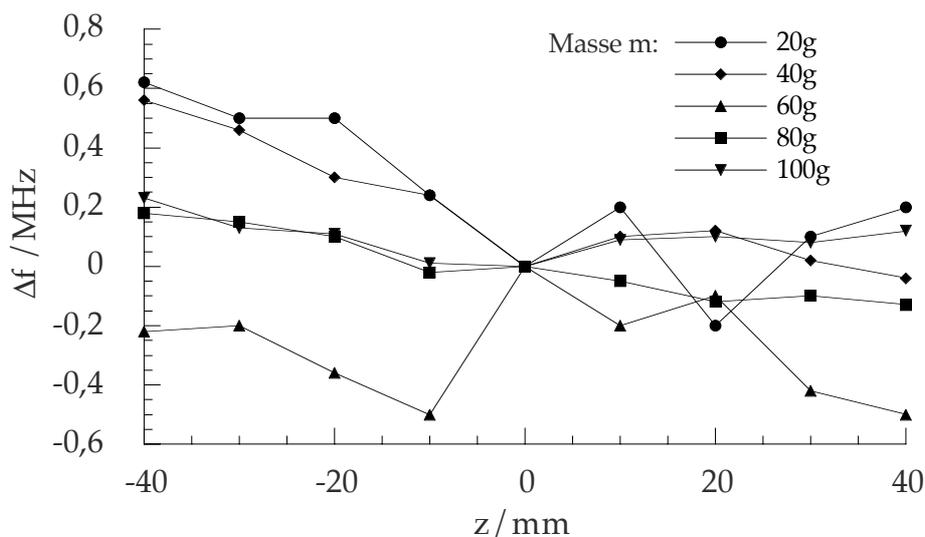


Bild 3.28 Untersuchung zum Ecklasteffekt: Änderung Δf der Differenzfrequenz bei unterschiedlichen Positionen der Masse m auf der z -Achse ($x=0$, Krafteinleitung: Kugelhülse 2).

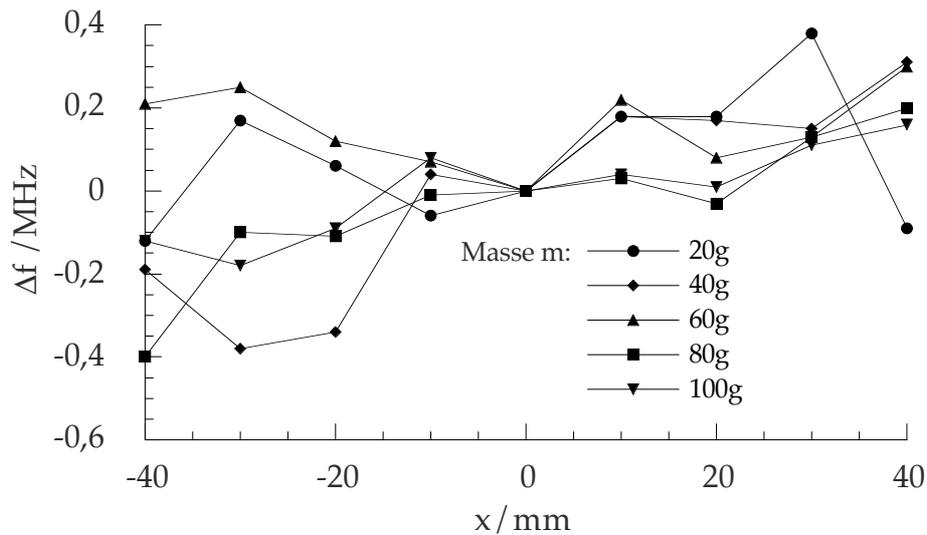


Bild 3.29 Untersuchung zum Ecklasteffekt: Änderung Δf der Differenzfrequenz bei unterschiedlichen Positionen der Masse m auf der x -Achse ($z=0$, Krafteinleitung: Kugelhülse 2).

Ein deutlicher Ecklasteffekt wurde bei dieser Kugelhülse nicht beobachtet. Die Meßdaten zeigen nur Reproduzierbarkeitsfehler, die unabhängig von der Belastung und von der Position der Belastung sind. Die Reproduzierbarkeitsfehler werden durch die Drehbewegung des Stempels bei Be- und Entlastung verursacht. Bei der Kugelhülse 2 ist kein Verdrehschutz vorhanden.

4 Einflüsse der Umgebungsbedingungen auf das Meßsystem

4.1 Allgemeine Umgebungsbedingungen

Bild 4.1 zeigt eine Dauermessung der Differenzfrequenz f , die über einen Zeitraum von 2 Stunden durchgeführt wurde. Während der Messung war die zu messende Kraft konstant und die anderen Systemparameter des Kraftsensors, z. B. die Kristallrotationslage, die Parameter der Pumpquelle und das Kraftführungssystem wurden nicht verändert. Das Meßergebnis in Bild 4.1 zeigt eine deutliche Drift der Differenzfrequenz f .

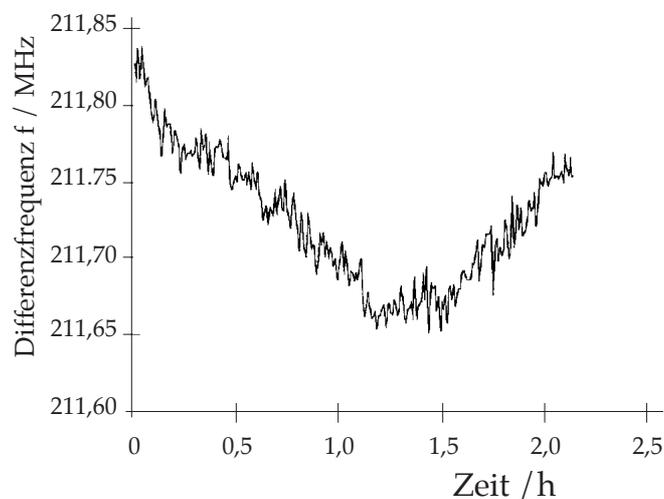


Bild 4.1 Dauermessung der Differenzfrequenz f über 2 Stunden unter konstanter Belastung (ca. 700g) (HAM 3, ebene Unterlage).

Ursache für das in Bild 4.1 gezeigte Verhalten des Kraftsensors sind Änderungen der allgemeinen Umgebungsbedingungen. Diese Umgebungsbedingungen sind z. B. Temperatur, Feuchtigkeit, Erschütterungen und elektromagnetische Felder. Wie diese Umgebungsbedingungen das Meßverhalten beeinflussen, wird in diesem Kapitel untersucht.

Temperaturschwankungen sind ein wichtiger Störfaktor für viele Meßverfahren. Während der in Bild 4.1 durchgeführten Messung wurde gleichzeitig die Umgebungstemperatur vermessen. Das Meßergebnis ist in Bild 4.2 dargestellt.

Beim Vergleich der beiden Messungen ist eine deutliche Korrelation zwischen der Differenzfrequenz f und der Umgebungstemperatur erkennbar. Das Meßverhalten wird also maßgeblich von der Umgebungstemperatur beeinflusst.

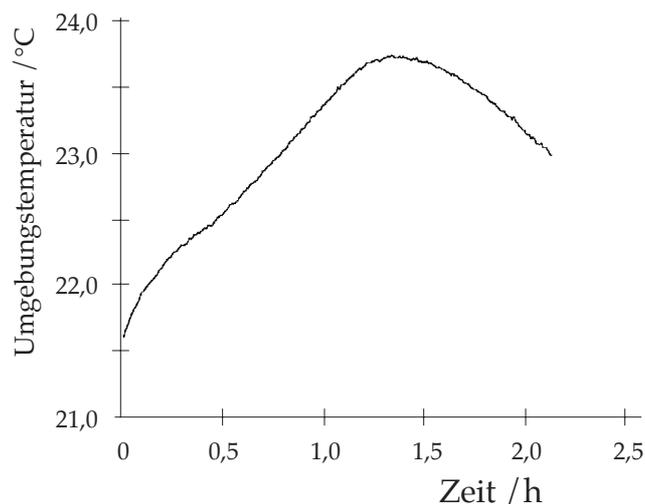


Bild 4.2 Änderung der Umgebungstemperatur während der in Bild 4.1 gezeigten Messung.

Die relative Luftfeuchtigkeit hängt u. a. von der Temperatur ab. Um den Einfluß der Feuchtigkeit auf das Meßsystem zu untersuchen, wurden Dauermessungen in Umgebungen mit normaler und erhöhter Luftfeuchtigkeit durchgeführt. Die sonstigen Meßbedingungen, insbesondere die Temperatur, waren identisch. Die normale relative Luftfeuchtigkeit der Umgebung bei der Temperatur von ca. 21,5°C beträgt ca. 55%. Die Luftfeuchtigkeit der Meßumgebung wurde durch Verdunstung von Wasser künstlich um 7% bis 13% erhöht. Die Ergebnisse von dann durchgeführten Dauermessungen zeigen, daß die relative Luftfeuchtigkeit keinen erkennbaren Einfluß auf die Differenzfrequenz hat.

Durch Erschütterungen in der Umgebung wird ein Rauschsignal erzeugt, das sich mit dem Meßsignal überlagert. Dies wird als seismisches Rauschen bezeichnet. Bild 4.3 und Bild 4.4 zeigen die mit seismischem Rauschen überlagerte Differenzfrequenz bei unterschiedlichen Belastungen.

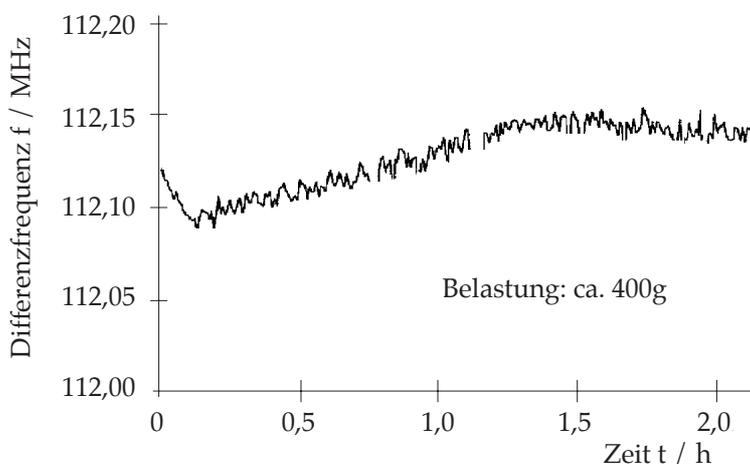


Bild 4.3 Gemessene Differenzfrequenz mit Belastung durch Blattfederführung (Kristall: HAM 4, ebene Unterlage).

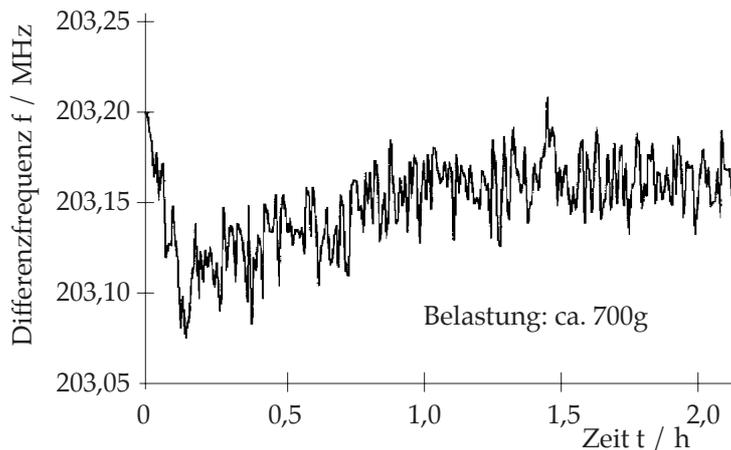


Bild 4.4 Gemessene Differenzfrequenz mit Belastung durch Blattfederführung (Kristall: HAM 4, ebene Unterlage).

Aus Bild 4.3 und 4.4 ergibt sich, daß das seismische Rauschen von der zu messenden Kraft abhängt. Je größer die Kraft ist, desto größer ist die Amplitude des seismischen Rauschsignals. Der seismische Rauschen kann reduziert werden, indem man Mittelwerte des Meßsignals betrachtet. Dies kann durch eine geeignete Auswertungsmethode realisiert werden. Bild 4.5 zeigt das Ergebnis einer gleitenden Mittelwertbildung über 20 Werte bei der in Bild 4.4 gezeigten Messung. Das seismische Rauschen wird durch die Mittelung deutlich unterdrückt.

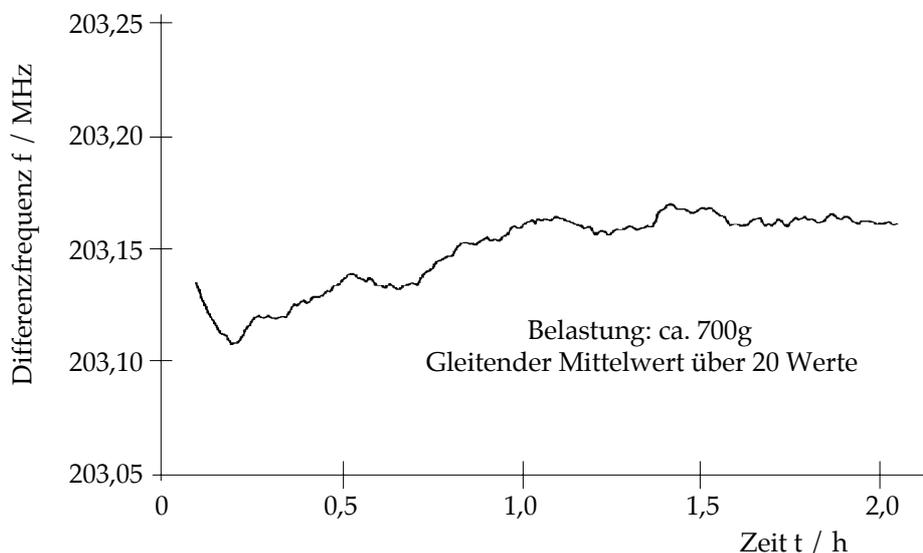


Bild 4.5 Gemittelte Werte der Messung von Bild 4.4 .

Nd:YAG besitzt magnetooptische Eigenschaften. Befindet sich der Nd:YAG-Kristall in einem magnetischen Feld, wird ein optischer Rotationswinkel ρ_F hervorgerufen. Der maximale Rotationswinkel ρ_F tritt auf, wenn die Feldlinien des magnetischen Feldes in Strahlrichtung liegen. In diesem Fall ergibt sich der Rotationswinkel ρ_F zu /4.4/:

$$\rho_F = V \cdot B \cdot L \quad (4.1)$$

Die Verdettsche Konstante V von Nd:YAG beträgt ca. $103^\circ / T \cdot m$ /4.2/. Die statische magnetische Flußdichte B im Versuchsaufbau wurde mit einem Gaußmeter (Modell 620, F. W. Bell, Inc., (Florida), USA) vermessen. Sie beträgt etwa 0,05 Gauß. Dies entspricht der Flußdichte des Erdmagnetfeldes (0,03 bis 0,06 Gauß). Daraus ergibt sich bei einer Kristalllänge von $L = 5$ mm ein Rotationswinkel von $\rho_F = 2,57 \cdot 10^{-6}^\circ$.

Bei Vorhandensein einer Faraday-Rotation ρ_F wird die Gleichung der Phasendifferenz - Differenzfrequenz -Wandlung gegenüber Gl. (2.11) verändert. Es gilt /4.3/:

$$f_p = \frac{FSR}{180^\circ} \cdot \arccos[\cos(2 \cdot \rho_F) \cdot \cos \Delta] \quad (4.2)$$

Durch Einsetzen des Rotationswinkels $\rho_F = 2,57 \cdot 10^{-6}^\circ$ in Gl. (4.2) ergibt sich, daß sich die Differenzfrequenz f_p infolge der Faraday-Rotation um weniger als 0,1 Hz ändert. Im Vergleich zur durch die Temperaturänderung verursachten Differenzfrequenzänderung in Bild 4.1 ist diese Änderung sehr klein und der Einfluß des magnetischen Feldes auf den Kraftsensor kann somit vernachlässigt werden.

Die Temperatur ist also die mit Abstand wichtigste Umgebungsbedingung, die das Meßverhalten beeinflusst. Im Vergleich zum Einfluß der Umgebungstemperatur können die übrigen Einflüsse, wie z. B. durch Feuchtigkeit, Erschütterung und Magnetfeld vernachlässigt werden.

Der Einfluß der Umgebungstemperatur auf das Meßverhalten wird nachfolgend in zwei Schritten untersucht:

- 1) Untersuchung des Einflusses der Umgebungstemperatur auf das Sensorelement
- 2) Einfluß der Umgebungstemperatur auf das Kraftführungssystem

4.2 Untersuchungen zum Einfluß der Temperatur auf das Sensorelement

Der Einfluß der Umgebungstemperatur auf das Sensorelement wurde theoretisch und experimentell vertieft untersucht. Bei den experimentellen Untersuchungen wurde der Versuchsaufbau in einer geschlossenen Kammer betrieben und der Innenraum der Kammer (Abmessung: $400 \times 700 \times 250$ mm³) mit zwei Heizwiderständen beheizt. Hierdurch ändert sich die Umgebungstemperatur des Versuchsaufbaus um einige Grad Celsius. Gleichzeitig wird die Differenzfrequenz des Kraft-

sensors gemessen. Bild 4.6 zeigt mit dem Kristall HAM 3 im unbelasteten Fall durchgeführte Messungen. In diesem Bild sind die Verläufe von

- a) Heizleistung,
- b) Lufttemperatur,
- c) Differenzfrequenz,
- d) Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der Lufttemperatur

bei zwei unterschiedlichen Arten der Änderung der Heizleistung dargestellt.

Das Dreieckheizen dient dazu, eine nahezu lineare Änderung der Lufttemperatur des Versuchsaufbaus zu erzeugen. Durch das Rechteckheizen wird die Lufttemperatur ähnlich einer Exponentialfunktion verändert, um die Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der zeitlichen Änderung der Temperatur (dT/dt) zu untersuchen. Die maximale Heizleistung beträgt 5 W. Diese Heizleistung ist einerseits groß genug, um eine ausreichende Änderung der Lufttemperatur zu erreichen, andererseits wäre bei einer zu großen Heizleistung die Temperaturstabilisierung der Pumpquelle nicht mehr in der Lage, die Pumpdiodentemperatur auf dem gewünschten konstanten Wert zu halten.

Die Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der Lufttemperatur bei Dreieckheizen ist nahezu linear. Die Temperaturkoeffizienten df/dT bei steigender Temperatur und bei fallender Temperatur sind unterschiedlich. Im Gegensatz dazu ändert sich bei einer rechteckförmigen Heizleistung die Differenzfrequenz nicht mehr proportional zur Temperatur. Bei der Differenzfrequenz tritt ein Minimum auf, obwohl die sich Lufttemperatur weiterhin in konstanter Richtung ändert. Die Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der Lufttemperatur zeigt in diesem Fall einen geschlossenen Kurvenzug ähnlich einer Hysteresekurve, weil in der zweiten Hälfte der Messung die Heizung ausgeschaltet ist und die Differenzfrequenz zu ihrem Anfangspunkt zurückkehrt.

Aus den in Bild 4.6 gezeigte Messungen kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß das Sensorelement nicht nur vom Wert der Lufttemperatur, sondern auch von ihrer Änderung bzw. von ihrer Änderungsgeschwindigkeit beeinflusst wird.

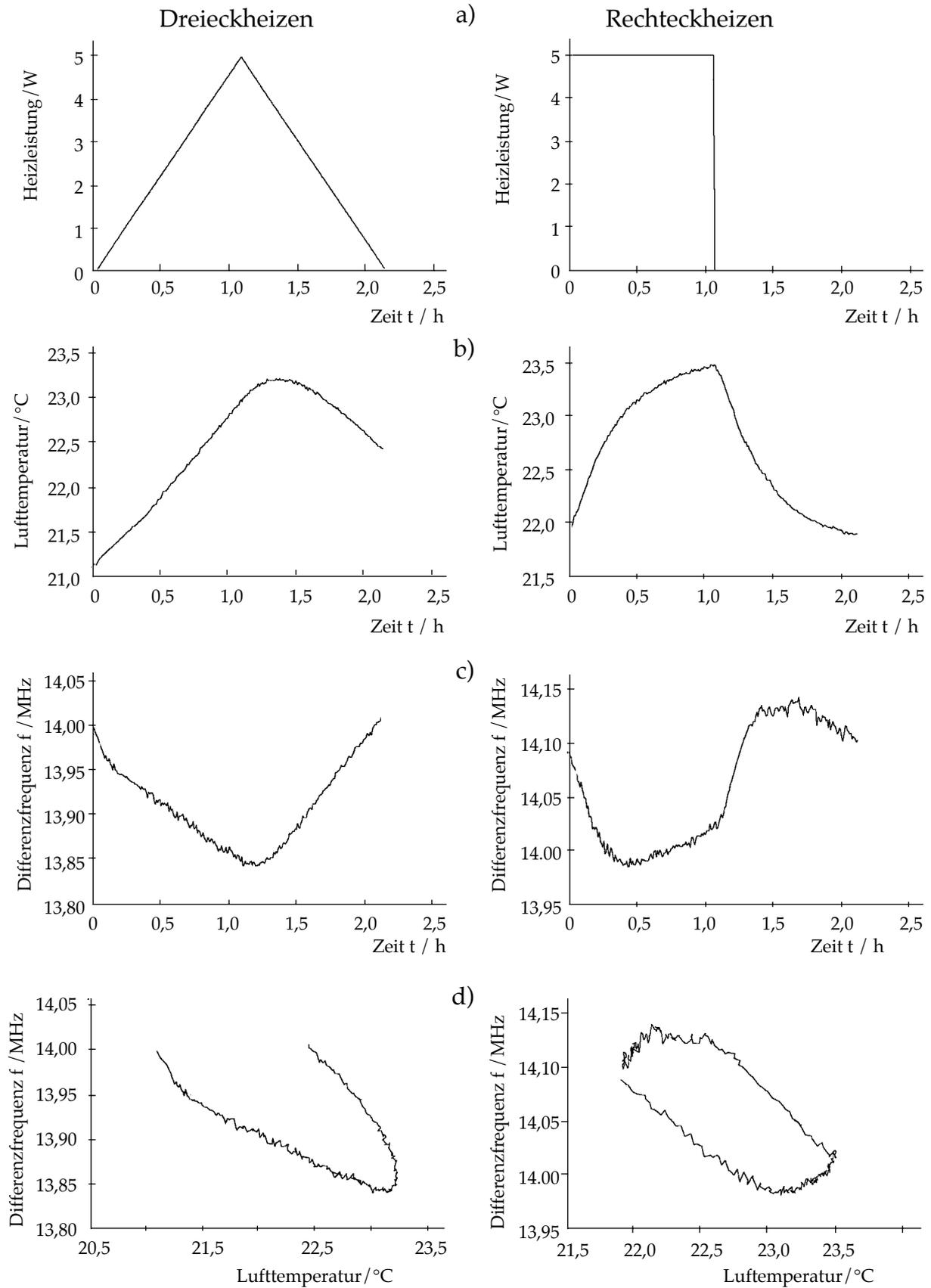


Bild 4.6 Experimentelle Untersuchung zur Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der Lufttemperatur mit dem unbelasteten Kistall HAM 3.

Die thermischen Effekte, die die Differenzfrequenz des Kraftsensors verändern, werden durch die Temperaturverteilung bzw. durch den Temperaturgradienten im Kristall verursacht. Der durch Pumpstrahlung verursachte thermische Effekt wurde in Kap. 3.2.3 dargestellt. Da die durch den thermischen Effekt der Pumpstrahlung verursachte Differenzfrequenzänderung sowohl klein als auch konstant (durch die Stabilisierung der Pumpleistung) ist, wird der Einfluß der Pumpstrahlung im diesem Kapitel vernachlässigt.

Nicht nur die Differenzfrequenz, sondern auch die Laserfrequenz hängt von der Kristalltemperatur ab. In den folgenden Kapiteln wird die Abhängigkeit der Differenzfrequenz von der Temperatur detailliert theoretisch und numerisch analysiert sowie experimentell untersucht.

4.2.1 Thermische Spannungen und ihre numerische Berechnung mit Hilfe der FEM

Die Verteilung der Temperatur T in einem unendlich langen Zylinder wird im Zylinder-Koordinatensystem mit der Wärmeleitung-Differentialgleichung /4.5/ beschrieben:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\rho \cdot c_p}{K} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (4.3)$$

mit den Randbedingungen an der Mantelfläche des Kristalls:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \frac{h}{K} (T_L - T_w) \quad (4.4)$$

T : Temperatur im Kristall,

T_L : Temperatur der Luftumgebung,

T_w : Wand-, Oberflächentemperatur im Kristall,

ρ : Dichte,

c_p : spezifische Wärmekapazität des Kristallmaterials,

K : Wärmeleitfähigkeit des Kristallmaterials,

h : Wärmeübergangskoeffizient,

t : Zeit.

Die durch Gl. (4.3) und (4.4) festgelegte Temperatur hängt vom Ort (r, θ, z) im Kristall, der Zeit t und dem zeitlichen Verlauf der Lufttemperatur T_L ab.

Störgröße für den Kraftsensor ist die Differenz der thermischen Hauptspannungen $\Delta\sigma_t$ in jeder Ebene senkrecht zur Durchstrahlrichtung z . Es gilt:

$$\Delta\sigma_t = \sigma_r - \sigma_\theta \quad (4.5)$$

Die durch den Temperaturgradienten im Kristall erzeugten thermischen Spannungen unter der Voraussetzung eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) und Rotationssymmetrie sind /4.7/:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\alpha_0 \cdot E^*}{1-\nu} \left(\frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} T r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{\alpha_0 \cdot E^*}{1-\nu} \left(\frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} T r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r T r dr - T \right) \\ \sigma_z &= \frac{\alpha_0 \cdot E^*}{1-\nu} \left(\frac{2\nu}{r_0^2} \int_0^{r_0} T r dr - T \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dabei ist E^* der Elastizitätsmodul, ν die Querkontraktionszahl und α_0 der Wärmeausdehnungskoeffizient.

$\Delta\sigma_t$ ist deswegen ebenfalls von dem Parallelversatz (r, θ) im Kristall, der Zeit t und der Lufttemperatur T_L abhängig. Hängt die Temperatur nicht von dem Parallelversatz r ab, d. h. ist kein Temperaturgradient im Kristall vorhanden, ist die Spannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ gleich null /4.3/.

Weil Gl. (4.3) eine partielle Differentialgleichung ist, ist sie nur sehr aufwendig explizit zu lösen.

Für die Lösung solcher durch Differentialgleichungen beschreibbaren Probleme bietet sich die Finite-Element-Methode (FEM) und entsprechende Software an. Die FEM ist heutzutage ein wichtiges Handwerkzeug für technische Berechnungen auf den Gebieten Konstruktion, Entwicklung und Forschung. Die FEM wird im Automobilbau, der Luft- und Raumfahrt, im Maschinenbau aber auch in der Konsumgüterindustrie, der Medizintechnik und der Elektrotechnik eingesetzt. Zunächst war die Anwendung der FEM auf die Lösung von Festigkeitsproblemen beschränkt. Heute werden auch Temperaturfeld-Berechnungen, elektromagnetische Feldprobleme, akustische Untersuchungen und Strömungssimulationen mit der FEM bearbeitet /4.8/.

Die thermischen Spannungen im Nd:YAG-Laserkristall werden anschließend mit Hilfe der FEM numerisch untersucht. Die Berechnung der thermischen Spannungen wird bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten FEM-Software ANSYS®5.3 /4.6/ in Form einer Temperatur-Struktur-Kopplung durchgeführt. Zunächst erfolgt die transiente Berechnung des Temperaturfeldes (Analyseschritt 1). Ergebnis dieser Berechnung sind die zeitlichen Verläufe der Temperatur im Bauteil. Anschließend

werden die Temperaturen im Bauteil zu festgelegten Zeitpunkten auf das mechanische Modell übertragen und die strukturmechanische Berechnung der Verschiebungen und der mechanischen Spannungen ausgeführt (Analyseschritt 2).

Die für die FEM-Simulation benötigten geometrischen Modelle des Kristalls zeigt Bild 4.7.

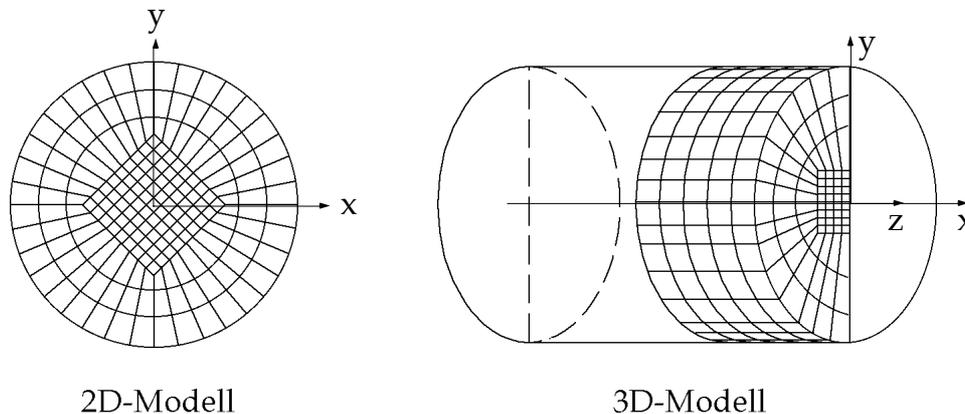


Bild 4.7 Für die FEM-Simulation benutzte geometrische Modelle des Nd:YAG-Kristalls.

Beim 2D-Modell werden die Elementtypen PLANE55 (2D-Temperatur-Element) für den Analyseschnitt 1 und PLANE42 (Ebenes 4-Knoten-Viereck-Element) für den Analyseschnitt 2 benutzt. Diese Elemente sind durch 4 Eckknoten und die Materialwerte definiert. Beim 3D-Modell werden die Elementtypen: SOLID70 (3D Temperatur-Volumen-Element) und SOLID45 (3D-Volumenelement) verwendet. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, wird beim 3D-Modell die Symmetrie des Kristalls in Längs- und Breitenrichtung genutzt. Es muß dann lediglich ein Viertel des Kristalls betrachtet werden.

Die für die FEM-Temperaturfeldberechnung benötigten Materialdaten von YAG sind /4.9, 4.10/:

Dichte:	$\rho = 4,56 \cdot 10^3 \text{ kg/mm}^3$
Wärmeleitfähigkeit:	$K = 10,3 \text{ W/(m}\cdot\text{°C)}$
spezifische Wärmekapazität:	$c_p = 600 \text{ Ws/(kg}\cdot\text{°C)}$
Ausdehnungskoeffizient:	$\alpha_0 = 7,8 \cdot 10^{-6} / \text{°C}$
Elastizitätsmodul:	$E^* = 300 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

Der Nd:YAG-Kristall ist kein isotropes Material, da die Materialparameter durch die Kristallstruktur (siehe Kap. 2.1.2, Bild 2.2) richtungsabhängig sind. Bei Nd:YAG ist die Abweichung vom isotropen Fall jedoch nur klein /4.3/, so daß für die FEM-Berechnung isotrope Werkstoffeigenschaften angenommen werden können.

Ein für die FEM-Simulation gleichfalls benötigter Parameter, der für das Sensorelement nur näherungsweise bekannt ist, ist der Wärmeübergangskoeffizient h . Er ist im wesentlichen von der Dichte des umgebenden Mediums, der Strömungsgeschwindigkeit, seiner Oberflächentemperatur und dem Kontakt der Festkörper abhängig /4.11/. Die Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten h von der Geschwindigkeit der Luft- oder Wasserströmung als Kühlmittel ist beim YAG-Laserkristall in /4.12/ untersucht worden. Wenn die Geschwindigkeit der Luftströmung in der Kristallumgebung niedriger als ca. $400 \text{ cm}^3/\text{s}$ ist, ist der Wert des Wärmeübergangskoeffizienten h kleiner als $110 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. In /4.13/ wird h bei einer Luftumgebung auf ca. $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ geschätzt. In /4.14/ wird ein Wert für h von ca. $6,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ für den Fall der Luftkühlung angegeben. /4.6/ nennt für den Fall Luft, ruhend, senkrecht zu einer glatten Wand einen h -Wert zwischen $3,5$ und $35 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. Im Kraftsensoraufbau sind die Umgebungsparameter, wie z.B. die Geschwindigkeit der Luftbewegung, sehr schwer zu ermitteln. Gemäß der oben genannten Literaturstellen läßt sich abschätzen, daß der Wert des Wärmeübergangskoeffizienten h im Bereich von 3 bis $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ liegt. Bei den folgenden FEM-Berechnungen wird Wert $h = 6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ für den Wärmeübergangskoeffizient benutzt.

Die Wärmeleitung zwischen der Unterlage und dem zylindrischen Kristall hängt von der Form der Kontaktstelle ab. Bei Punkt- bzw. Linienkontakt erfolgt die Wärmeleitung näherungsweise durch Konvektion an der Kristallunterseite mit einem Wärmeübergangskoeffizient h . Bei gutem Flächenkontakt kann als Randbedingung gewählt werden, daß an der Kontaktfläche zwischen dem Kristall und der Unterlage die Temperatur der Unterlage eingesetzt wird. Wie groß der real vorhandene thermische Einfluß der Unterlage auf den Kristall ist, muß durch entsprechende Experimente festgestellt werden.

Bei den experimentellen Untersuchungen wird durch die Steuerung der Heizleistung die Umgebung des Versuchsaufbaus geheizt. Die Temperaturen der Luft und der Unterlage werden dadurch zeitlich verändert. Die Temperaturen der Luftumgebung und der Kristallunterlage wurden mit zwei Sensoren gleichzeitig vermessen. Die Meßergebnisse zeigt Bild 4.8.

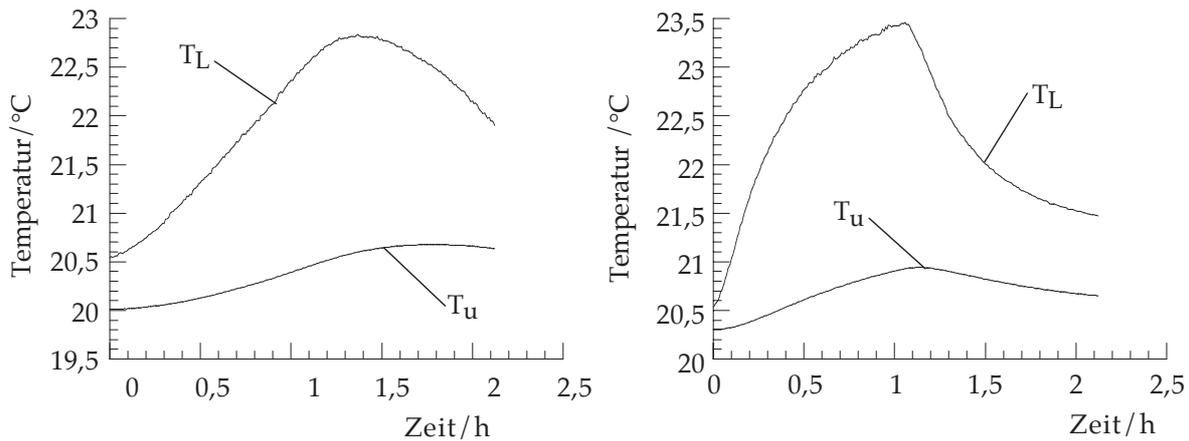


Bild 4.8 Lufttemperaturen T_L und Unterlagentemperatur T_u bei Dreiecksheizen (links) und Rechtecksheizen (rechts).

Die Unterlage sowie die anderen Teile des Versuchsaufbaus werden auf einer optischen Bank fixiert. Die thermischen Parameter von Luft und der Unterlage aus Stahl sind unterschiedlich. Durch die Heizwiderstände wird zunächst die Luftumgebung geheizt. Erst danach wird die Unterlage durch die Luft erwärmt. Zu jedem Zeitpunkt hat die Kristallunterlage eine niedrigere Temperatur. Da sich die Temperaturen der Luftumgebung und der Unterlage mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten ändern, ergibt sich ein zeitabhängiger Temperaturunterschied zwischen Luft und Unterlage. Dadurch wird der Temperaturgradient im Kristall beeinflusst.

Die für die Berechnung der thermischen Spannungen benutzten Randbedingungen sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1 Randbedingungen für die Berechnung der thermischen Spannungen.

Kennzeichen	Randbedingung zwischen Luft und Kristall	Randbedingung zwischen Unterlage und Kristall
A	$h = 6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ)$	0
B	$h = 6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (-70^\circ \leq \theta \leq 250^\circ)$	$h = 3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (-110^\circ \leq \theta \leq -70^\circ)$
C	$h = 6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (-80^\circ \leq \theta \leq 260^\circ)$	$T(\text{Kr.}) = T(\text{Unterl.}) (-100^\circ \leq \theta \leq -80^\circ)$

Die Randbedingung C (Temperaturgleichwert von Unterlage und Kristall) bedeutet, daß der Wärmeübergangskoeffizient zwischen Kristall und Unterlage als sehr groß ($h \rightarrow \infty$) angenommen wird. Der Winkelbereich von θ kennzeichnet den Teil der Mantelfläche ($r = r_0$) des Kristalls, für den der angegebene Wärmeübergangskoeffizient h (Definition für θ und r : siehe Bild 3.19) gilt. Für die Berechnungen der Temperaturverteilung im Kristall müssen neben der Mantelfläche auch die Stirnflächen berücksichtigt werden. Dafür ist das 3D-Modell erforderlich. Als

thermische Last wird der Verlauf der Lufttemperatur in Bild 4.8 bei Rechteckheizen angenommen. Bild 4.9 stellt die Temperaturverteilung der FEM-Simulation am Zeitpunkt $t = 1 \text{ h } 5 \text{ min}$ dar, an dem die Temperatur ihren Maximalwert erreicht.

Die Form der Temperaturverteilung im Kristall im Fall der Konvektion zwischen Unterlage und Kristall bei unterschiedlichem Wärmeübergangskoeffizienten ist ähnlich. Da die Unterlage eine niedrigere Temperatur besitzt, hat der untere Teil des Kristalls auch eine niedrigere Temperatur. An der Stirnfläche ist der Temperaturgradient in z-Richtung am größten. Der räumliche Temperaturgradient im Kristall ist die direkte Ursache für thermische Spannungen.

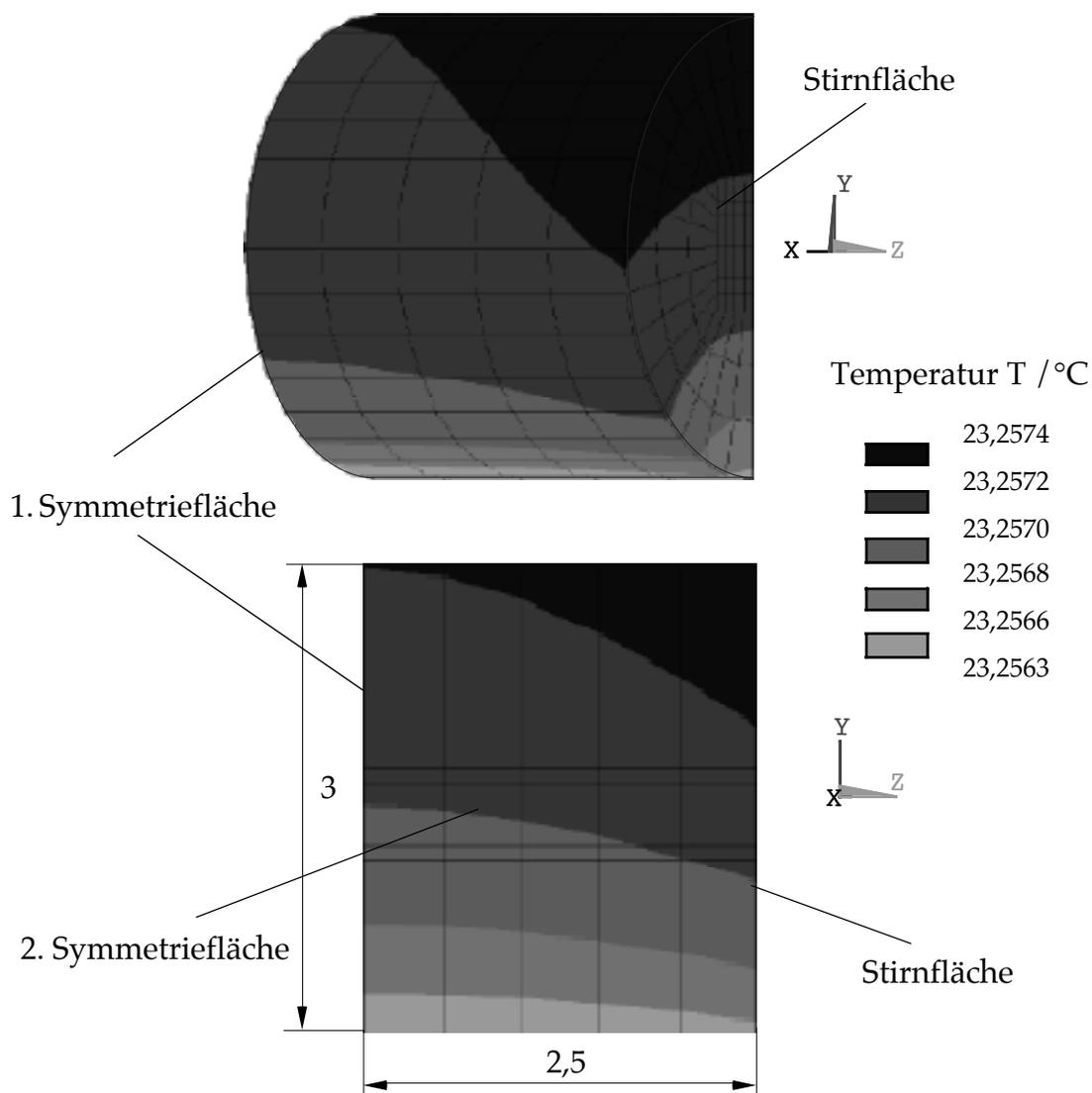


Bild 4.9 Temperaturverteilung auf der Oberfläche und der 2. Symmetrieffläche im Kristallviertel. (Randbedingung B) beim Rechteckheizen zum Zeitpunkt $t = 1 \text{ h } 5 \text{ min}$.

Für den Kraftsensor sind die Spannungen in der xy-Ebene (siehe Bild 4.9) von

Interesse. Für die Berechnung der thermischen Spannungen in der xy-Ebene lieferte das 3D-Modell annähernd gleiche Ergebnisse wie ein 2D-Modell. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, wird für die Berechnung der thermischen Spannungen das 2D-Modell benutzt. Die Berechnungen der thermischen Spannungen im Kristall ($\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$) bei unterschiedlichen \square Positionen (r, θ) (entspricht der Parallelversatz der Nd:YAG-Laserstrahlung im Kristall in Kap. 3.2.1) wurden mit dem in Tabelle 4.1 dargestellten Randbedingungen durchgeführt. Als Lufttemperaturen werden die Verläufe in Bild 4.8, die durch eine rampenförmige und eine sprungförmige Heizleistung erreicht werden, zusammen mit entsprechende Wärmeübergangskoeffizienten in die FEM-Berechnung eingesetzt. Die Ergebnisse der FEM-Berechnung zeigen die Bilder 4.9 bis 4.15. Wenn ausschließlich thermische Spannungen im Kristall vorhanden sind, beträgt der Umrechnungsfaktor zwischen der thermischen Hauptspannungsdifferenz und der Differenzfrequenz bei einem $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall gemäß Gl. (2.3) und (2.11) $0,1885 \text{ kHz}/(\text{N}/\text{m}^2)$. Die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz wird im folgenden als f_t bezeichnet. Um die FEM-Simulationsergebnisse mit den Meßergebnissen zu vergleichen, werden in den folgenden Bildern die mit Hilfe der FEM berechnete thermische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ in die Differenzfrequenz f_t umgerechnet.

Zunächst wird der Einfluß der Kristallunterlage vernachlässigt (Randbedingung A). Der Kristall wird in diesem Fall so betrachtet, als ob er in der Luft hängt. Die Lufttemperatur beeinflusst die Kristalltemperatur durch die Konvektion an der Oberfläche des Kristalls. Die FEM-Ergebnisse zeigen Bild 4.10 und 4.11.

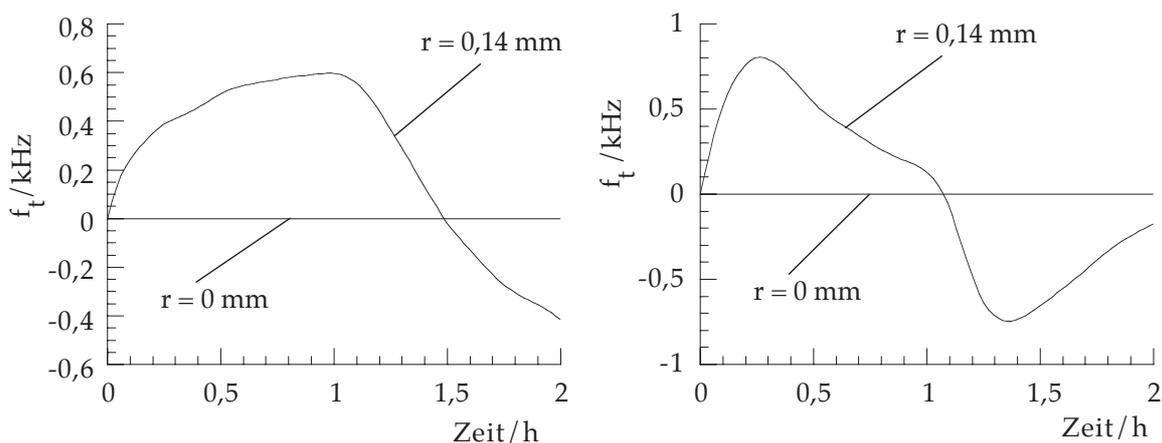


Bild 4.10 Mit Hilfe der FEM berechnete durch thermische Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t (Randbedingung A in Tabelle 4.1) bei Dreieckheizen (links) und Rechteckheizen (rechts).

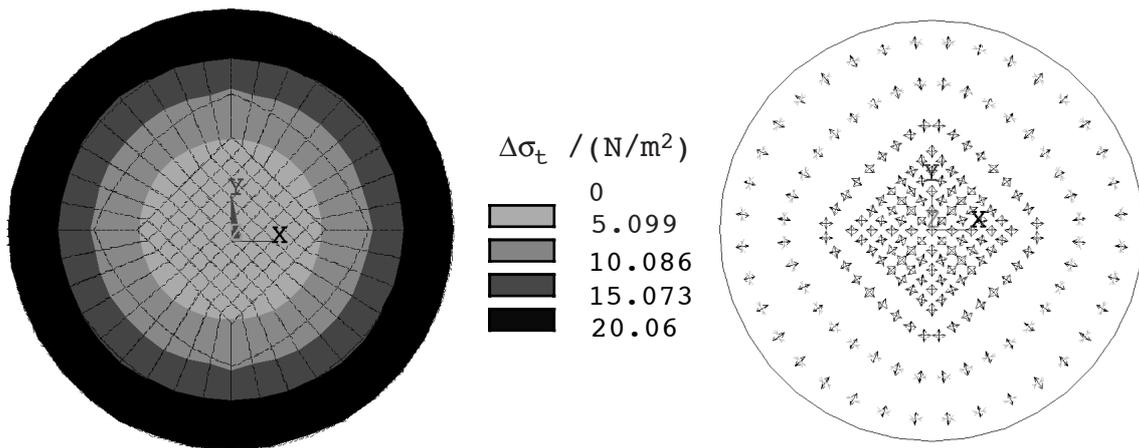


Bild 4.11 Verteilung der thermischen Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ und der Hauptspannungsrichtungen (Randbedingung A in Tabelle 4.1) zum Zeitpunkt $t = 3900$ s.

Die Verteilung der thermischen Spannungen ist in diesem Fall rotationssymmetrisch. Die Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ hängt vom Abstand r zum Mittelpunkt ab. Je größer r ist, desto größer ist $\Delta\sigma_t$. In der Kristallmitte, d. h. bei $r = 0$ ist $\Delta\sigma_t = 0$. Die Hauptspannungsrichtungen sind radial und tangential und ebenfalls rotationssymmetrisch. Diese Aussagen stimmen mit der Analyse zum thermischen Effekt im YAG-Laserkristall in /4.3/ und /4.10/ überein. Die gemessene Kurvenform bis auf das Vorzeichen und die in Bild 4.6 sichtbaren Minima werden in Bild 4.10 gut wiedergegeben. Die Änderungen der Differenzfrequenz f_t sind im Vergleich zu den Messungen jedoch um etwa den Faktor 100 zu klein.

Anschließend wird die Simulation mit einem begrenzten Einfluß (Randbedingung B) der Unterlage durchgeführt (Bilder 4.12, 4.13).

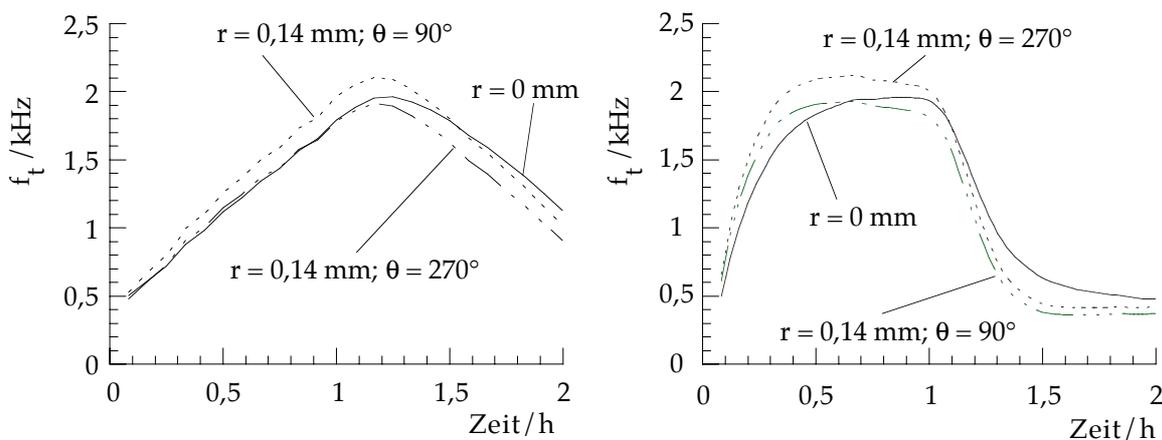


Bild 4.12 Mit Hilfe der FEM berechnete durch thermische Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t (Randbedingung B in Tabelle 4.1) bei Dreiecksheizen (links) und Rechtecksheizen (rechts).

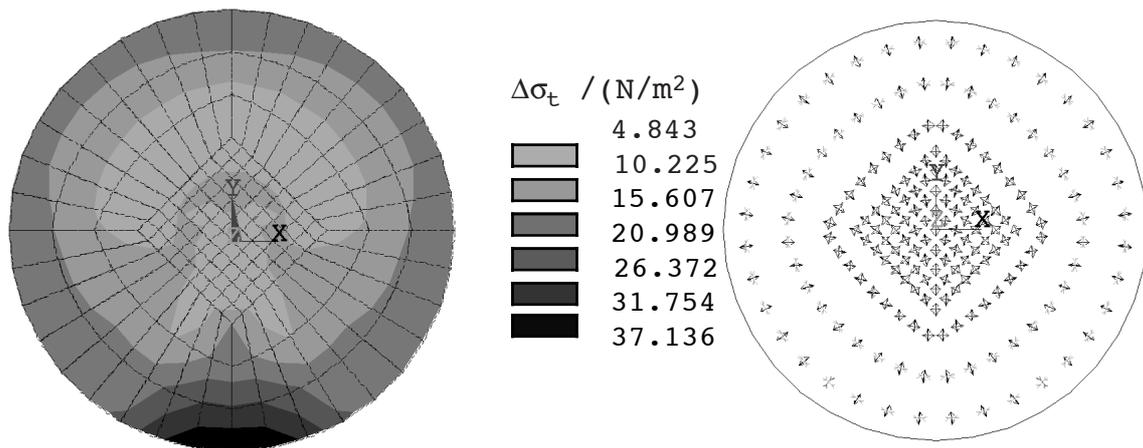


Bild 4.13 Verteilung der thermischen Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ und der Hauptspannungsrichtungen (Randbedingung: B in Tabelle 4.1) zum Zeitpunkt $t = 3900$ s.

Durch den Einfluß von der Unterlage werden die Kurven der thermischen Spannungsdifferenz verändert. Die Hauptspannungsrichtungen im Kristall sind nicht mehr rotationssymmetrisch. Auch in der Kristallmitte ($r = 0$) entsteht ein thermischer Hauptspannungsunterschied $\Delta\sigma_t$. Der maximale thermische Hauptspannungsunterschied tritt an der Kontaktstelle zwischen Kristall und Unterlage auf. Führt man die gleiche Rechnung mit größeren Werten des Wärmeübergangskoeffizienten h durch, so zeigt sich bei gleicher Temperaturänderung der Unterlage eine größere Änderung der thermischen Differenzfrequenz f_t . Grenzfall ist die einheitliche Temperatur zwischen der Unterlage und dem Kristall. Dies entspricht einem Wärmeübergangskoeffizienten $h = \infty$ zwischen der Unterlage und dem Kristall.

Der maximale Einfluß der Unterlage auf den Kristall in Hinblick auf thermische Spannungen ist der Direktkontakt (Fall C in Tabelle 4.1). In diesem Fall wird die Temperatur der Unterlage an der Kontaktstelle als Kristalltemperatur eingesetzt. Die Bilder 4.14 - 4.15 zeigen die FEM-Simulationsergebnisse für diesen Fall.

Die Temperatur des Kristalls wird nun überwiegend durch die Unterlage beeinflusst. Die Verteilung der thermischen Spannungen und ihre Hauptrichtung sind wie bei Randbedingung B nicht rotationssymmetrisch. Die berechnete Änderung der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz erreicht ca. 30 kHz, d. h. die thermische Spannungsdifferenz ist um den Faktor 10 größer als in den Fällen A, B.

Im realen Fall befindet sich die thermische Randbedingung beim unbelasteten Kristall zwischen den zwei Grenzfällen ohne den Einfluß von der Unterlage und mit Kontakt mit der Unterlage. Die Randbedingung B-Konvektion mit dem Wärmeübergangskoeffizient h beschreibt in diesem Fall die Verhältnisse am besten.

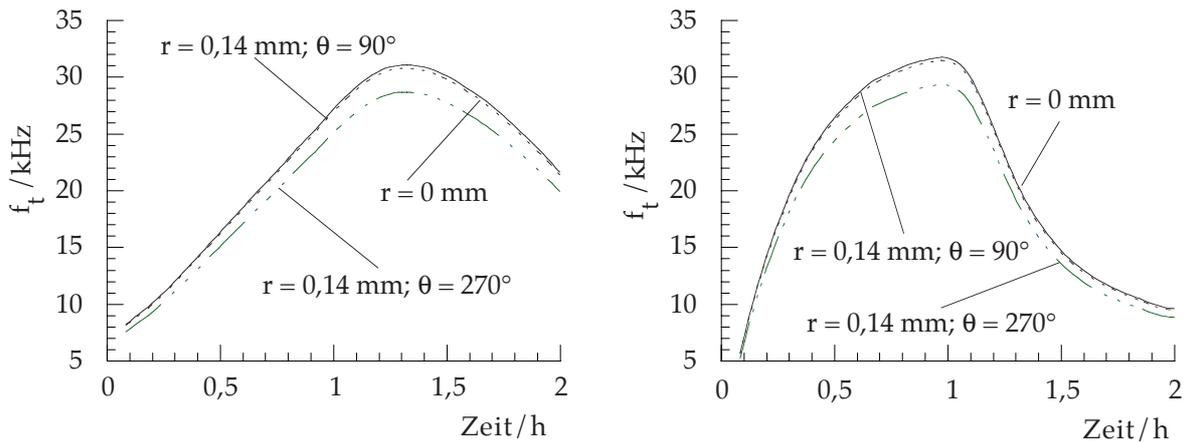


Bild 4.14 Mit Hilfe der FEM berechnete durch thermische Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t (Randbedingung C in Tabelle 4.1) bei Dreieckheizen (links) und Rechteckheizen (rechts).

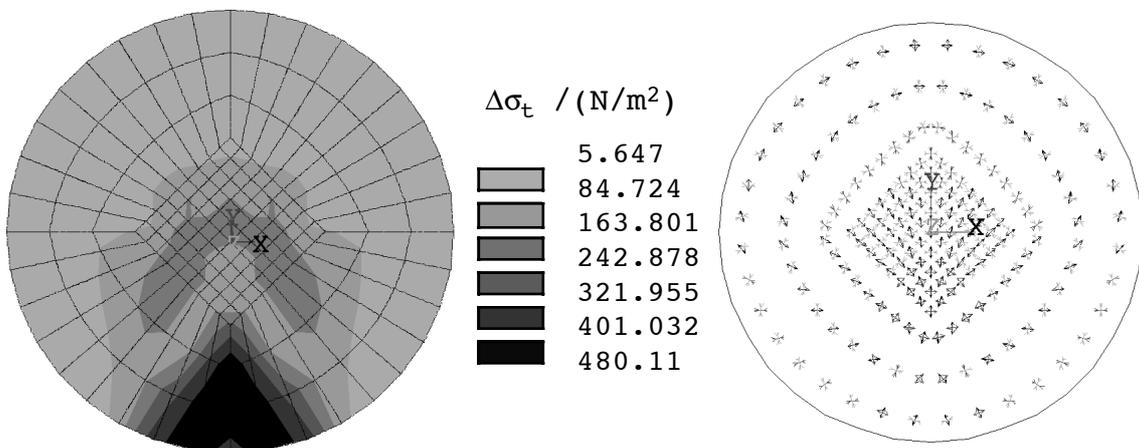


Bild 4.15 Verteilung der thermischen Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ und der Hauptspannungsrichtungen (Randbedingung: C in Tabelle 4.1) zum Zeitpunkt $t = 3900$ s.

Die thermisch bedingte Doppelbrechung überlagert sich mit den anderen im Laserkristall vorhandenen Doppelbrechungen zu einer resultierenden Anisotropie. Bei der Berechnung der resultierenden Anisotropie müssen Betrag und Hauptachsenlage aller Doppelbrechungen besichtigt werden. Diese Berechnung sowie der Vergleich von FEM-Rechnung und experimentellen Daten werden in Kap. 4.2.3 ausführlich behandelt.

4.2.2 Einfluß der Temperatur auf die Resonatorlänge

Nicht nur die thermischen Spannungen, sondern auch der Laserbetrieb hängt von der Temperatur ab. Ändert sich die Temperatur des Laserkristalls, wird die optische Resonatorlänge durch die thermische Ausdehnung und die Änderung der Brechzahl n verändert. Es gilt /4.15/:

$$L_{\text{opt}} = L_0 \cdot [1 + \alpha_0 \cdot (T - T_0)] \cdot \left[n_0 + \left(\frac{\partial n}{\partial T} \cdot (T - T_0) \right) \right] \quad (4.7)$$

L_0 : geometrische Länge für $T = T_0$

L_{opt} : optische Länge des Laserresonators

T_0 : die Kristalltemperatur, bei der L_0 und n_0 vorliegen.

$\partial n / \partial T$: Temperaturkoeffizient der Brechzahl (Nd:YAG: $\partial n / \partial T = 7,3 \cdot 10^{-6} / 4.10 /$)

Einsetzen von Gl. (4.7) in Gl. (2.9) und (2.11) liefert für die temperaturabhängige Differenzfrequenz:

$$f(T) = \frac{\Delta \cdot c}{\pi \cdot 2 \cdot L \cdot [1 + \alpha_0 \cdot (T - T_0)] \cdot \left[n_0 + \left(\frac{dn}{dT} \cdot (T - T_0) \right) \right]} \quad (4.8)$$

(c: Lichtgeschwindigkeit)

Aus Gl. (4.8) erkennt man:

- die durch den Einfluß der Temperatur auf den Laserbetrieb verursachte Differenzfrequenz ist proportional zu der meßkraftbedingten Phasendifferenz Δ und ändert sich damit proportional zur Kristallbelastung,
- der durch den Einfluß der Temperatur auf den Laserbetrieb verursachte Temperaturkoeffizient df/dT ist negativ, d.h. bei steigender Temperatur nimmt die Differenzfrequenz f ab (Voraussetzung: α_0 ist positiv.).

Umstellen von Gl. (4.8) liefert:

$$f(T) = \frac{n_0}{[1 + \alpha_0 \cdot (T - T_0)] \cdot \left[n_0 + \left(\frac{dn}{dT} \cdot (T - T_0) \right) \right]} \cdot f(T_0) \quad (4.9)$$

Wird die Differenzfrequenz $f[T_0] = 14 \text{ MHz}$ aus Bild 4.6 in Gl. (4.8) eingesetzt, ergibt sich eine Änderung der Differenzfrequenz von ca. -400 Hz bei eine Temperaturänderung von $2,5 \text{ }^\circ\text{C}$ (vergleichbare Temperaturänderung zu Bild 4.7). Im Vergleich zu der gemessenen Änderung der Differenzfrequenz in Bild 4.6 (ca. 150 kHz) ist daher der Temperatureinfluß infolge Änderung der Resonatorlänge zu vernachlässigen.

4.2.3 Experimentelle Untersuchungen

Die theoretischen Untersuchungen der Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz f mit Hilfe der FEM zeigen, daß bei der in Bild 4.8 dargestellten Temperaturänderung die maximale durch thermische Spannungen verursachte

Differenzfrequenzänderung im Grenzfall-Kontakt (Randbedingung C) bei einem $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristall ca. 30 kHz beträgt. Die Messungen im Bild 4.6 zeigen aber eine Differenzfrequenzänderung von etwa 150 kHz (HAM 3) bei der gleichen Temperaturänderung. Dies zeigt, daß weitere temperaturabhängige Effekte vorhanden sein müssen. Um diese Effekte zu erfassen, wurden zusätzliche Messungen durchgeführt.

Zunächst werden die Messungen des Kristalls HAM 5 genauer betrachtet und anschließend die Ergebnisse auf andere Kristalle übertragen. Der Kristall HAM 5 hat eine sehr geringe Abweichung (Meßdaten siehe Tabelle 3.1) des Laserstrahls vom Mittelpunkt ($r = 0,08 \text{ mm}$). Beim Rotieren um seine Längsachse (Rollen) des Kristalls bleiben die Laserstrahllage und demzufolge auch die thermischen Spannungen nahezu konstant, d. h. thermische Spannungen sind in diesem Fall raumfest. Dies hat den Vorteil, daß verschiedene Temperatureffekte voneinander getrennt werden können. Die Hauptachsenlage der Offsetanisotropie $\varphi_0 = 0^\circ$ bedeutet, daß die Hauptachse waagrecht liegt. Bild 4.16 und Bild 4.17 zeigen die gemessene Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz mit dem Kristall HAM 5 bei unterschiedlichen Rotationslagen φ_0 . Der Rollwinkel φ_0 wird durch Drehen um die Kristallachse eingestellt. Während der Messungen wurde die Temperatur durch Dreieckheizen (Bild 4.8) geändert.

Die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz ist immer eine kontinuierliche Kurve. Der Temperaturkoeffizient df/dT liegt theoretisch zwischen null und unendlich ($-\infty < df/dt < \infty$). Beim Dreieckheizen reicht die Meßzeit nicht aus, den Anfangszustand wieder zu erreichen (siehe Bild 4.6). Die beiden Temperaturkoeffizienten df/dT wurden jeweils durch Berechnen der Ausgleichsgerade aus den Werten bei steigender Temperatur ($dT/dt > 0$) und fallender Temperatur ($dT/dt < 0$) ermittelt.

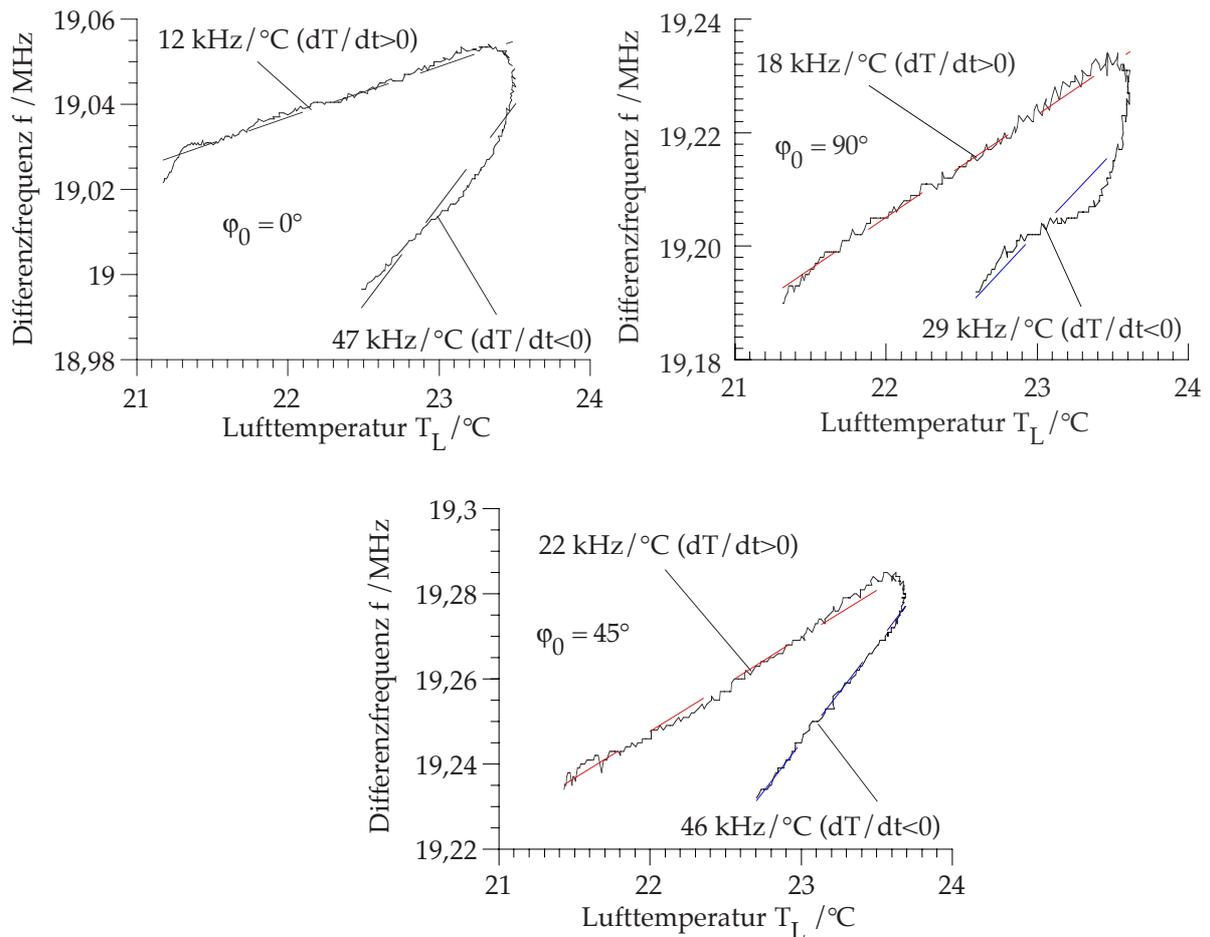


Bild 4.16 Differenzfrequenz f in Abhängigkeit von der Lufttemperatur T_L und Temperaturkoeffizienten df/dT beim Dreieckheizen für unterschiedlichen Rotationslagen φ_0 des unbelasteten Kristalls HAM 5.

Alle Messungen in Bild 4.16 zeigen einen ähnlichen Verlauf. Die Beträge der Differenzfrequenzänderungen während der Messungen sind bei allen drei Rotationslagen nahezu gleich (ca. 50 kHz). Die Temperaturkoeffizienten df/dT sind bei allen Messungen positiv. Die Beträge des Temperaturkoeffizienten sind bei steigender Temperatur ($dT/dt > 0$) und bei fallender Temperatur ($dT/dt < 0$) unterschiedlich.

Im unbelasteten Fall resultiert die Differenzfrequenz f aus der Offsetsdifferenzfrequenz f_0 und der durch thermische Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t . Die thermische Hauptachsenlage φ_t in der Kristallmitte steht senkrecht ($\varphi_t = 90^\circ$). Die resultierende Differenzfrequenz f ist (Anhang 7.3):

$$f = \sqrt{f_0^2 + f_t^2 + 2 \cdot f_0 \cdot f_t \cdot \cos(2 \cdot \Delta\varphi)} \quad (4.10)$$

wobei: $\Delta\varphi = \varphi_0 - \varphi_t$.

Im unbelasteten Fall bestehen zwei Hypothesen:

1. f_0 ist unabhängig von der Temperatur T:

In diesem Fall ergibt sich nach Gl. (4.10):

$$\text{bei } \Delta\varphi = 0^\circ \quad f = f_0 + f_t \quad \text{und} \quad \frac{df}{dT} = \frac{df_t}{dT} \quad (4.11a)$$

$$\text{bei } \Delta\varphi = 90^\circ \quad f = f_0 - f_t \quad \text{und} \quad \frac{df}{dT} = -\frac{df_t}{dT} \quad (4.11b)$$

Dies bedeutet, daß die Messungen bei $\varphi_0 = 0^\circ$ und bei $\varphi_0 = 90^\circ$ Temperaturkoeffizienten mit unterschiedlichen Vorzeichen haben sollten. Dies steht im Widerspruch zu den Messungen in Bild 4.16.

2. f_0 hängt von der Temperatur T ab, bzw. $f_0 = f_0(T)$:

In diesem Fall ergibt sich nach Gl. (4.10):

$$\text{bei } \Delta\varphi = 0^\circ \quad f = f_0 + f_t \quad \text{und} \quad \frac{df}{dT} = \frac{df_0}{dT} + \frac{df_t}{dT} \quad (4.12a)$$

$$\text{bei } \Delta\varphi = 90^\circ \quad f = f_0 - f_t \quad \text{und} \quad \frac{df}{dT} = \frac{df_0}{dT} - \frac{df_t}{dT} \quad (4.12b)$$

Wenn $\frac{df_0}{dT} < \frac{df_t}{dT}$ ist, hat $\frac{df}{dT}$ das Vorzeichen von $\frac{df_t}{dT}$. Dies bedeutet, daß bei den Rotationslagen von $\Delta\varphi = 0^\circ$ und von $\Delta\varphi = 90^\circ$ die Temperaturkoeffizienten unterschiedliche Vorzeichen haben müßten. Dies stellt erneut einen Widerspruch zu den Messungen in Bild 4.16 dar.

Wenn $\frac{df_0}{dT} > \frac{df_t}{dT}$ gilt, hat $\frac{df}{dT}$ das Vorzeichen von $\frac{df_0}{dT}$. In diesem Fall hat $\frac{df}{dT}$ bei unterschiedlichen Rotationslagen das gleiche Vorzeichen. Dies stimmt mit den Messungen vom Kristall HAM 5 in Bild 4.16 überein. Somit ist die Temperaturabhängigkeit der Offsetdifferenzfrequenz stärker als die durch thermische Spannungen verursachte Temperaturabhängigkeit.

Bild 4.17 zeigt Messungen mit dem Kristall HAM 5, die bei einer Belastung mit ca. 200g, unterschiedlichen Rotationslagen und sonst gleichen Umgebungsbedingungen durchgeführt wurden. Eine geringere Last als 200 g kann die Offsetdifferenzfrequenz nicht kompensieren und das Vorzeichen des Temperaturkoeffizienten df/dT wäre nicht von der Rotationslage abhängig. Eine deutlich größere Last verursacht durch Seismik ein größeres Rauschen der Differenzfrequenz. Die Messungen in Bild 4.17 wurden mit dem Parallelenker-Kraftführungssystem und einer ebenen Unterlage durchgeführt, da dadurch die Fehlereffekte durch das Kraftführungssystem minimiert werden (Kap. 3.3).

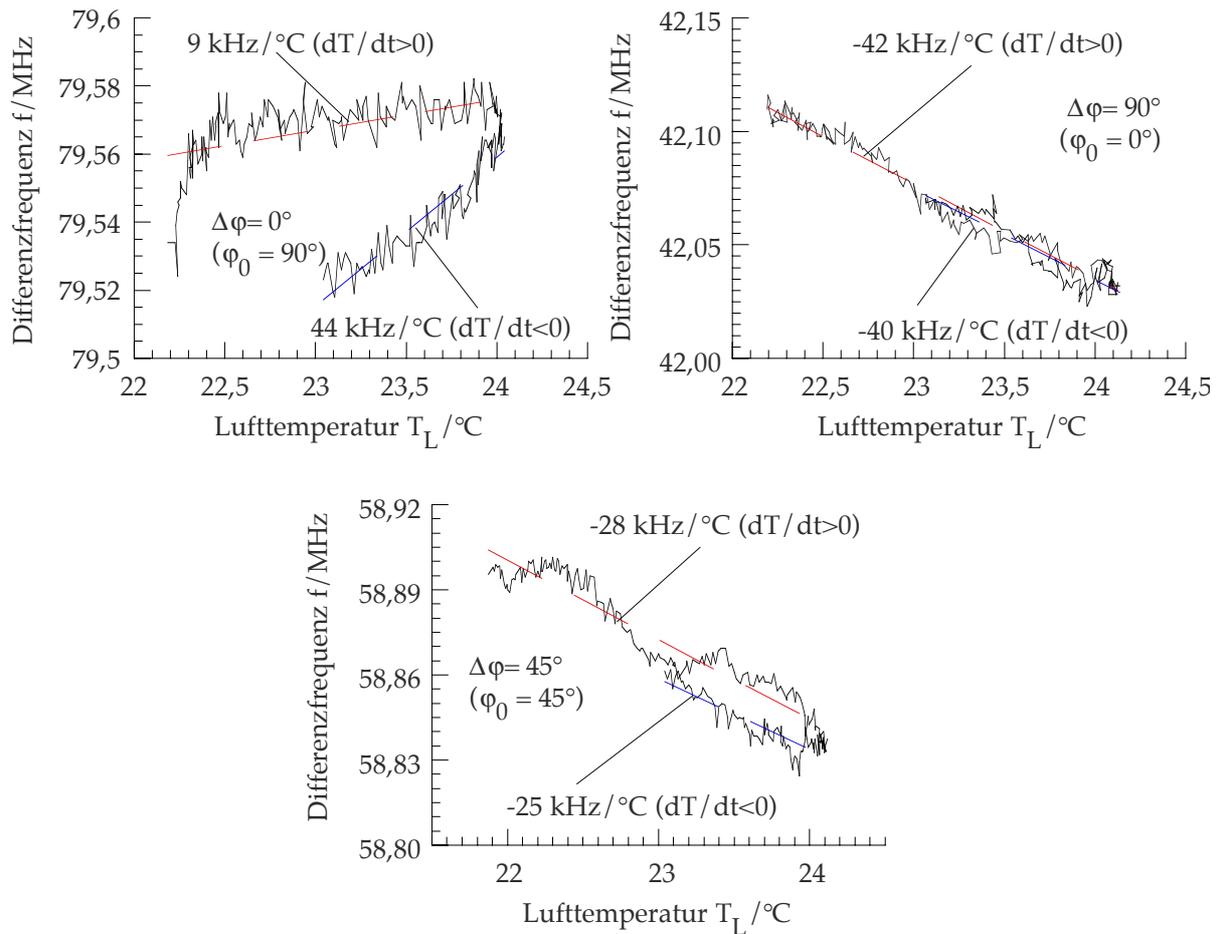


Bild 4.17 Differenzfrequenz f in Abhängigkeit von Lufttemperatur T und Temperaturkoeffizienten df/dT bei unterschiedlichen Rotationslagen des Kristalls HAM 5 auf einer ebenen Unterlage im belasteten Fall (Dreieckheizen, Last: ca. 200g) ($\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_0$).

Die Temperaturkoeffizienten bei den Rotationslagen $\Delta\varphi = 0^\circ$ und $\Delta\varphi = 90^\circ$ haben im Gegensatz zu den Messungen ohne Last (Bild 4.16) unterschiedliche Vorzeichen.

Die zu messende Kraft wirkt durch das Kraftführungssystem senkrecht auf den Kristall ein. Deswegen hat die durch die Belastung verursachte Anisotropie in der Kristallmitte die gleiche Hauptachsenlage wie die thermische Anisotropie ($\varphi_F = \varphi_t = 90^\circ$). Wird der Kristall rotiert, ändert sich nur die Hauptachsenlage φ_0 der Offsetanisotropie. Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 ist kristallfest. Die Hauptachsenlagen φ_F und φ_t beim Rotieren bleiben gleich. Sie sind demnach raumfest, weil der Kraftvektor und das Temperaturfeld raumfest sind.

Für die resultierende Differenzfrequenz mit Belastung gilt:

$$f = (f_F + f_t) + f_0 \quad \text{bei } \Delta\varphi = 0^\circ \quad (4.13)$$

$$f = (f_F + f_t) - f_0 \quad \text{bei } \Delta\varphi = 90^\circ \quad (4.14)$$

Die Analyse der Messungen aus Bild 4.16 und 4.17 zeigt, daß die thermischen Spannungen im Lasermaterial nicht die Hauptursache für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz sein können. Es gibt außer den thermischen Spannungen noch andere Ursachen für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz. Diese Effekte sind mit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 verbunden. Die Hauptachsenlage der durch diesen Effekt hervorgerufenen Anisotropie dreht sich beim Rotieren des Kristalls (Mitreheffekt). Da die Summe ($f_F + f_t$) bei den Messungen bei $\Delta\varphi = 0^\circ$ und $\Delta\varphi = 90^\circ$ gleich ist, ist f_0 der Grund für den umgekehrten Verlauf der Differenzfrequenz bei $\Delta\varphi = 0^\circ$ und $\Delta\varphi = 90^\circ$ in Bild 4.17.

Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 und die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t können durch die Messungen bei unterschiedlichen Rotationslagen und gleichem zeitlichen Verlauf der Temperatur voneinander getrennt werden. Aus Gl. (4.11a) und Gl. (4.11b) erhält man unter der Annahme fehlender Last:

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2}[f(\Delta\varphi = 0^\circ) + f(\Delta\varphi = 90^\circ)] \\ f_t &= \frac{1}{2}[f(\Delta\varphi = 0^\circ) - f(\Delta\varphi = 90^\circ)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

Wendet man Gl. 4.15 auf die Zeitverläufe der in Bild 4.16 gezeigten Messungen an, so ergeben sich die zeitliche Abhängigkeit von f_t und f_0 in Bild 4.18.

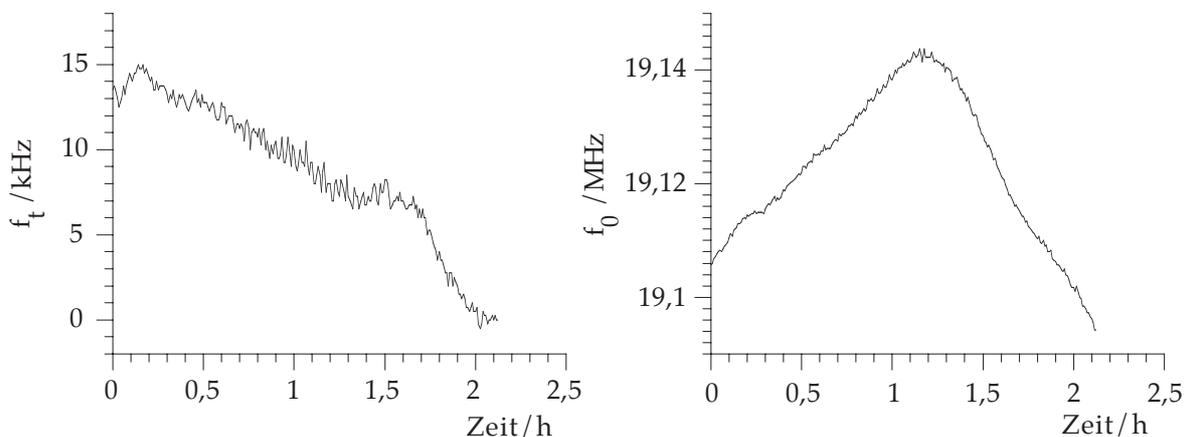


Bild 4.18 Aus den Messungen in Bild 4.16 und durch Anwendung von Gl. (4.15) berechnete zeitliche Verläufe der Offsetdifferenzfrequenz f_0 und der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t . (Kristall: HAM 5, Dreieckheizen).

Die Messungen in Bild 4.16 - 4.18 sind beim Dreieckheizen durchgeführt worden. Vergleichbare Messungen wurden mit Rechteckheizen durchgeführt und Verläufe von f_t und f_0 wurden mit der gleichen Methode ermittelt (Bild 4.19).

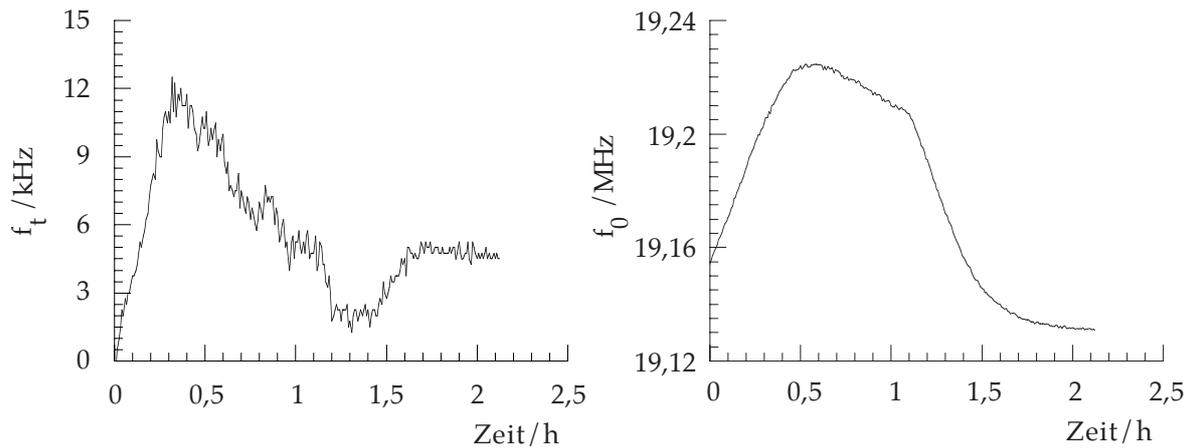


Bild 4.19 Aus den Messungen und durch Anwendung von Gl. (4.15) ermittelte Verläufe von Offsetdifferenzfrequenz f_0 und der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t (Kristall HAM 5, Rechteckheizen).

Die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t ändert sich durch die Temperaturänderung um weniger als 15 kHz. Aufgrund dieses niedrigen Wertes überlagern sich andere Störungen wie z. B. der Temperatureffekt durch die Verlagerung der Pumpquelle (dies wird am Ende dieses Kapitels erläutert) der Differenzfrequenz f_t . Eine Temperaturkorrelation ist deswegen nicht deutlich zu erkennen. Das Maximum bzw. Minimum beim Verlauf von f_t in Bild 4.19 ist bei der FEM-Simulation in Bild 4.10 und 4.12 (Rechteckheizen) erkennbar. Die Änderungen von f_0 betragen 50 kHz bis 80 kHz. Der Vergleich der Temperaturverläufe (Bild 4.8) mit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 (Bilder 4.18, 4.19) zeigt, daß f_0 ebenfalls von der absoluten Temperatur und deren zeitlicher Änderung abhängig ist.

Aus den Untersuchungen mit dem Kristall HAM 5 werden die folgenden Schlußfolgerungen gezogen:

- Die thermischen Spannungen im Lasermaterial sind nicht die einzige Ursache für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz. Es gibt noch mindestens eine andere wichtige Ursache, die eine Temperaturabhängigkeit verursacht. Deren Hauptachsenlage ist stark mit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 verbunden (sog. Mitdreheffekt).
- die durch thermische Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t bei einem $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ -Kristall ist bei den in der Messungen verwendeten Zyklen mit Rechteck- bzw. Dreieckheizen kleiner als 15 kHz.

Um die Allgemeingültigkeit dieser Schlußfolgerungen zu bestätigen, wurden gleichartige Messungen mit anderen Kristallen durchgeführt und mit der gleichen Methode die zeitlichen Verläufe von f_0 und f_t aus den Messungen erfaßt. Beispielsweise werden die Ergebnisse bei den Kristallen HAM 3 und HAM 5

dargestellt. Die Messungen unter Last mit ebener Unterlage bei Rotationslage $\varphi_0 = 0^\circ$ hat ein umgekehrtes Vorzeichen des Temperaturkoeffizienten als die Messungen bei Rotationslage $\varphi_0 = 90^\circ$. Die nachfolgenden Bilder zeigen die Messungen und die damit berechneten Verläufe im unbelasteten Fall von f_0 und f_t bei Verwendung von Kristall HAM 3 (Bilder 4.20, 4.21) und Kristall HAM 6 (Bilder 4.22, 4.23).

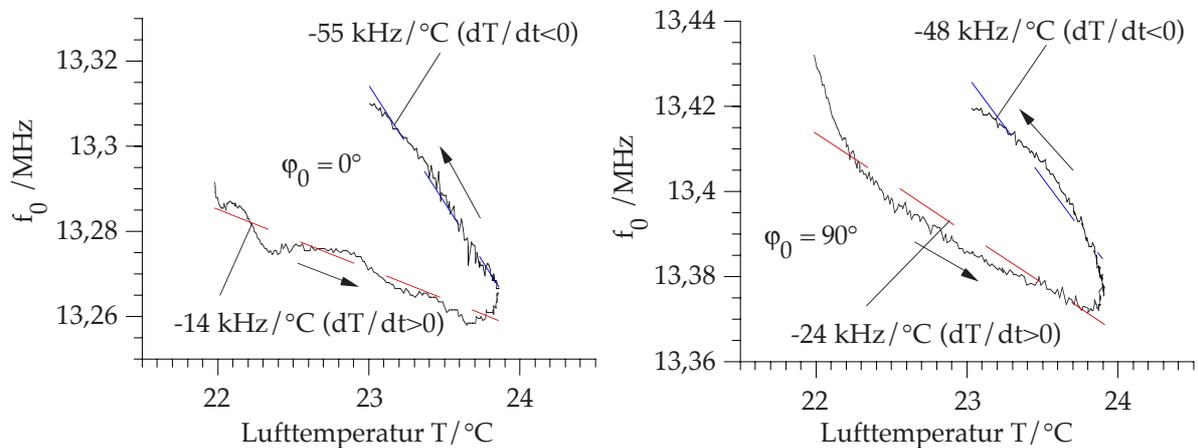


Bild 4.20 Differenzfrequenz f in Anhängigkeit von Lufttemperatur und Temperaturkoeffizienten df/dT bei unterschiedlichen Rotationslagen (Kristall: HAM 3, Dreieckheizen, unbelastet).

Der Temperaturkoeffizient df/dT beim Kristall HAM 3 im unbelasteten Fall ist ebenfalls weitgehend unabhängig von der Rotationslage. Gegenüber den Messungen mit Kristall HAM 5 (Bild 4.16) ist hier df/dT negativ. Aus den in Bild 4.20 gezeigten Messungen wurden die Zeitverläufe der Offsetdifferenzfrequenz f_0 und der durch thermische Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t berechnet (Bild 4.21).

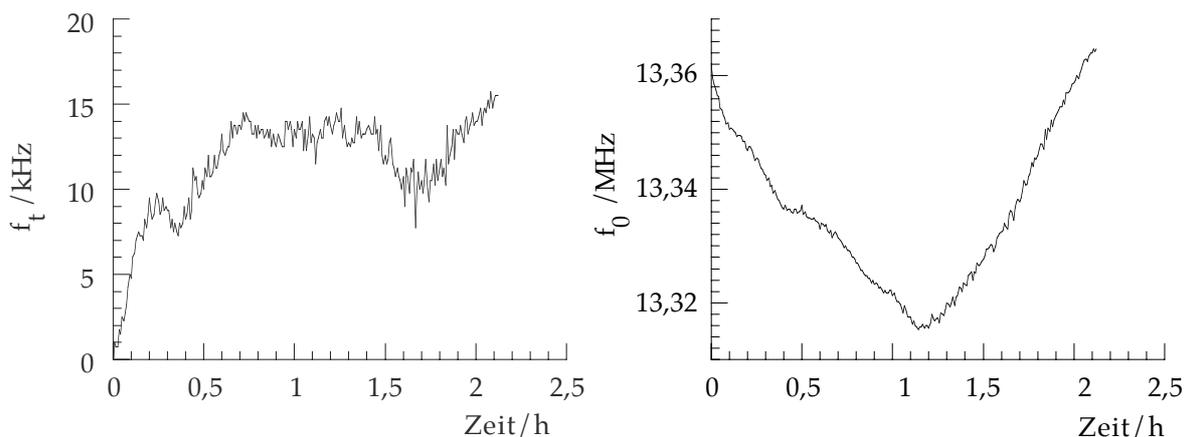


Bild 4.21 Aus den Messungen (Bild 4.20) und durch die Anwendung von Gl. (4.15) ermittelte Verläufe von Offsetdifferenzfrequenz f_0 und der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t (Kristall HAM 3, Dreieckheizen, unbelastet).

Die durch thermische Spannungen verursachte Änderung der Differenzfrequenz f_t beim Dreieckheizen ist kleiner als 15 kHz. Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 driftet um ca. 50 kHz.

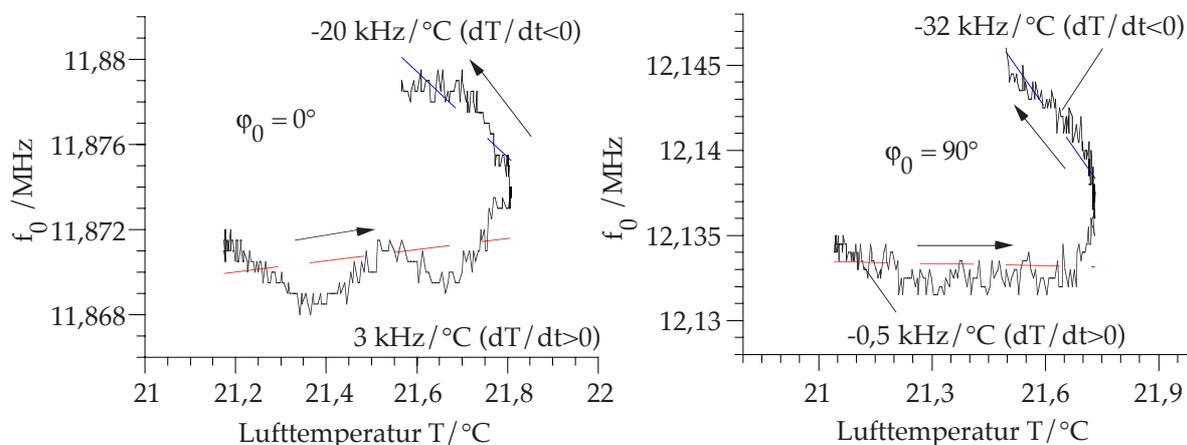


Bild 4.22 Differenzfrequenz f in Abhängigkeit von der Lufttemperatur und Temperaturkoeffizienten df/dT bei unterschiedlichen Rotationslagen von 0° und 90° (Kristall: HAM 6, Dreieckheizen, unbelastet).

Im unbelasteten Fall zeigt die Differenzfrequenz bei Kristall HAM 6 und den Rotationslagen $\varphi_0 = 0^\circ, 90^\circ$ ähnliche Verläufe. Im Vergleich zu den Messungen mit anderen Kristallen (Bild 4.16, Bild 4.20) ist der Temperaturkoeffizient df/dt von Kristall HAM 6 bei steigender Temperatur nahezu null und bei fallender Temperatur negativ. Auch hier ändert sich der Temperaturgang bei Rotation des Kristalls nicht wesentlich. Aus den gemessenen Differenzfrequenzen bei den Rotationslagen φ_0 von 0° und 90° wurden die Zeitverläufe von f_t und f_0 beim Kristall HAM 6 berechnet (Bild 4.23).

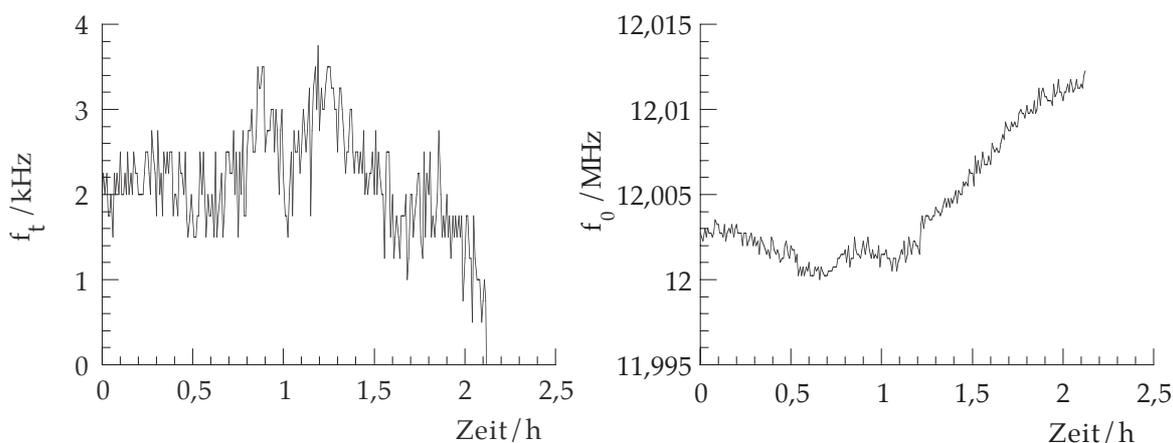


Bild 4.23 Aus Messungen und durch die Anwendung von Gl. (4.15) ermittelte Zeitverläufe der Offsetdifferenzfrequenz f_0 und der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t (Kristall HAM 6, Dreieckheizen).

Die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t beim Kristall HAM 6 ist ebenfalls kleiner als 4 kHz. Die Drift der Offsetdifferenzfrequenz durch das Dreieckheizen beträgt ca. 12 kHz.

Durch die Untersuchungen bei diesen Kristallen (HAM 3, HAM 6) (Bilder 4.20-4.23) wird also erneut festgestellt, daß die thermischen Spannungen nicht die dominierte Ursache für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz sind. Die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t ist ebenfalls kleiner als 15 kHz (für den Kristall mit der Abmessung $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$). Es gibt somit auch hier andere Ursachen für die Temperaturabhängigkeit, die mit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 verbunden sind. Damit sind die durch die Untersuchungen mit dem Kristall HAM 5 gezogenen Schlußfolgerungen bestätigt.

Die gemessene Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz im unbelasteten Fall vom Kristall HAM 1, der die größte Offsetdifferenzfrequenz f_0 (Tabelle 3.1) der im Kraftsensor benutzten $\varnothing 3 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ Kristalle besitzt, zeigt Bild 4.24.

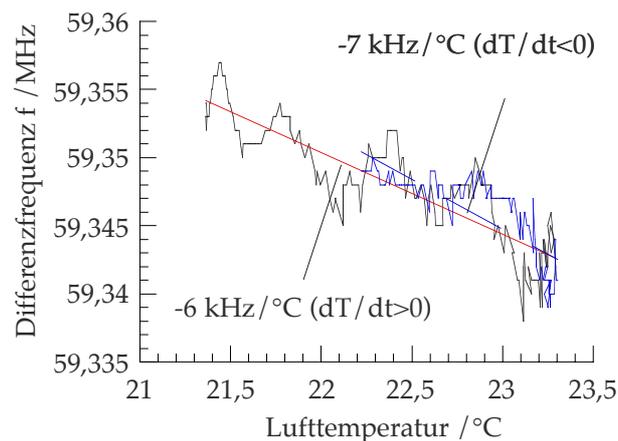


Bild 4.24 Differenzfrequenz f in Anhängigkeit von der Lufttemperatur und die Temperaturkoeffizienten df/dT bei Kristall HAM 1 im unbelasteten Fall (Dreieckheizen).

Im Vergleich zu den Messungen mit anderen Kristallen hat Kristall HAM 1 einen sehr geringen Temperaturkoeffizient df/dT (ca. 7 kHz), obwohl dessen Offsetdifferenzfrequenz f_0 am größten ist.

Die Meßergebnisse in den Bildern 4.18, 4.21, 4.23 und 4.24 zeigen, daß der Temperaturkoeffizient df/dT , sein Vorzeichen und der Betrag der Änderung der Differenzfrequenz im unbelasteten Fall von Kristall zu Kristall unterschiedlich sind, da die Temperaturabhängigkeit der Offsetdifferenzfrequenz df_0/dT von Kristall zu Kristall unterschiedlich ist (Bilder 4.19, 4.21, 4.23). Eine hohe Offsetdifferenzfrequenz f_0 bedeutet nicht zwingend einen großen Temperaturkoeffizienten df/dT .

Die Offsetdifferenzfrequenz f_0 wird im folgenden in zwei Anteile, in einen nicht von der Temperatur abhängigen und einen von der Temperatur abhängigen, aufgeteilt. Der Anteil, der nicht von Temperatur abhängig ist, wird mit f_{01} und die entsprechende Hauptachsenrichtung mit φ_{01} bezeichnet. Der temperaturabhängige Anteil wird f_{02} und die entsprechende Hauptachsenrichtung φ_{02} genannt. Die resultierende Differenzfrequenz von f_{01} und f_{02} gilt (Anhang 7.3):

$$f_0 = \sqrt{f_{01}^2 + f_{02}^2 + 2 \cdot f_{01} \cdot f_{02} \cdot \cos 2(\varphi_{01} - \varphi_{02})} \quad (4.16)$$

Haben die zwei Anteile die gleiche Hauptachsenrichtung, gilt:

$$f_0 = f_{01} + f_{02}$$

$$\frac{df_0}{dT} = \frac{df_{02}}{dT}$$

Dies hätte zur Folge, daß der Verlauf von f_0 bei allen Kristallen gleich sein müßte. Dies ist in den in den Bildern 4.16, 4.20 und 4.22 gezeigten Messungen nicht der Fall. Demnach ist auch die Differenz $\varphi_{01} - \varphi_{02}$ eine individuelle Eigenschaft eines jeden Kristalls.

Da f_{01} nicht temperaturabhängig ist, folgt für den Temperaturkoeffizient von f_0 aus der Ableitung der Gl. (4.16):

$$\frac{df_0}{dT} = \frac{1}{f_0} [f_{02} + f_{01} \cdot \cos 2(\varphi_{01} - \varphi_{02})] \cdot \frac{df_{02}}{dT} \quad (4.17)$$

Mit den Näherungen: $f_{02} \ll f_{01}$ und $f_0 \approx f_{01}$ führt Gl. (4.17) zu

$$\frac{df_0}{dT} \approx \cos[2(\varphi_{01} - \varphi_{02})] \cdot \frac{df_{02}}{dT} \quad (4.18)$$

Der Temperaturkoeffizient df_0/dT der resultierenden Offsetdifferenzfrequenz hängt nicht nur vom Temperaturkoeffizient des temperaturabhängigen Anteils df_{02}/dT ab, sondern auch sehr stark von dessen Hauptachsenlage φ_{02} . Wenn $0^\circ \leq \varphi_{01} - \varphi_{02} < 45^\circ$ ist, hat df_0/dT das gleiche Vorzeichen wie df_{02}/dT . Wenn $45^\circ < \varphi_{01} - \varphi_{02} \leq 90^\circ$ gilt, hat df_0/dT das umgekehrte Vorzeichen wie df_{02}/dT . Im Fall $\varphi_{01} - \varphi_{02} \approx 45^\circ$ ist $df_0/dT \approx 0$, d. h. bei einem bestimmten Rotationswinkel kann der Temperaturkoeffizient der Offsetdifferenzfrequenz kompensiert werden. Dies ist die Erklärung dafür, daß die Temperaturkoeffizienten df_0/dT im unbelasteten Fall von Kristall zu Kristall mit gleicher Konfiguration unterschiedlich sind.

Die Hypothesen für die Ursache des temperaturabhängigen Anteils f_{02} der Offsetdifferenzfrequenz sind:

- Restanisotropie in der Beschichtung des Nd:YAG-Laserresonators und ihre Temperaturabhängigkeit:

Die Restanisotropie im monolithischen Nd:YAG-Laserresonator besteht aus zwei Teilen: im Kristall und in der Beschichtungen des Laserresonators. Die Restanisotropie im Kristall wird durch die mechanische Bearbeitung und die Nd-Dotierung verursacht und bildet den haupten Anteil der resultierenden Restanisotropie. Sie besitzt eine bestimmte Hauptachsenlage. Durch die Beschichtung des Laserresonators wird ebenfalls eine Doppelbrechung hervorgerufen. Diese Doppelbrechung hat eine andere Hauptachsenlage als die Anisotropie im Kristall. Wäre die Anisotropie im Kristall temperaturabhängig, müßte die Temperaturabhängigkeit proportional zur Offsetdifferenzfrequenz f_0 sein. Dies widerspricht den Meßergebnissen. Deswegen ist der Anteil der Anisotropie in den Beschichtungen temperaturabhängig.

- Doppelbrechung in den Beschichtungen, die durch thermische Spannungen aufgrund der unterschiedlichen Materialeigenschaften gegenüber dem Nd:YAG-Kristall verursacht wird:

Ein Hinweis für den Einfluß der Beschichtung ist der Temperaturgradient in der Beschichtung. Die mit FEM berechnete Temperaturverteilung (Bild 4.9) zeigt, daß in den Stirnflächen des Kristalls, an denen sich die Beschichtungen befinden, ein Temperaturgradient entsteht. Dieser Temperaturgradient führt zu thermischen Spannungen.

Um die Temperaturabhängigkeit von f_0 bzw. von Δf_0 (Differenzfrequenzdrift) genauer zu beschreiben, wurde untersucht, ob sich deren Verlauf mit Hilfe der gemessenen Temperaturen approximieren läßt. Durch Wärmeleitungseffekte hängt die Temperatur T am Durchstrahlpunkt und deren zeitlicher Ableitung dT/dt von der Lufttemperatur T_L und deren Änderungsgeschwindigkeit dT_L/dt sowie der Unterlagentemperatur T_u und deren Änderungsgeschwindigkeit dT_u/dt ab. Als Ansatz zur Approximation der temperaturbedingten Differenzfrequenzdrift Δf_0 dient deshalb die Gleichung:

$$\Delta f_0^* = k_0 + k_1 \cdot \frac{dT_L}{dT} + k_2 \cdot \frac{dT_u}{dT} + k_3 \cdot \Delta T_L + k_4 \cdot \Delta T_u \quad (4.19)$$

wobei ΔT_L , ΔT_u die Änderung von T_L , T_u gegenüber ihren Anfangswerten am Zeitpunkt $t = 0$ h dargestellt. $\frac{dT_L}{dT}$ und $\frac{dT_u}{dT}$ sind die Änderungsgeschwindigkeit von T_L und T_u .

k_i ($i = 0 \dots 4$) sind Konstanten. Die optimalen Werte von $k_0 \dots k_4$ nach dem Kriterium der minimalen Fehlerquadrate lassen sich mit Hilfe von Mathematiksoftware aus den Meßwerten ermitteln.

Um die Genauigkeit der Approximation zu überprüfen, wurden die Meßdaten von Δf_0 , ΔT_L , ΔT_U , $\frac{dT_L}{dt}$, $\frac{dT_U}{dt}$ von zwei Messungen (eine mit Rechteckheizen, eine mit Dreieckheizen) mit dem Kristall HAM 5 zusammen für die Approximation angewendet. Als Ergebnis der Approximation ergibt sich:

$$\Delta f_0^* = -0,00596 - 30,9924 \cdot \frac{dT_L}{dt} + 77,3693 \cdot \frac{dT_U}{dt} + 0,06333 \cdot \Delta T_L - 0,20079 \cdot \Delta T_U \quad (4.20)$$

Die gemessenen Kurven und die durch Gl. (4.20) approximierten Kurven der Differenzfrequenzdrift Δf_0 zeigt Bild 4.25.

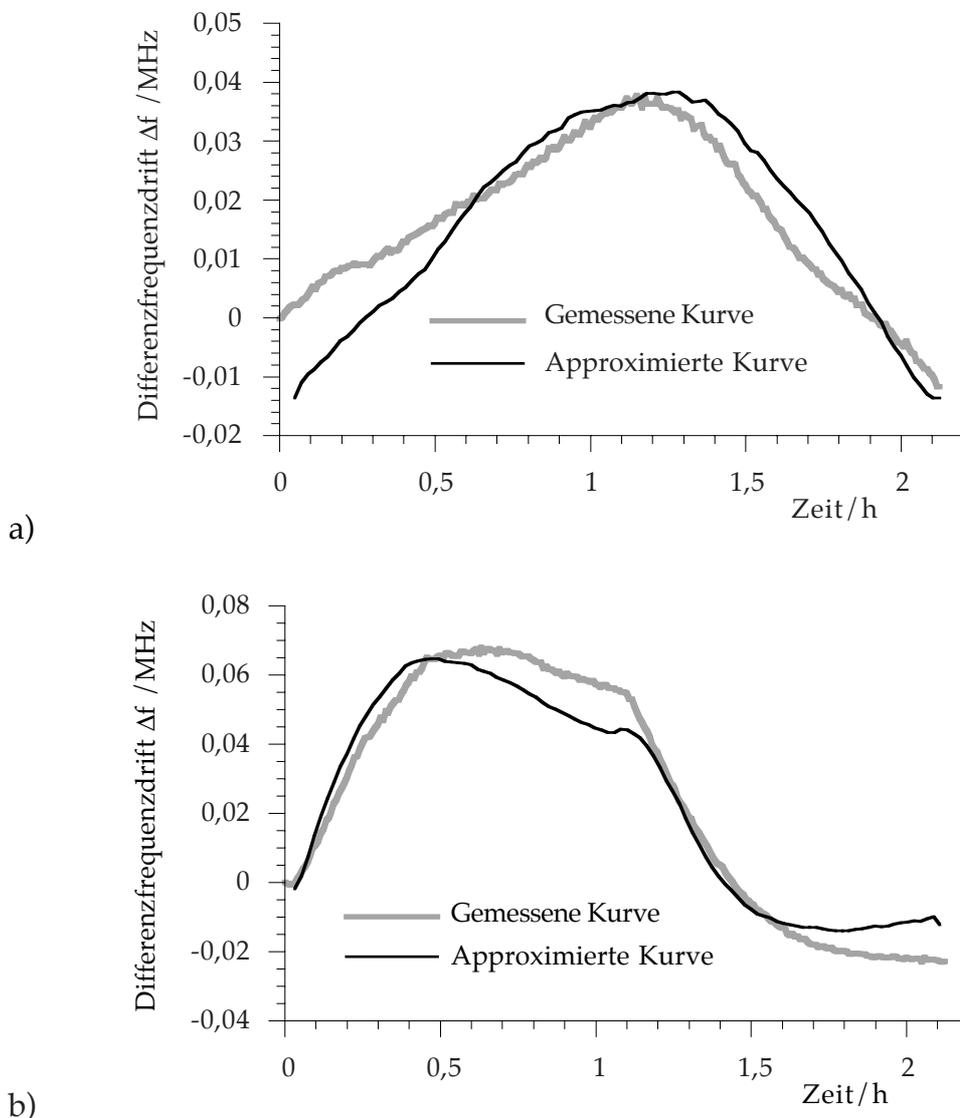


Bild 4.25 Gemessene Kurven (aus Bild 4.18 und Bild 4.19) und die durch die Meßdaten approximierten Kurven (Gl. 4.20) der temperaturbedingten Differenzfrequenzdrift Δf_0 vom Kristall HAM 5 bei a) Dreieckheizen und b) Rechteckheizen.

Die gemessenen Kurven und die approximierten Kurven stimmen bezüglich Kurvenform und Änderungsbetrag recht gut überein. Die Abhängigkeit der Differenzfrequenzdrift von Temperatur können also mit einer linearen Gleichung mit fünf Konstanten und den gemessenen Temperaturen (T_L , T_u) sowie ihren Änderungsgeschwindigkeiten (dT_L/dt , dT_u/dt) beschrieben werden.

Bei Messungen mit anderen Kristallen läßt sich die Offsetdifferenzfrequenz f_0 ebenfalls sehr gut durch Gl. (4.19) approximieren. Da die Temperaturabhängigkeit von f_0 von Kristall zu Kristall unterschiedlich ist, hat jeder Kristall jedoch individuelle Werte von k_i ($i = 0 \dots 4$).

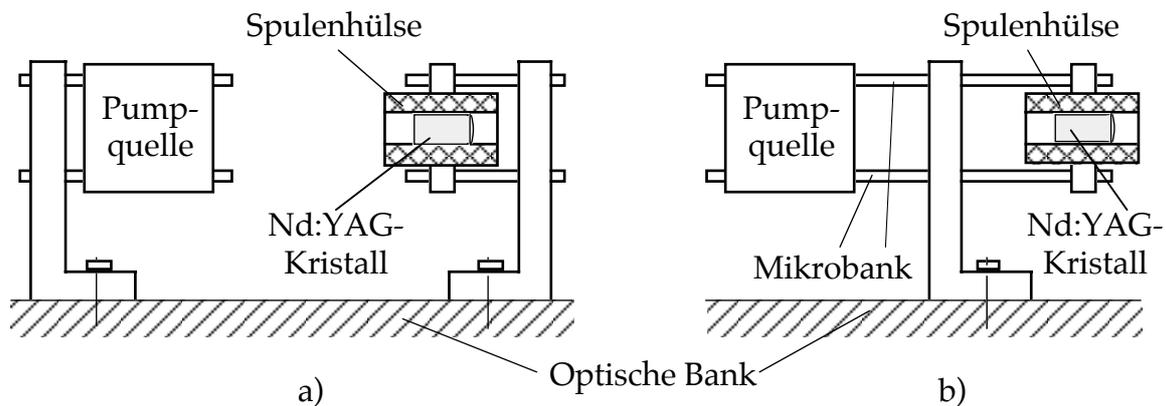


Bild 4.26 a) Pumpquelle und Kristall werden individuell auf der optischen Bank fixiert.
 b) Pumpquelle und Kristall sind fest miteinander verbunden und gemeinsam auf der optischen Bank fixiert.

Außer den thermischen Spannungen und dem temperaturabhängigen Anteil der Offsetdifferenzfrequenz ist ein weiterer Temperatureffekt, der durch die temperaturabhängige Verlagerung der Pumpquelle entsteht, experimentell untersucht worden. Bild 4.26 zeigt den Versuchsaufbau zur Untersuchung des Einflusses durch die Verlagerung der Pumpquelle. (Bild 4.26a: Pumpquelle und der Kristall sind getrennt auf der optischen Bank montiert; Bild 4.26b: Pumpquelle und der Kristall werden in einer gemeinsamen Mikrobankhalterung (Fa. Spindler & Hoyer) zusammen auf der optischen Bank fixiert).

Erhöht sich die Umgebungstemperatur, dehnt sich der Versuchsaufbau aus. Dadurch kann die Lage des Pumpstrahls im Kristall verändert werden. Dies hat zwei Folgen:

- Die räumliche Überdeckung des Pumpstrahls und des YAG-Laserstrahls wird verändert.
- Die räumliche Verteilung der durch Pumpen absorbierten Wärmeleitung im Kristall wird verändert.

Sind die Pumpquelle und der Kristall starr über das Stangensystem der Mikrobank

miteinander verbunden, wird die Verlagerung der Pumpquelle vermieden (Bild 4.26b). Ein Nachteil ist allerdings die Begrenzung der Justagemöglichkeit.

Eine Maßnahme gegen den Temperatureffekt im Kristall ist die Temperaturstabilisierung. Die Spulenhülse in Bild 4.25 dient dazu, die Temperatur des Kristalls zu stabilisieren. Die Spulenhülse besteht aus einer Spulenwicklung und einem PT100-Temperatursensor. Zusammen mit einer passenden Elektronik wird die Temperatur im inneren Zylinderraum der Spulenhülse konstant gehalten. Liegt der Kristall in diesem Raum, wird die Temperatur der Mantelfläche des Kristalls nahezu konstant. Die Temperatur in der Spulenhülse kann im Bereich von 22°C bis 38°C um die Genauigkeit von etwa 0,01°C stabilisiert werden.

Um den Einfluß der Verlagerung der Pumpquelle festzustellen, wurden Messungen mit beiden Versuchsaufbauten gemäß Bild 4.25 durchgeführt. Die sonstigen Meßbedingungen wie z. B. Temperaturänderung, Pumpleistung und Kristalllagerung usw. waren identisch. Die Differenzfrequenzänderung während der Temperaturänderung durch Dreieckheizen beim Kristall HAM 5 mit dem in Bild 4.25a gezeigten Aufbau beträgt ca. 17 kHz und beim in Bild 4.25b gezeigten Aufbau weniger als 8 kHz. Ein Temperatureffekt durch die Verlagerung der Pumpquelle ist demnach vorhanden und verursacht eine Differenzfrequenzänderung um weniger als 10 kHz.

Messungen zwecks Erprobung der Temperaturstabilisierung (Spulenhülse in Bild 4.25) wurden mit dem in Bild 4.25b gezeigten Aufbau durchgeführt. In einer Umgebung mit Dreieckheizen ergibt sich beim Kristall HAM 5 eine Differenzfrequenzänderung von ca. 8 kHz und beim Kristall HAM 3 eine Differenzfrequenzänderung von ca. 45 kHz. Im Vergleich zu den Messungen ohne die oben genannten Maßnahmen betragen die Differenzfrequenzänderung ca. 50 kHz (Bild 4.16) von Kristall HAM 5 und ca. 150 kHz von Kristall HAM 3.

Die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz wird also durch die Stabilisierungsmaßnahmen deutlich reduziert. Aber es ist immer noch ein Temperatureffekt vorhanden. Die kann dadurch erklärt werden, daß die Spulenhülse in Bild 4.25 an beiden Seiten offen ist. Liegt ein Kristall in der Spulenhülse, werden die Stirnflächen des Kristalls trotz der Temperaturstabilisierung an der Mantelfläche von der Lufttemperatur beeinflusst. Die Stirnflächen des Kristalls sind als Laserresonator verspiegelt, d. h. die Beschichtungen haben direkten Kontakt mit Luft und werden von der Umgebungstemperatur beeinflusst. Dies zeigt erneut, daß in der Beschichtung ein Temperatureffekt vorhanden ist.

4.3 Einfluß der Umgebungstemperatur auf das Kraftführungssystem

In Kap. 3.3 wurden die verschiedenen Kraftführungssysteme in Hinblick auf das Meßverhalten diskutiert. Manche Parameter des Kraftführungssystems, die zu Störkräften führen, sind temperaturabhängig. Dies führt zu einer Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz im belasteten Fall.

4.3.1 Temperaturabhängigkeit der Krafteinleitung

Wird die durch die Krafteinleitung verursachte Störkraft F_1 von der Temperatur beeinflusst, ergibt sich die auf den Kristall einwirkende resultierende Kraft F gemäß Gl. (3.22):

$$F(T) = \bar{F} + m_1 \cdot g + F_1(T) \quad (4.21)$$

Die auf das Sensorelement einwirkende Kraft F ist dadurch temperaturabhängig. Für die Krafteinleitung aus Blattfedern oder aus Parallelenkern ist die Störkraft F_1 durch die Federkraft verursacht. Der Störeffekt der Krafteinleitung aus Kugelhülse ist die Reibungskraft (Kap. 3.3.1).

Durch die Ausdehnung mit der Temperaturänderung wird die Krafteinleitung verformt. Dies zeigt die Bild 4.27.

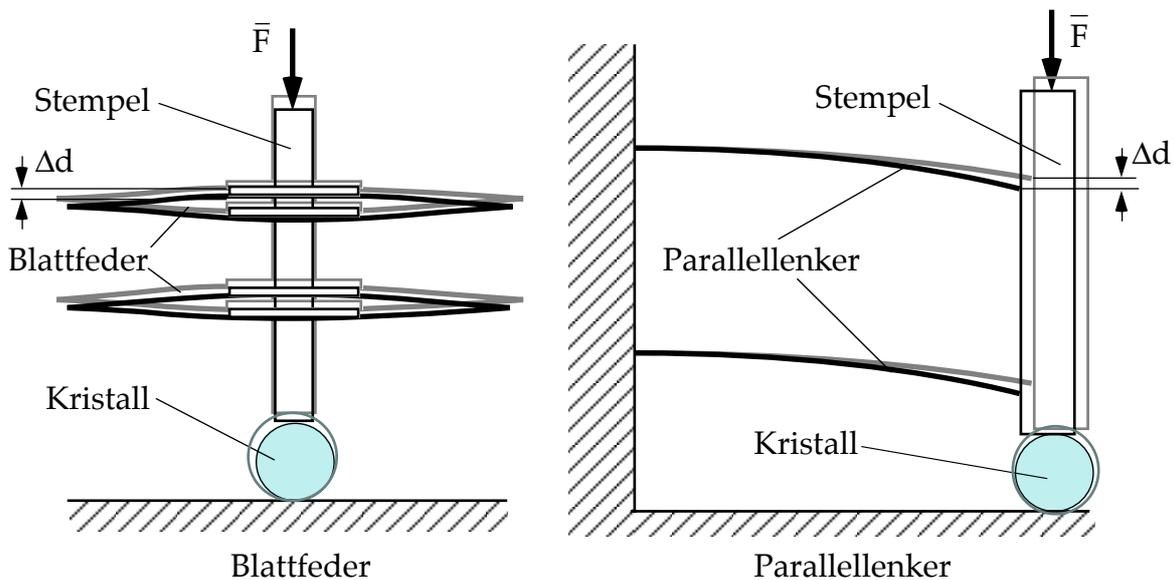


Bild 4.27 Verformung der Krafteinleitung aus Blattfedern und Parallelenkern durch thermische Ausdehnung.

Dehnt sich die Blattfeder oder der Parallelenker (Bild 4.29) durch Temperaturerhöhung aus, verändert sich die geometrische Abmessung der Feder. Dadurch wird ihre Steifigkeit k geändert. Da der Kristall und der Stempel unterschiedliche Wärmeausdehnungskoeffizienten α_0 besitzen, wird außerdem die Verformung Δd der Feder geändert. Aus Gl. (3.23) ergibt sich für die durch Temperaturänderung verursachte Kraftänderung:

$$\Delta F = \Delta F_1 = \frac{\partial F_1}{\partial k} \cdot \frac{\partial k}{\partial T} \cdot \Delta T + \frac{\partial F_1}{\partial d} \cdot \frac{\partial d}{\partial T} \cdot \Delta T \quad (4.22)$$

Die Krafteinleitung aus Blattfedern hat eine symmetrische Struktur. Auch bei thermischer Ausdehnung bleibt die Symmetrie erhalten. Es ist keine relative Bewegung zwischen dem Kristall und dem Stempel vorhanden, d. h. es entsteht keine Reibung. Dies ist ein Vorteil der Krafteinleitung aus Blattfedern. Aus Bild 4.23 erkennt man, daß sich durch die thermische Ausdehnung der Stempel der Krafteinleitung aus Parallellenkern seitlich verlagert. Außer der Änderungen der Federsteifigkeit und der Verformung der Feder wird eine relative Bewegung zwischen dem Kristall und dem Stempel hervorgerufen. Dies verursacht eine Reibungskraft und kann die auf den Kristall einwirkende Kraft je nach der Form der Unterlage mehr oder weniger beeinflussen (Kap. 3.3.2). Die Messungen zum Temperaturverhalten mit den Krafteinleitungen aus Blattfedern und aus Parallellenkern unter gleichen Meßbedingungen sind in Bild 4.28 dargestellt.

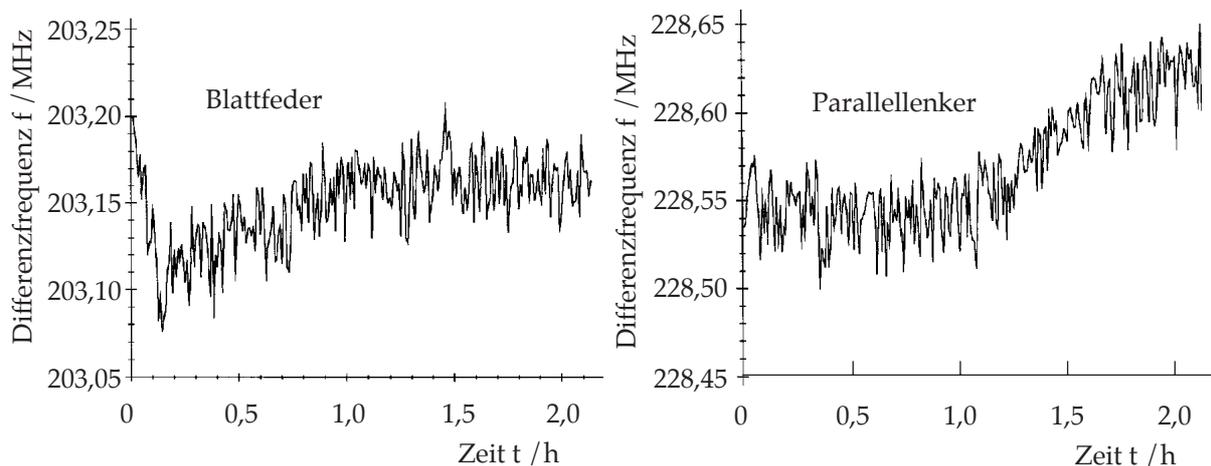


Bild 4.28 Messungen mit Krafteinleitungen aus Blattfedern und Parallellenkern mit gleichen Meßbedingungen bei der Rotationslage $\Delta\varphi = 0^\circ$. (Kristall HAM 4, ebene Unterlage, Last: ca. 600 g, Dreieckheizen).

Die durch die Temperaturänderung mit Dreieckheizen verursachte Änderung der Differenzfrequenz bei beiden Krafteinleitungen beträgt ca. 50 kHz. Beim unbelasteten Kristall HAM 4 und Dreieckheizen beträgt die Änderung ca. 20 kHz. Der Unterschied wird vermutlich dadurch verursacht, daß die Blattfedern bzw. Lenker bei den Messungen in Bild 4.28 nicht exakt waagrecht justiert waren.

Bild 4.29 zeigt die durch die thermische Ausdehnung verformte Krafteinleitung mit Kugelhülse. Gl. (3.25) verdeutlicht, daß die Störkraft durch die Krafteinleitung aus Kugelhülse die Reibungskraft und damit proportional zum Haftreibungskoeffizient μ und zur Normalkraft N ist. Die Kugeln sind zwischen Buchse und Welle eingeklemmt. Für die Kugelhülse hängt deswegen sowohl der Haftreibungs-

koeffizient μ als auch die Normalkraft N von der Temperatur ab.

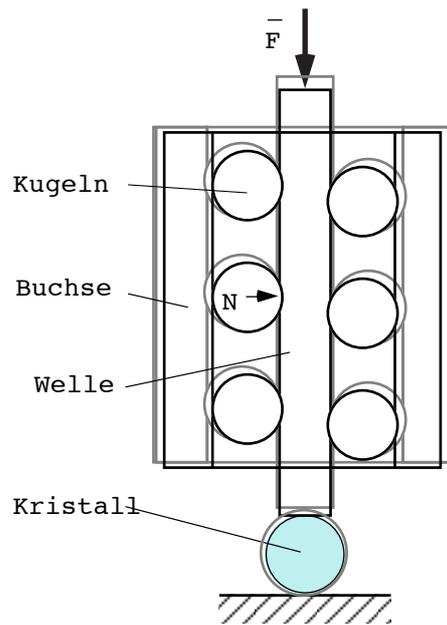


Bild 4.29 Verformung der Kugelhülsenkrafteinleitung durch thermische Ausdehnung.

Aus Gl. (3.25) gilt für die durch die Temperaturänderung verursachte Änderung der auf den Kristall einwirkenden Kraft für die Krafteinleitung aus Kugelhülse:

$$\Delta F = \Delta F_1 = \frac{\partial F_1}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial T} \cdot \Delta T + \frac{\partial F_1}{\partial N} \cdot \frac{\partial N}{\partial T} \cdot \Delta T \quad (4.23)$$

Die gemessene Differenzfrequenz mit der Krafteinleitung aus Kugelhülsen unter den gleichen Meßbedingungen wie die Messungen in Bild 4.28 zeigt Bild 4.30.

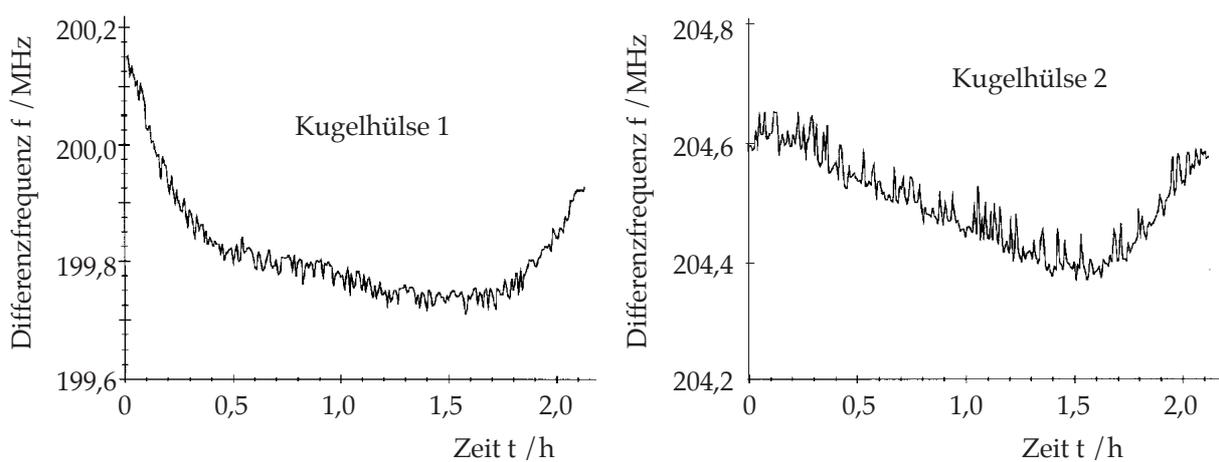


Bild 4.30 Messung mit Krafteinleitungen von Kugelhülse mit Kristall HAM 4 auf der ebenen Unterlage (Rotationslage $\Delta\varphi = 0^\circ$), gleiche Meßbedingung wie Bild 4.28 (Last: 600 g, Temperaturumgebung: Dreieckheizen).

Die Differenzfrequenz hat sich bei der Kugelhülse 1 um ca. 400 kHz und bei der Kugelhülse 2 um ca. 200 kHz geändert. Dies ist eine um den Faktor 9 bzw. Faktor 5 größere Änderung im Vergleich zur Änderung der Differenzfrequenz mit den Krafteinleitungen aus Blattfedern oder aus Parallellenkern. Die Kugelhülse 2 zeigt weiterhin ein deutlich günstigeres Verhalten als die Kugelhülse 1.

Bezüglich der Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz, der Stabilität und der Reproduzierbarkeit der Kennlinie (siehe Kap. 3.3.1) hat die Krafteinleitung aus Parallellenkern die für den Kraftsensor besten Eigenschaften.

4.3.2 Temperaturverhalten der Unterlage

Die mechanische Spannungsempfindlichkeit E_σ , die im Kraftsensor die Kraft zur Differenzfrequenz f umwandelt, hängt von der Reibung zwischen Kristall und Unterlage ab (Kap. 3.3.2). Der Reibungskoeffizient μ ist temperaturabhängig /4.16/. Die temperaturbedingte Änderung der mechanischen Spannungsempfindlichkeit ergibt sich

$$\Delta E_\sigma(T) = \frac{dE_\sigma}{d\mu} \cdot \frac{d\mu}{dT} \cdot \Delta T \quad (4.24)$$

Gl. (7.19) in Kap. 7.2 zeigt, daß im Fall des Keilwinkels Null bzw. bei einer ebenen Unterlage die Empfindlichkeit E_σ unabhängig vom Reibungskoeffizient μ ist. Es sollte dann keine Temperaturabhängigkeit vorhanden sein. Um diese Aussage zu überprüfen, wurden die Messungen mit ebener Unterlage und mit V-Nut-Unterlage unter sonst gleichen Meßbedingungen durchgeführt. Im unbelasteten Fall ist der Temperaturkoeffizient unabhängig von der Unterlage. Die Messungen unter Last zeigt Bild 4.31.

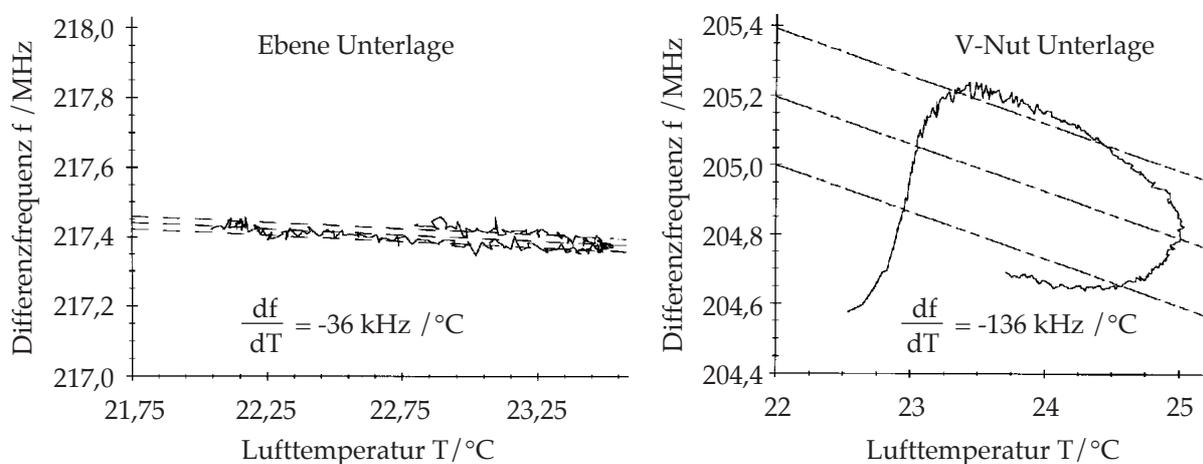


Bild 4.31 Messungen von Kristall HAM 3 mit verschiedenen Unterlagen mit 600 g-Belastung mit Parallellenkernkrafteinleitung (Dreieckheizen).

Die Messungen sind mit Parallelenkerkrafteinleitung und einer Belastung von ca. 600 g bei der Rotationslage $\Delta\varphi = 0^\circ$ durchgeführt worden. Der gemessene Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz beträgt mit ebener Unterlage ca. $-36 \text{ kHz}/^\circ\text{C}$ und mit V-Nut-Unterlage ca. -136 kHz . Bei der Messung mit ebener Unterlage ergibt also sich ein etwa um den Faktor 5 geringerer Temperaturkoeffizient.

4.3.3 Messungen mit unterschiedlicher Belastung

In diesem Kapitel wird untersucht, ob der Temperatureffekt von der Belastung abhängig ist. Messungen mit unterschiedlich großen Belastungen zeigt Bild 4.32.

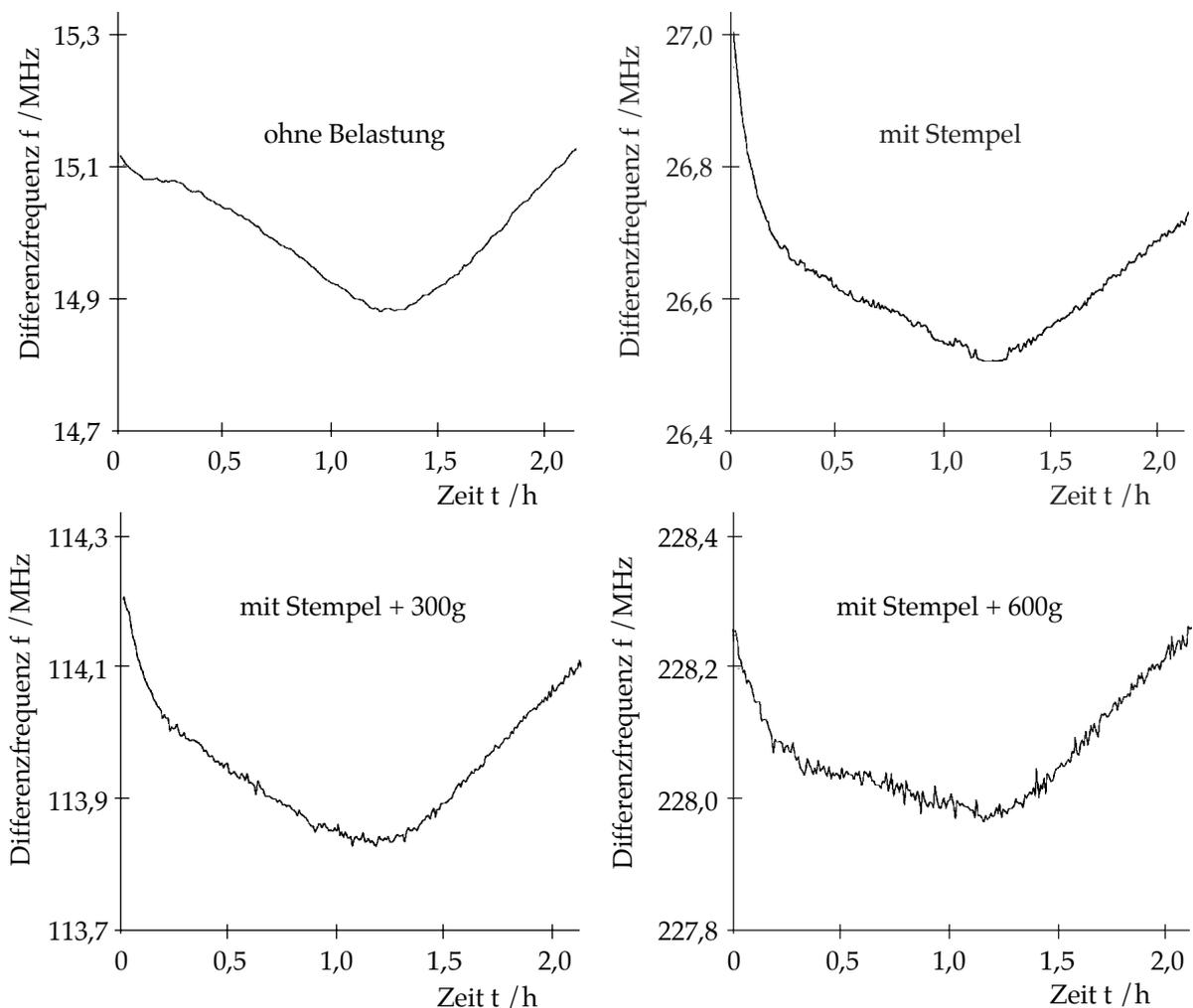


Bild 4.32 Messungen mit Kristall HAM 3 mit verschiedenen Belastungen ($\Delta\varphi = 0^\circ$) (Krafteinleitung: Blattfedern, ebene Unterlage, Dreieckheizen).

Bild 4.32 zeigt die Messungen, die unter sonst gleichen Meßbedingungen aber mit unterschiedlichen Belastungen (ohne Belastung, mit Stempel als Belastung, mit Stempel + 300 g als Belastung und mit Stempel + 600 g als Belastung) durchgeführt

wurden. Die durch den Stempel verursachte Last entspricht ca. 100 g. Aufgrund leicht unterschiedlicher Temperaturverteilung innerhalb des Versuchsaufbaus am Beginn der Messung hat jede Messung am Anfang ein unterschiedliches Verhalten. Man kann diesen Effekt beim Vergleich der Messungen dadurch beseitigen, daß die Messungen erst ab dem Zeitpunkt $t = 0,3 \text{ h}$ betrachtet werden. Im Bereich $0,3 \text{ h} \leq t \leq 2 \text{ h}$ weisen alle Messungen eine Differenzfrequenzänderung im Bereich von 240 kHz bis 280 kHz auf. Alle Messungen haben einen annähernd gleichen Verlauf. Dies zeigt deutlich, daß der Temperatureffekt nicht von der Belastung bzw. von der Phasendifferenz Δ im Kristall abhängt. Diese Aussage wurde auch mit anderen Kristallen überprüft.

Da der Temperatureffekt der Differenzfrequenz unabhängig von der Belastung ist, können die Fehlerursachen, die zu einer lastproportionalen Temperaturabhängigkeit führen würden, ausgeschlossen werden. Auszuschließende Ursachen sind z. B.

- die Temperaturabhängigkeit der photoelastische Konstante $C_0 = C_0(T)$,
- die Temperaturabhängigkeit des FSR bzw. der Resonatorlänge $L_{\text{opt}} = L_{\text{opt}}(T)$,
- die Temperaturabhängigkeit der mechanischen Empfindlichkeit $E_{\sigma} = E_{\sigma}(T)$,
- die thermische Ausdehnung des Kristalls.

Die Messungen in Bild 4.32 zeigen auch, daß die temperaturbedingte Differenzfrequenzänderung unter Belastung nahezu gleich groß wie bei der Messung ohne Belastung ist. Dies ist eine Bestätigung dafür, daß die bei diesen Messungen benutzte Krafteinleitung aus Blattfedern sehr wenig zur Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz beiträgt.

4.4 **Schlußfolgerungen zum Temperatureinfluß**

In diesem Kapitel werden die theoretischen, numerischen und experimentellen Untersuchungen zum Temperatureffekt der Differenzfrequenz zusammengefaßt.

Für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz gelten die folgenden Feststellungen:

- Die Differenzfrequenz f hängt nicht nur von der Temperatur T sondern auch von der zeitlichen Temperaturänderung dT/dt ab.
- Der Temperatureffekt der Differenzfrequenz ist unabhängig von der Belastung bzw. von der kraftinduzierten Phasendifferenz im Laserkristall.
- Im belasteten Fall hängt die Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz auch von der Rotationslage des Kristalls ab.
- Der Temperaturkoeffizient df/dT ist somit unter gleichen Meßbedingungen von Kristall zu Kristall stark unterschiedlich, weil ein temperaturabhängiger Anteil

der Offsetdifferenzfrequenz f_{02} existiert. Tabelle 4.2 zeigt die durch Dreieckheizen verursachte Differenzfrequenzdrift Δf ohne Last bei den vorhandenen Kristallen.

Tabelle 4.2 Differenzfrequenzdrift Δf durch Dreieckheizen (ohne Last).

Kristall	Δf /kHz
HAM 1	16
HAM 3	100 - 200
HAM 4	20
HAM 5	40 - 50
HAM 6	11
HAM 7	16
HAM 8	30
HAM 9	12
VIRGO 1	40
VIRGO 4	35

Eine kleine Differenzfrequenzdrift entspricht einem kleinen Temperaturkoeffizienten der Differenzfrequenz. Die Kristalle HAM 1, 4, 6, 7 und 9 weisen deutliche geringere Temperaturabhängigkeiten als HAM 3 und HAM 5 auf. Die Temperaturkoeffizienten bei diesen Kristallen sind deswegen ebenfalls klein. Weiterhin zeigen die Daten in Tabelle 4.2, daß die temperaturbedingte Differenzfrequenzdrift unabhängig vom Beschichtungsverfahren (Aufdampfen: HAM 1 - 4, Sputtern: HAM 5 - 9) des Laserkristalls ist.

Ferner weisen die Beobachtungen:

- der temperaturabhängige Anteil f_{02} der Offsetdifferenzfrequenz f_0 besitzt eine eigene Hauptachsenlage φ_{02} ,
- der Temperaturgang ist unabhängig von mechanischer Belastung bzw. von der Anisotropie im Kristall,
- durch eine Temperaturstabilisierung an der Mantelfläche des Kristalls kann der Temperatureffekt nicht vollständig kompensiert werden,
- eine Temperaturänderung der Kristallumgebung verursacht auch an der Stirnfläche des Kristalls einen Temperaturgradienten, der zu thermischen Spannungen im Lasermaterial führt

darauf hin, daß die Temperaturabhängigkeit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 durch Doppelbrechung in der Endflächenverspiegelung und ihre Temperaturabhängigkeit verursacht wird. Dieser Effekt ist durch den Herstellungsprozeß der Spiegelschichten festgelegt.

Weitere Ursachen für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz sind:

- thermische Spannungen im Kristall, die mit Hilfe der FEM berechenbar sind,
- die Reibung zwischen Kristall und Unterlage und ihre Temperaturabhängigkeit,
- die durch thermische Ausdehnung verursachte Verformung der Krafteinleitung,
- die temperaturabhängigen Verlagerungen der Pumpquelle.

Um die Temperaturabhängigkeit zu kompensieren, sind folgende Maßnahmen sinnvoll:

- Selektion von Kristallen:

Die Kristalle, die günstige Rotationswinkel (φ_{01} , φ_{02}) der Offsetanisotropie und ihres temperaturabhängigen Anteils besitzen und damit eine kleine Temperaturabhängigkeit liefern, können durch entsprechende Experimente ausgewählt werden und für den Kraftsensor angewendet werden.

- Temperaturstabilisierung des Kristalls:

Es sollte eine Stabilisierung, die sowohl den Kristallkörper als auch seine Endflächen-Beschichtungen temperaturstabilisiert, entwickelt werden.

- Rechnerische Kompensation mit Temperatursensoren (vergl. Kap 5)

Die weitere Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Offsetdifferenzfrequenz und ihren vermuteten Ursache in den Beschichtungen erfordert eine enge Kooperation mit den Herstellern der Nd:YAG-Laserkristalle bzw. den Spiegelbeschichtern. Diese Arbeiten würden den Rahmen dieser Dissertationsschrift sprengen und müssen deshalb zukünftigen Aktivitäten vorbehalten bleiben.

5 Mathematisches Fehlermodell und Kompensation des Temperaturgangs

5.1 Blockschaltbild des Meßsystems mit Fehlereffekten

Um das ganze Meßsystem mit Fehlereffekten auf einen Blick klar erkennen zu können, werden die in den letzten Kapiteln individuell untersuchten Effekte in einem Blockschaltbild zusammengefaßt (Bild 5.1).

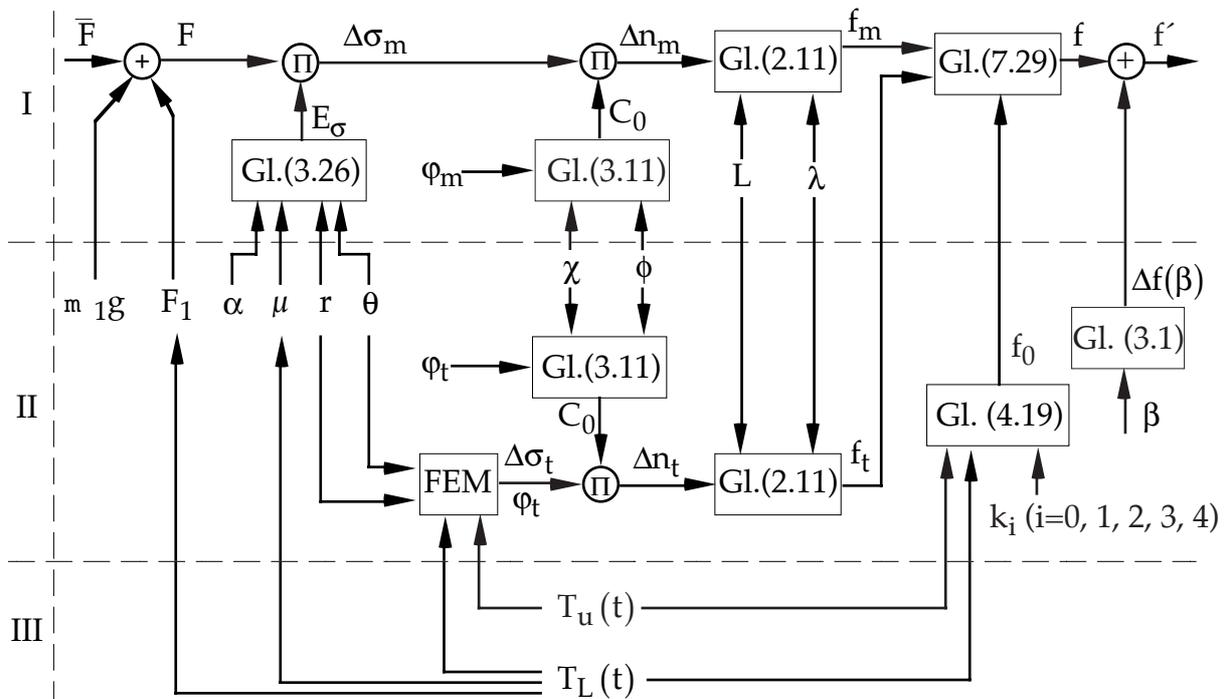


Bild 5.1 Blockschaltbild des Meßsystems mit Fehlereffekten

Die Parameter ohne Rahmen sind die Eingangsparameter. Die Rahmen in Bild 5.1 stellen die mathematischen Funktionen oder die numerische Lösungsmethode dar, durch die die Eingangsparameter das Meßsystem beeinflussen.

Das Meßsystem mit Fehlereffekten ist in Bild 5.1 mit drei Ebenen dargestellt. Dies sind

- Ebene I: das Sollmeßsystem,
- Ebene II: Betriebsparameter, die direkten Einfluß auf das Meßsystem haben,
- Ebene III: Störquelle (betrachtet werden ausschließlich die zeitabhängige Luft- und Unterlagentemperatur).

Wird nur das System auf der ersten Ebene betrachtet, d. h. wenn die auf der zweiten Ebene dargestellten Fehlergrößen alle null sind und deswegen keinen Einfluß auf das Meßsystem haben, liefert das Fehlermodell das Sollmeßsystem des Kraftsensors. Die Meßkraft \bar{F} wird in den Kristall eingeleitet und verursacht dort eine mechanische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$. Diese Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ führt infolge

des photoelastischen Effektes zu einer Brechzahldifferenz Δn_m , die durch den Laserbetrieb in die Differenzfrequenz f_m umgewandelt wird. Das Sollmeßsystem wird durch die Sollgleichung (Gl. (2.13)) beschrieben.

Die Betriebsparameter, die einen direkten Einfluß auf das Sensorverhalten haben, sind auf der zweiten Ebene gezeigt. Durch das Gewicht m_1g und die Störkraft F_1 der Krafteinleitung ist die auf den Kristall einwirkende Kraft F ungleich der zu messenden Kraft \bar{F} . Die mechanische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ ist abhängig vom Keilwinkel α der Unterlage, vom Reibungskoeffizient μ zwischen dem Kristall und der Unterlage und vom Parallelversatz (r, θ) des Laserstrahls im Kristall. Die photoelastische Konstante C_0 schließlich ist von der Lage der Kristallachsen und von der Hauptachsenlage abhängig. Die resultierende Differenzfrequenz f ist von der Offsetdifferenzfrequenz f_0 , der durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t , der Offsetdifferenzfrequenz f_{01} und f_{02} und von ihren entsprechenden Hauptachsenlagen $\varphi_m, \varphi_t, \varphi_{01}$ und φ_{02} abhängig.

Auf der dritten Ebene in Bild 5.1 befindet sich die Umgebungstemperatur. Wie in Kapitel 4 dargestellt, beeinflußt sie die Betriebsparameter wie z. B. die Störkraft F_1 der Krafteinleitung, der Reibungskoeffizient μ zwischen dem Kristall und der Unterlage, die thermische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t$ und die Offsetdifferenzfrequenz f_{02} .

5.2 Zusammenfassendes Fehlermodell

Nachdem die Funktionen in Bild 5.1 bekannt sind, kann das mathematische Fehlermodell aufgestellt werden.

Die auf den Kristall einwirkende Kraft ist:

$$F = \bar{F} + m_1 \cdot g + F_1 \quad (5.1)$$

Die durch die Belastung verursachte mechanische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_m$ folgt der Beziehung:

$$\Delta\sigma_m = F \cdot E_\sigma = (\bar{F} + m_1 \cdot g + F_1) \cdot E_\sigma[\alpha, \mu, r, \theta] \quad (5.2)$$

Die durch die Belastung verursachte Doppelbrechung Δn_m ergibt sich aus Gl. (2.1) zu

$$\Delta n_m = C_0 \cdot \Delta\sigma_m = C_0[\chi, \phi, \varphi] \cdot (\bar{F} + m_1 \cdot g + F_1) \cdot E_\sigma[\alpha, \mu, r, \theta] \quad (5.3)$$

Gl. (2.11) liefert die durch Belastung verursachte Differenzfrequenz f_m :

$$f_m = \frac{2 \cdot L \cdot FSR}{\lambda} \cdot \Delta n_m = \frac{2 \cdot L \cdot FSR}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_m] \cdot (\bar{F} + m_1 \cdot g + F_1) \cdot E_\sigma[\alpha, \mu, r, \theta] \quad (5.4)$$

Die durch die thermischen Spannungen verursachte Differenzfrequenz f_t gemäß der

Gln. (2.1) und (2.11) ist

$$f_t = \frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot \Delta n_t = \frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0 [\chi, \phi, \varphi_t] \cdot \Delta \sigma_t \quad (5.5)$$

Die approximierte Gleichung für f_0 ist (Gl. (4.19):

$$f_0 \approx f_0^* = k_0 + k_1 \cdot \frac{dT_L}{dT} + k_2 \cdot \frac{dT_u}{dT} + k_3 \cdot T_L + k_4 \cdot T_u \quad (5.6)$$

Die resultierende Differenzfrequenz f von mehreren durch verschiedene Spannungen verursachte Differenzfrequenzen f_0 , f_t und f_m ist in Kapitel 7.3 mathematisch hergeleitet. Einsetzen der individuellen Differenzfrequenzen und ihrer Hauptachsenlagen in Bild 5.1 liefert für die resultierende Differenzfrequenz f

$$f = \sqrt{\left[f_m \cdot \sin(2\varphi_m) + f_t \cdot \sin(2\varphi_t) + f_0 \cdot \sin(2\varphi_0) \right]^2 + \left[f_m \cdot \cos(2\varphi_m) + f_t \cdot \cos(2\varphi_t) + f_0 \cdot \cos(2\varphi_0) \right]^2} \quad (5.7)$$

Wird der Pump polarisationseffekt berücksichtigt, ist das Ausgangssignal des Meßsystems mit Fehlereffekten aus Gl. (5.7) und Gl. (3.1)

$$f \oplus f + \Delta f_p \cdot \sin^2(\varphi - \beta) \quad (5.8)$$

Gl. (5.8) beschreibt die Fehlereffekte und ihre Einflüsse auf das Meßsystem. Dieses mathematische Modell wird im Folgenden für einige Sonderfälle diskutiert.

Bei einer konstanten Umgebungstemperatur bzw. $\Delta \sigma_t = 0$ führt die Gl. (5.7) zu

$$f = \sqrt{\left[f_m \cdot \sin(2\varphi_m) + f_0 \cdot \sin(2\varphi_0) \right]^2 + \left[f_m \cdot \cos(2\varphi_m) + f_0 \cdot \cos(2\varphi_0) \right]^2} + \Delta f_p \cdot \sin^2(\varphi - \beta) \quad (5.9)$$

Im unbelasteten Fall vereinfacht sich die Gl. (5.7) zu

$$f = \sqrt{\left[f_t \cdot \sin(2\varphi_t) + f_0 \cdot \sin(2\varphi_0) \right]^2 + \left[f_t \cdot \cos(2\varphi_t) + f_0 \cdot \cos(2\varphi_0) \right]^2} + \Delta f_p \cdot \sin^2(\varphi - \beta) \quad (5.10)$$

Im Fall einer ebenen Unterlage ist die mechanische Empfindlichkeit unabhängig vom Reibungskoeffizienten μ (Kapitel 7.2). Die Meßgleichung in diesem Fall ist

$$\begin{aligned}
f_{\text{D}} &= \sqrt{\left[\frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_m] \cdot (\bar{F} + m_1 \cdot g + F_1) \cdot E_{\sigma}[r, \theta] \cdot \sin(2\varphi_m) \right]^2} \\
&+ \sqrt{\left[\frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_t] \cdot \Delta\sigma_t \cdot \sin(2\varphi_t) + f_0 \cdot \sin(2\varphi_0) \right]^2} \\
&+ \sqrt{\left[\frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_m] \cdot (\bar{F} + m_1 \cdot g + F_1) \cdot E_{\sigma}[r, \theta] \cdot \cos(2\varphi_m) \right]^2} \\
&+ \sqrt{\left[\frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_t] \cdot \Delta\sigma_t \cdot \cos(2\varphi_t) + f_0 \cdot \sin(2\varphi_0) \right]^2} \\
&+ \Delta f_p \cdot \sin^2(\varphi - \beta)
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Das Ausgangssignal ist ebenfalls unabhängig von der Reibung zwischen dem Kristall und der Unterlage.

Die bisher bekannten wichtigen temperaturabhängigen Parameter sind die Störkraft $F_1(T)$, der Reibungskoeffizient $\mu(T)$, die thermische Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma_t(T)$ und die Offsetdifferenzfrequenz $f_0(T)$.

Der durch diese Parameter verursachte Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz nach Gl. (5.8) lautet:

$$\frac{df_{\text{D}}}{dT} = \frac{df}{dT} = \frac{\partial f}{\partial F_1} \cdot \frac{dF_1}{dT} + \frac{\partial f}{\partial \mu} \cdot \frac{d\mu}{dT} + \frac{\partial f}{\partial (\Delta\sigma_t)} \cdot \frac{d(\Delta\sigma_t)}{dT} + \frac{\partial f}{\partial f_0} \cdot \frac{df_0}{dT} \tag{5.12}$$

Einsetzen der Gln. (5.3) - (5.6) in Gl. (5.12) liefert

$$\frac{df}{dT} = \frac{\partial f}{\partial f_m} \cdot \left(\frac{\partial f_m}{\partial F_1} \cdot \frac{dF_1}{dT} + \frac{\partial f_m}{\partial \mu} \cdot \frac{d\mu}{dT} \right) + \frac{\partial f}{\partial f_t} \cdot \frac{\partial f_t}{\partial \sigma_t} \cdot \frac{d\sigma_t}{dT} + \frac{\partial f}{\partial f_0} \cdot \frac{df_0}{dT} \tag{5.13}$$

Bei der ebenen Unterlage ergibt sich der Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz zu

$$\frac{df}{dT} = \frac{\partial f}{\partial f_m} \cdot \frac{\partial f_m}{\partial F_1} \cdot \frac{dF_1}{dT} + \frac{\partial f}{\partial f_t} \cdot \frac{\partial f_t}{\partial \sigma_t} \cdot \frac{d\sigma_t}{dT} + \frac{\partial f}{\partial f_0} \cdot \frac{df_0}{dT} \tag{5.14}$$

Im unbelasteten Fall vereinfacht sich Gl. (5.13) dann zu

$$\frac{df}{dT} = \frac{\partial f}{\partial f_t} \cdot \frac{\partial f_t}{\partial \sigma_t} \cdot \frac{d\sigma_t}{dT} + \frac{\partial f}{\partial f_0} \cdot \frac{df_0}{dT} \tag{5.15}$$

Die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial f_i}$ ($i = m, t, 0$) können aus Gl. (5.6) abgeleitet werden. Sie sind von ihrer Hauptachsenlage φ_i ($i = m, t, 0$) abhängig, d. h. der Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz ist rotationslagenabhängig. Dies wurde durch die Messungen bestätigt (z. B. Bild 4.17).

5.3 Vergleich des Fehlermodells mit experimentellen Beobachtungen

Das im letzten Kapitel entwickelte mathematische Fehlermodell wird nachfolgend mit Meßwerten geprüft.

Die Empfindlichkeit des Meßsystems ist gemäß Gl. (5.8)

$$E = \frac{df_{\odot}}{d\bar{F}} = \frac{df}{d\bar{F}} = \frac{\partial f}{\partial f_m} \cdot \frac{df_m}{d\bar{F}} \quad (5.16)$$

Wenn $f_m \gg f_t, f_{01}, f_{02}$ ist, gilt gemäß Gl. (5.6) die Annäherung

$$\frac{\partial f}{\partial f_m} \approx 1$$

Werden diese Näherung und Gl. (5.3) berücksichtigt, gilt die Empfindlichkeit des Meßsystems unter großer Belastung (dadurch kann der Einfluß der Offsetsdifferenzfrequenz f_0 auf die Meßempfindlichkeit vernachlässigt werden):

$$E \approx \frac{2 \cdot L \cdot \text{FSR}}{\lambda} \cdot C_0[\chi, \phi, \varphi_m] \cdot E_{\sigma}[\alpha, \mu, r, \theta] \quad (5.17)$$

Die Meßempfindlichkeit hängt vom Keilwinkel α der Unterlage, dem Reibungskoeffizienten μ und dem Parallelversatz der Laserstrahlung (r, θ) ab. Die Meßempfindlichkeit der Kristalle HAM 1 und HAM 4 bei großer Belastung wurde gemessen und die theoretischen Kurven (mit Gl. (5.17) berechnet) verglichen. (Bild 5.2).

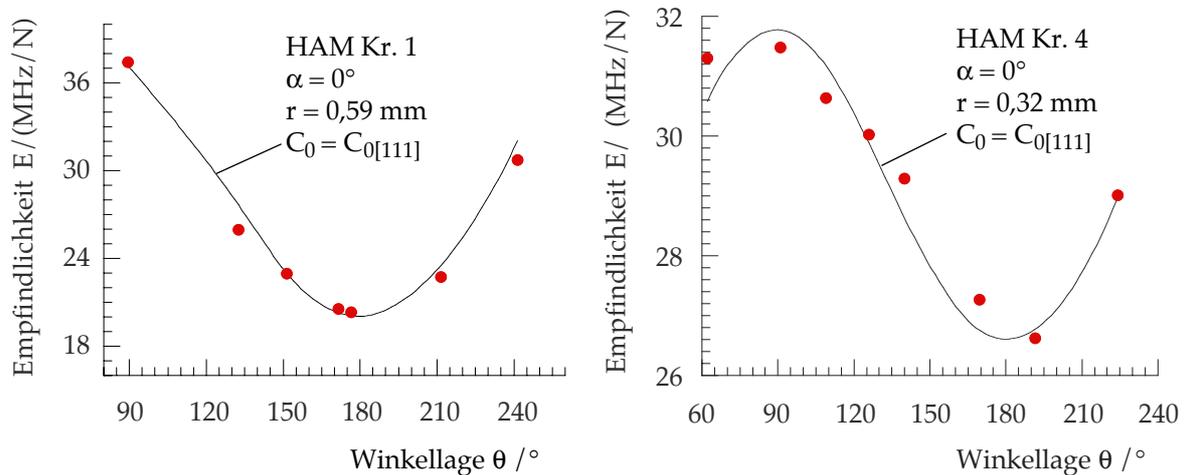


Bild 5.2 Vergleich der theoretischen Meßempfindlichkeit in Abhängigkeit von der Winkellage θ der Laserstrahlung (durchgezogene Linie) mit den gemessenen Werten der Empfindlichkeit von HAM 1 und HAM 4 (Punkte).

Bei jeder Rotationslage wurde eine Kennlinie bei großer Belastung ($f_m > 10 \cdot (f_t + f_{01} + f_{02})$) gemessen und die entsprechende Empfindlichkeit bestimmt.

Im Kapitel 3.2.3 ist die Messung der Kristallachsenlage beschrieben. Der Kippwinkel χ der [111]-Richtung von der Zylinderachse von Kristall HAM Kr. 1 beträgt ca. $1,49^\circ$ und von Kristall HAM Kr. 4 ca. $1,35^\circ$. Die Winkelabweichung χ von der [111]-Kristallrichtung verursacht eine rotationslageabhängige photoelastische Konstante C_0 (Kap. 3.2.3). Die theoretischen Kurven in Bild 5.2 sind mit dem Wert $C_0 = C_{0[111]} \approx 1,19 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$ berechnet. Der kleine Unterschied zwischen der theoretischen Meßempfindlichkeit und den gemessenen Werten wird durch die Abhängigkeit der C_0 von der Rotationslage φ verursacht. Der Vergleich zeigt, daß Theorie und Meßwerte recht gut übereinstimmen.

Die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz wurde ebenfalls geprüft. Durch die Untersuchungen in Kap. 4 wurde festgestellt, daß die Temperaturabhängigkeit der Offsetdifferenzfrequenz f_0 und die durch die thermischen Spannungen verursachten Differenzfrequenz f_t aus den Messungen bei den Hauptachsenlagen φ_0 von 0° und 90° berechnet werden können (Bilder 4.18 - 4.21). Durch Einsetzen der errechneten Werte f_0 , f_t und der anderen benötigten Parameter wie z. B. Rotationswinkel φ_0 , φ_t in die theoretische Gln. (5.7), (5.8) wurde die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz bei der Rotationslage von $\varphi_0 = 45^\circ$ bzw. von $\Delta\varphi = 45^\circ$ berechnet (Bild 5.3).

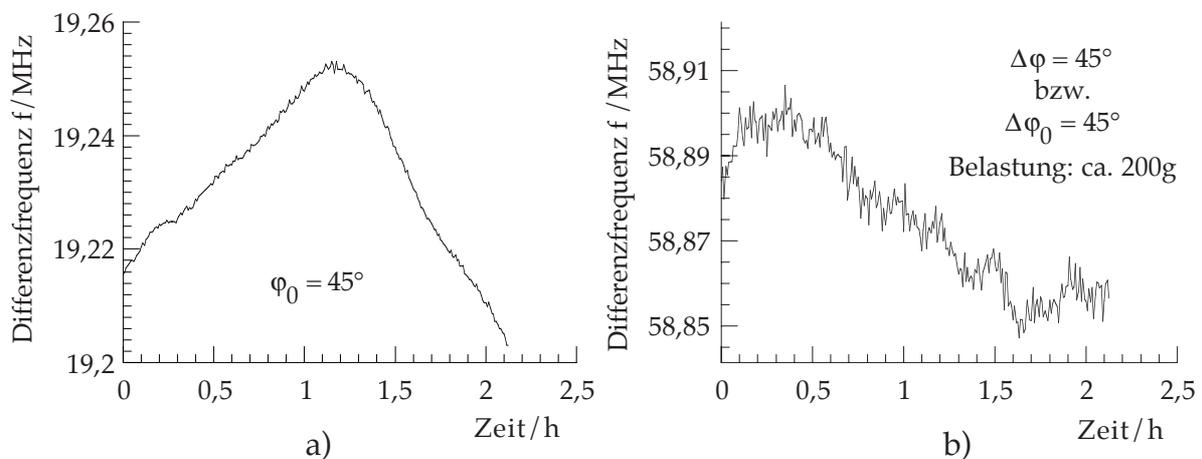


Bild 5.3 Berechnete Differenzfrequenzdrift bei den Rotationslagen von $\varphi_0 = 45^\circ$ mit Gln. (5.7), (5.8) a) unbelastet, b) belastet (Kristall HAM 5, Dreieckheizen).

Bild 5.3a zeigt die mit Gl. (5.7) berechnete Differenzfrequenzdrift bei $\varphi_0 = 45^\circ$ im unbelasteten Fall. Die für die Berechnung benötigte Werte der f_0 und f_t sind mit den in Bild 4.16 dargestellten Messungen bei $\varphi_0 = 0^\circ$ und $\varphi_0 = 90^\circ$ berechnet worden. Die gemessene Differenzfrequenzdrift in diesem Fall wurde in Bild 4.16 in Abhängigkeit von der Lufttemperatur dargestellt. Der Vergleich der berechneten Kurve in Bild 5.3a mit der gemessenen Kurve in Bild 4.16, dargestellt in Abhängigkeit der Zeit t , zeigt eine gute Übereinstimmung. Weiterhin wurde die Differenzfrequenzdrift bei der Rotationslage $\Delta\varphi = 45^\circ$ im belasteten Fall berechnet (Bild 5.3b). Dies stimmt ebenfalls

mit der Messung in Bild 4.17 in Abhängigkeit von der Zeit t überein.

Reibung zwischen der Unterlage und dem Sensorelement ist eine sehr wichtige Ursache für Meßreproduzierbarkeit und für den Temperaturkoeffizienten. Liegt der Kristall auf einer ebenen Unterlage, ist das Meßsystem unabhängig vom Reibungskoeffizienten μ . Er spielt in diesem Fall für die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz keine Rolle mehr. So ist unter sonst gleichen Meßbedingungen eine geringere Differenzfrequenzdrift mit der ebenen Unterlage als mit der V-Nut-Unterlage zu erwarten.

Die Messung mit ebener Unterlage zeigt tatsächlich eine deutlich geringere Drift als mit V-Nut-Unterlage. Der Temperaturkoeffizient mit ebener Unterlage ist ca. um den Faktor 5 kleiner als mit der 20°-V-Nut-Unterlage. Der Unterschied zwischen den beiden gemessenen Temperaturabhängigkeiten entsteht durch den Einfluß der Haftreibung. Die Experimente haben die theoretische Analyse bestätigt.

5.4 Mathematische Kompensation des Temperaturgangs

Die Untersuchung zum Temperaturgang der Offsetdifferenzfrequenz f_0 (Kap. 4.2.3) hat gezeigt, daß f_0 der dominierende Anteil der Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz ist. Er läßt sich mit einer Approximationsgleichung (Gl. (4.19)), die von der Luft- und Unterlagentemperatur sowie ihrer Änderungsgeschwindigkeit abhängig ist, beschreiben. Deswegen wird nachfolgend untersucht, ob sich die gesamte temperaturabhängige Differenzfrequenzdrift $\Delta f = f - f(t = 0)$ mit der Approximationsgleichung kompensieren läßt.

Da das Rechteckheizen sowohl die absolute Temperatur T als auch eine deutliche Änderung von dT/dt erzeugt, sind die Meßdaten mit Rechteckheizen für die Approximation besser geeignet. Die mit Meßdaten der Differenzfrequenzdrift von Kristall HAM 3 bei Rechteckheizen analog zu Gl. (4.19) approximierte Gleichung lautet:

$$\Delta f^* = 0,01105 + 6,41703 \cdot \frac{dT_L}{dt} + 1,74128 \cdot \frac{dT_U}{dt} + 0,249972 \cdot \Delta T_L - 0,11323 \cdot \Delta T_U \quad (5.18)$$

Bild 5.4 zeigt die durch Gl. (5.18) approximierte Kurve des Kristalls HAM 3 mit Rechteckheizen im Vergleich zur gemessenen Kurve. Die sehr gute Übereinstimmung beider Kurven zeigt, daß auch die gesamte Differenzfrequenzdrift Δf von der Luft- und Umgebungstemperatur und von ihren zeitlichen Änderungen abhängig ist.

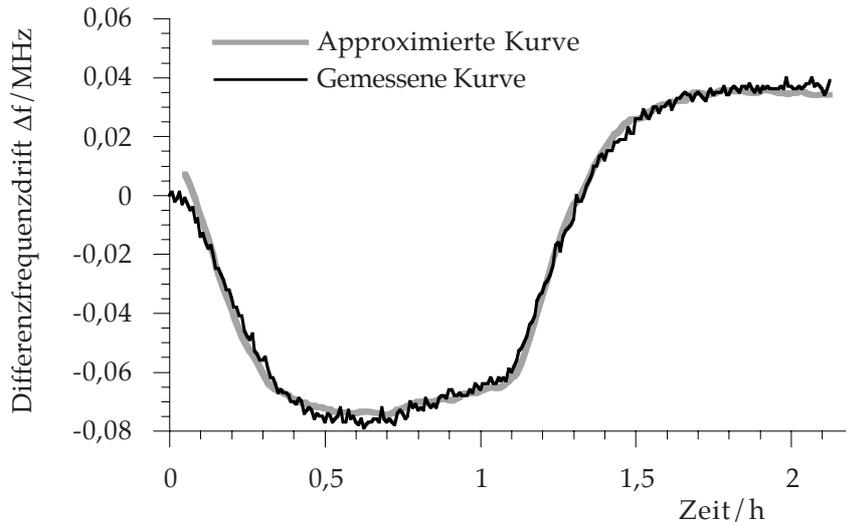


Bild 5.4 Gemessene Kurve und die durch die Meßdaten approximierte Kurve der temperaturbedingten Differenzfrequenzdrift Δf (Kristall HAM 3, Rechteckheizen, ohne Last).

Mit der Approximationsgleichung (Gl. (5.18)) des Kristalls HAM 3 und den bekannten Verläufen von Luft- und Unterlagentemperaturen ergibt sich die kompensierte Differenzfrequenzdrift Δf_k aus:

$$\Delta f_k = \Delta f - \Delta f^* \quad (5.19)$$

Mit Hilfe von Gln. (5.18), (5.19) wurde auch die Differenzfrequenzdrift einer Messung mit Dreieckheizen kompensiert. Auch hier wird mit zwei Sensoren die Luft- und Unterlagentemperatur gemessen. Bild 5.5 zeigt die Wirksamkeit des Kompensationsalgorithmus, der aus dem Temperaturgang bei Rechteckheizen abgeleitet wurde, für diesen unterschiedlichen Temperaturverlauf.

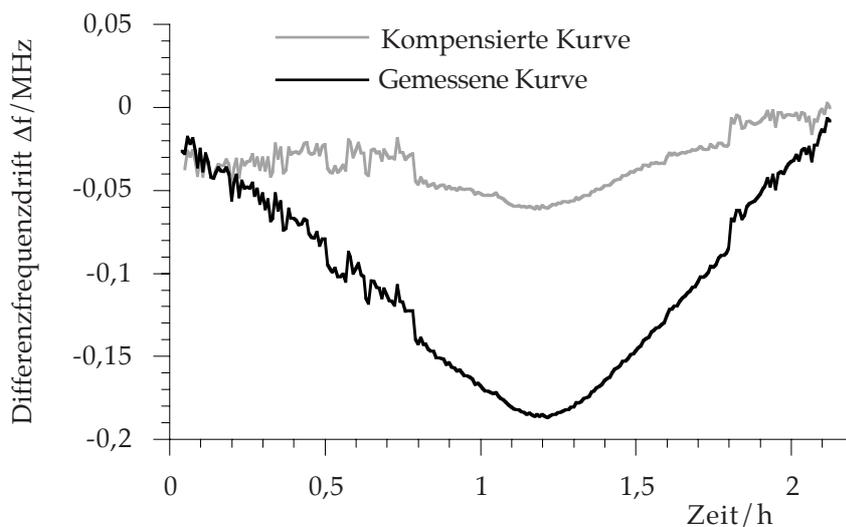


Bild 5.5 Gemessene temperaturbedingte Differenzfrequenzdrift und mit Hilfe der Approximationsgleichung (Gl. (5.18)) kompensierte Differenzfrequenz (Dreieckheizen, Kristall HAM 3, ohne Last).

Die kompensierte Kurve zeigt eine deutlich geringere Drift der Differenzfrequenz im Vergleich zur gemessenen Differenzfrequenzdrift. Mehr als 95% des Temperaturkoeffizienten df/dT_L wurde durch die Approximationsgleichung kompensiert.

Das Kompensationsverfahren wurde darüber hinaus auch bei einer komplizierten Form der Temperaturänderungen (Bild 5.6) überprüft (Bild 5.7).

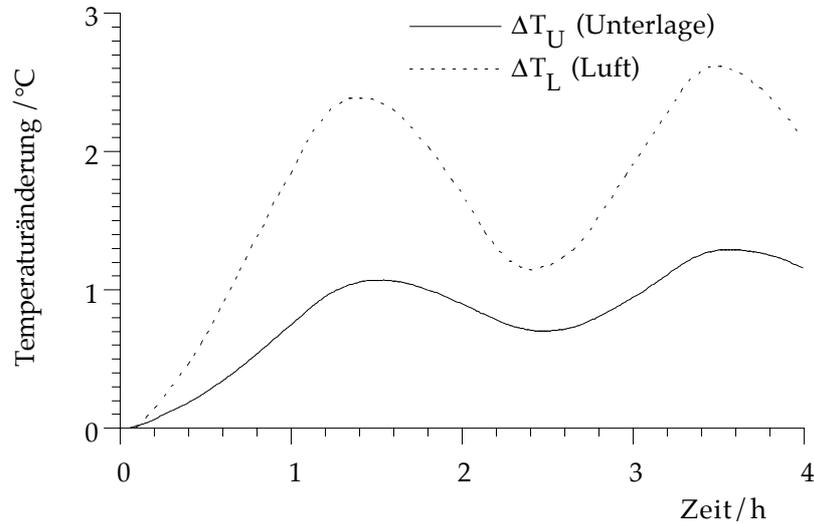


Bild 5.6 Gemessene Temperaturänderungen mit der Zeit (Kristall: HAM 3, zwei hintereinander folgende Dreieckheizvorgänge).

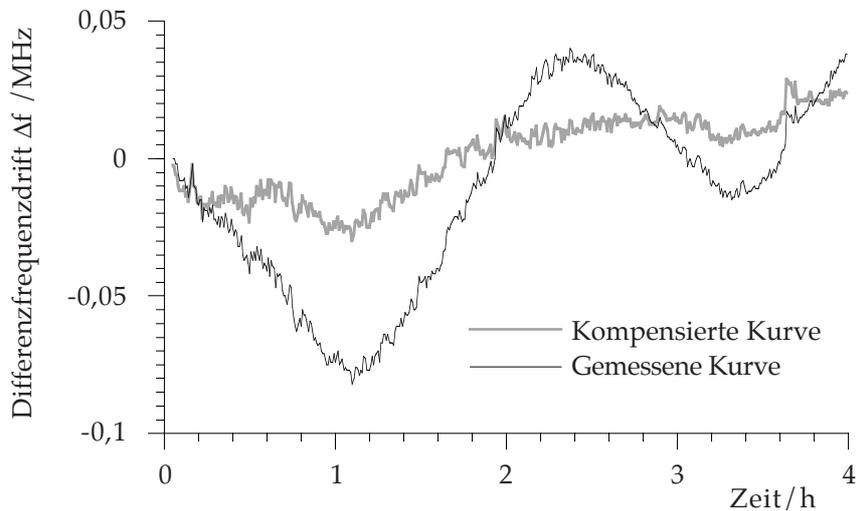


Bild 5.7 Gemessene und kompensierte Kurve der Differenzfrequenzdrift Δf bei dem in Bild 5.6 dargestellten Temperaturverlauf (Kristall HAM 3).

Der Temperaturkoeffizient der Differenzfrequenz df/dT_L wird auch hier deutlich (83%) kompensiert.

Der untersuchte Kristall HAM 3 zeigt den größten Temperaturgang von allen Kristallen (siehe Tab. 4.2). Das Kompensationsverfahren wurde auch mit anderen Kristallen überprüft, die teilweise einen um den Faktor 10 geringeren Temperaturgang haben. Mindestens 70% der Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz konnte auch hier auf diese Weise korrigiert werden.

Die Untersuchung zum Kompensationsverfahren zeigt, daß mit zwei Temperatursensoren und der Approximationsgleichung die Differenzfrequenzdrift simuliert bzw. kompensiert werden kann, ohne sie messen zu müssen. Der Einfluß der Umgebungsstörgröße Temperatur wird dadurch erheblich verringert.

6 Schlußfolgerungen und Ausblick

Aufgrund von Voruntersuchungen ist bekannt, daß die Kraftmessung mit laseraktiven Nd:YAG-Einzelkristallen eine sehr gute Linearität, einen großen Meßbereich von neun Dekaden und eine große Bandbreite von 100 kHz hat. Der Kristallaufnehmer läßt sich gut miniaturisieren. Allerdings wurde der Sensor bisher nur unter Laborbedingungen erprobt. Um dieses sehr vielversprechende Meßverfahren in die Praxis überführen zu können, war eine vertiefte Untersuchung der Fehlereffekte sinnvoll.

Die systematischen Fehler durch interne Betriebsparameter wie z. B. Einflüsse durch die Pumpquelle, durch die Restanisotropie im Kristall und durch das Kraftführungssystem lassen sich recht genau kompensieren. Die Untersuchungen haben gezeigt, daß Temperaturschwankungen die wichtigste äußere Störgröße des Kraftsensors darstellen. Sie beeinflussen die Offsetsdifferenzfrequenz f_0 . Die Differenzfrequenzänderung f_t des Kristallmaterials, die infolge thermischer Spannungen erzeugt wird, reicht zur Erklärung der Temperatureffekte nicht aus. Die Experimente geben Hinweise darauf, daß die Ursache der Temperaturabhängigkeit der Offsetsdifferenzfrequenz f_0 in den Beschichtungen des Laserresonators liegt. Dies ist vermutlich durch den Herstellungsprozeß festgelegt. Um dem Einfluß von f_0 zu verringern, sollte die Anisotropie in den Beschichtungen des Nd:YAG-Laserresonators, möglichst durch Kooperation mit dem Laserkristallhersteller, in der Zukunft vertieft untersucht werden.

Die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz kann mit einer linearen Gleichung approximiert werden. Mit der Approximationsgleichung und durch zwei Sensoren, die die Temperatur der Luft- und der Unterlage aktuell messen, kann die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz um 70% bis 95% kompensiert werden. Dies gilt offensichtlich auch dann, wenn der Temperaturverlauf beliebig ist, d. h. nicht aus dem Rechteck- oder Dreieckheizen entsteht. Das Kompensationsverfahren kann durch Variation der Konstanten in der Approximationsgleichung und/oder durch Vergrößerung des Temperaturhubes vermutlich noch optimiert werden.

Im Vergleich zur V-Nut-Unterlage ist unter Last der Temperaturgang bei Verwendung einer ebenen Unterlage etwa um den Faktor 5 reduziert und die Reproduzierbarkeit um eine Größenordnung verbessert. Die ebene Unterlage ist für zylinderförmigen Kristalle keine günstige Lösung für die Anwendung in der Praxis, weil eine Fixierung des Kristalls nur unter Vorspannung und Hertzscher Pressung möglich ist. Ein optisch angesprengter Kristall ist wegen des starken Kriecheffektes nicht geeignet. Weitere Untersuchungen zu einer reibungsfreien, stabileren

Unterlage sollten deshalb durchgeführt werden.

Die Parallelenker ist offensichtlich derzeit die beste Lösung hinsichtlich Temperaturgang und Reproduzierbarkeit. Da aber die Krafteinleitung aus Blattfedern eine sehr geringe Temperaturabhängigkeit aufweist, hätte sie bei Verbesserung ihrer mechanischen Stabilität eine gute Anwendungsperspektive. Dies sollte untersucht werden.

Das oben beschriebene Kompensationsverfahren ist bisher ausschließlich mit Meßdaten ohne Last durchgeführt worden. Die Untersuchungen von Kristallen mit unterschiedlicher Belastung haben jedoch gezeigt, daß die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz unabhängig von der Belastung ist (siehe Bild 4.32). Daraus schlußfolgere ich, daß sich die Temperaturabhängigkeit der Differenzfrequenz bei Belastung mit diesem Verfahren ebenfalls gut kompensieren läßt.

Eine andere Maßnahme gegen Temperatureinflüsse ist die aktive Temperaturstabilisierung. Hierzu ist die bereits erprobte Temperaturstabilisierung so zu verbessern, daß auch die Stirnflächen des Kristalls eine konstante Temperatur aufweisen.

7 Anhang

7.1 Herleitung der photoelastischen Konstante des Sensorkristalls

Die Brechzahl von Kristallen wird i. a. durch das Indexellipsoid mathematisch beschrieben /7.1/:

$$\sum B_{ij} \cdot x_i \cdot x_j = 1 \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (7.1)$$

B_{ij} : Koeffizienten des Indexellipsoids.

Für einen, kubischen Kristall wie YAG gilt im unbelasteten Fall:

$$B_0 \cdot (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = 1 \quad B_0 = \frac{1}{n_0^2}$$

n_0 : Brechzahl des Kristalls im isotropen Fall.

Unter Einfluß von mechanischen Spannungen σ bzw. Dehnungen ε verändern sich die Koeffizienten des Indexellipsoids gemäß:

$$\Delta B = P \cdot \varepsilon = \Pi \cdot \sigma \quad (7.2)$$

P: elasto-optische Koeffizientenmatrix,

Π : photoelastische Koeffizientenmatrix,

ε : Dehnungsvektor,

σ : Spannungsvektor,

Dehnungsvektor ε und der Spannungsvektor σ sind durch das Elastizitätsgesetz verknüpft. Es gilt:

$$\varepsilon = S \cdot \sigma \quad (7.3)$$

(S: Steifigkeitsmatrix). Einsetzen von Gl. (7.3) in Gl. (7.2) liefert für die Matrix π der photoelastischen Koeffizienten:

$$\Pi = P \cdot S \quad (7.4)$$

Für einen kubischen Kristall haben P, Π und S die Form

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{44} \end{bmatrix} \quad (7.5a)$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix} \quad (7.5b)$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{bmatrix} \quad (7.5c)$$

Für YAG betragen die Koeffizientenwerte in P und S /7.2/:

$$p_{11} = -0,029, p_{12} = 0,0091, p_{44} = -0,0615, \\ s_{11} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}, s_{12} = -0,91 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}, s_{44} = 8,73 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}.$$

Einsetzen dieser Werte in Gl. (7.4) ergibt:

$$\pi_{11} = -1,2096 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}, \pi_{12} = 5,087 \cdot 10^{-8} \text{ mm}^2/\text{N}, \pi_{44} = -5,369 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2/\text{N}.$$

Gl. (7.2) liefert die Koeffizientenänderung ΔB in Form eines Vektors mit 6 Elementen. Für die folgenden Koordinatentransformationen ist jedoch ΔB in Form einer 3*3 Matrix erforderlich. Das Umformulieren der Koeffizientenänderung ΔB von der Vektorform zur Matrixform erfolgt gemäß:

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \\ \Delta B_3 \\ \Delta B_4 \\ \Delta B_5 \\ \Delta B_6 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta B = \begin{bmatrix} \Delta B_1 & \Delta B_6 & \Delta B_5 \\ \Delta B_6 & \Delta B_2 & \Delta B_4 \\ \Delta B_5 & \Delta B_4 & \Delta B_3 \end{bmatrix}$$

Liegen zwei Hauptachsen des Indexellipsoids in x_1 - und x_2 -Richtung und wird parallel zur x_3 -Richtung durchstrahlt, ergibt sich für die durch Spannungen verursachte Brechzahldifferenz zu:

$$\Delta n = n_1 - n_2 = -\frac{n_0^3}{2} \cdot (\Delta B_1 - \Delta B_2) \quad (7.6a)$$

Wenn die Hauptachsen x_1, x_2 und die Koordinatenachsen nicht übereinstimmen, beträgt die Brechzahldifferenz /7.3/:

$$\Delta n = n_1 - n_2 = -\frac{n_0^3}{2} \cdot \sqrt{(\Delta B_1 - \Delta B_2)^2 + 4 \cdot \Delta B_6^2} \quad (7.6b)$$

Voraussetzung der Gln. (7.6a) und (7.6b) ist: $\Delta n = (n_1 - n_2) \ll n_0$

Die photoelastische Konstante ist:

$$C_0 = \frac{\Delta n}{\sigma_1 - \sigma_2} \quad (7.7)$$

σ_1 und σ_2 sind die mechanischen Hauptspannungen senkrecht zur Durchstrahlrichtung.

Die Matrizen P , S und damit auch die Matrix Π sind im Kristallkoordinatensystem definiert. Dieses Koordinatensystem unterscheidet sich vom zylindrischen Koordinatensystem des Kristalls. Die Koordinatenachsen des Kristallsystems werden als x_1, x_2, x_3 und die Achsen des Zylinderkoordinatensystems als x, y, z bezeichnet (Bild 7.1).

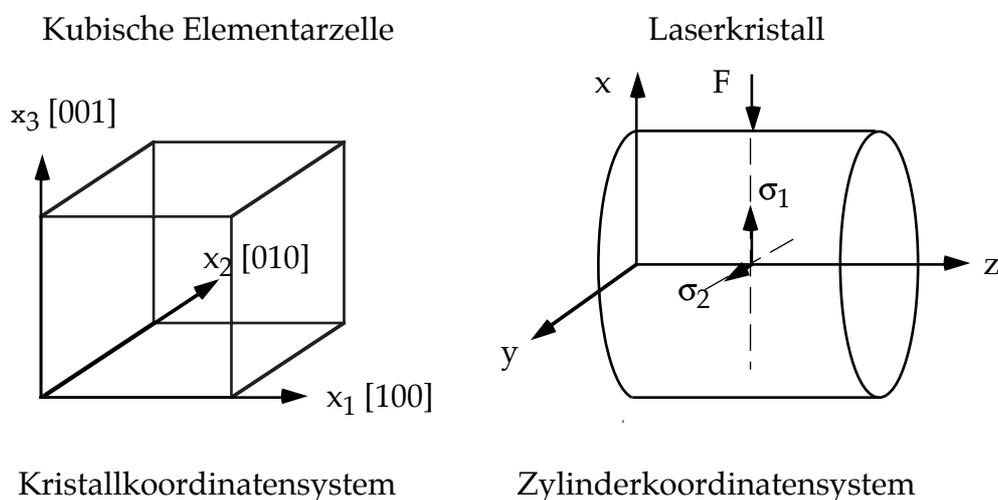


Bild 7.1 Koordinatensysteme zur Berechnung der photoelastischen Konstante C_0 .

Wegen der Matrixsymmetrie läßt sich die mechanische Spannung sowohl als Vektor

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \text{ als auch als Matrix } \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_6 & \sigma_5 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_4 \\ \sigma_5 & \sigma_4 & \sigma_3 \end{bmatrix} \text{ beschreiben.}$$

Um die Matrix ΔB zu berechnen, muß die Spannungsmatrix σ aus dem Zylinderkoordinatensystem in das Kristallkoordinatensystem transformiert werden. Es gilt /7.3/:

$$\sigma' = T^{-1} \cdot \sigma \cdot T \quad (7.8)$$

σ : Spannungsmatrix im Zylinderkoordinatensystem,

σ' : Spannungsmatrix im Kristallkoordinatensystem,
T: Transformationsmatrix vom Zylinderkoordinatensystem in das Kristallkoordinatensystem.

Die Spannungsmatrix im Zylinderkoordinatensystem ist:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Gemäß Gl. (7.2) gilt:

$$\Delta B' = \Pi \cdot \sigma' \quad (7.9)$$

$\Delta B'$: Koeffizientenänderung des Indexellipsoids im Kristallkoordinatensystem.

Um die Brechzahldifferenz nach Gl. (7.5) oder Gl. (7.6) zu berechnen, muß $\Delta B'$ wieder in das Zylinderachsenkoordinatensystem zurücktransformiert werden. Für die Rücktransformation gilt:

$$\Delta B = T \cdot \Delta B' \cdot T^{-1} \quad (7.10)$$

Die Transformationsmatrix T hängt von der Orientierung der Kristallachsen ab. Dadurch hängen ΔB bzw. C_0 nach Gln. (7.5), (7.6) und (7.7) von der Kristallachsenlage ab. Anschließend werden die photoelastischen Konstanten C_0 für drei ausgewählte Fälle berechnet.

1. [100]-Kristallachse in der Richtung der Zylinderachse

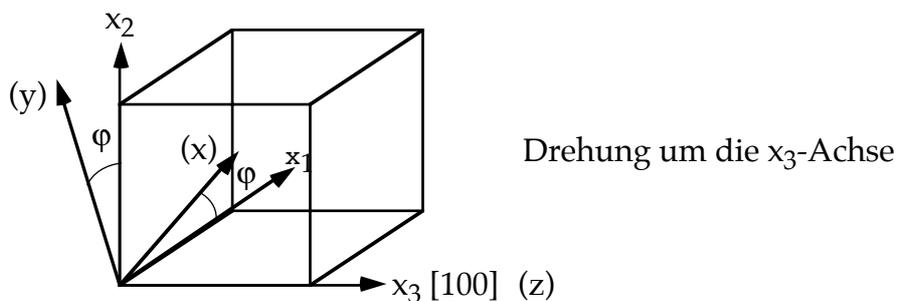


Bild 7.2 Transformation der Zylinderkoordinaten bei Durchstrahlung in [100]-Kristallrichtung.

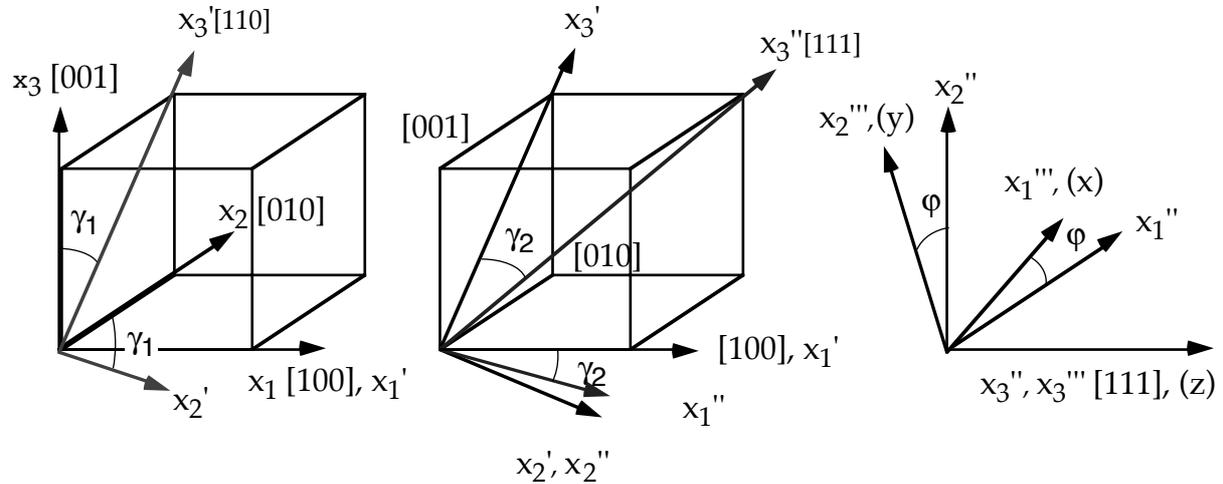
Wie in Bild 7.2 gezeigt wird, ist nur eine Transformation (Rotation um den Winkel φ um die z-Achse) erforderlich. Die Transformationsmatrix lautet:

$$T_{[100]} = T_{x_3} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Einsetzen von $T_{[100]}$ in die Gln. (7.5) - (7.10) liefert:

$$C_{0[100]} = -\frac{1}{4} \cdot n_0^3 \cdot [\pi_{11} - \pi_{12} + \pi_{44} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \cdot \cos(4 \cdot \varphi)] \quad (7.11)$$

2. [111]-Kristallachse in der Richtung der Zylinderachse



- 1) Drehen um die x_1 -Achse 2) Drehen um die x_2' -Achse 3) Drehen um die x_3'' -Achse

Bild 7.3 Transformationsprozeß in die [111]-Kristallrichtung /7.3/.

Bild 7.3 zeigt den Transformationsprozeß von der [001]-Richtung in die [111]-Richtung. Diese Transformationen werden hier mit den Matrizen $T_{1[111]}$, $T_{2[111]}$, $T_{3[111]}$ beschrieben /7.3/:

- 1) Drehen um die x_1 -Achse

$$T_{1[111]} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_1 & \sin \gamma_1 \\ 0 & -\sin \gamma_1 & \cos \gamma_1 \end{vmatrix} \quad \gamma_1 = 45^\circ$$

- 2). Drehen um die x_2' -Achse

$$T_{2[111]} = \begin{vmatrix} \cos \gamma_2 & 0 & \sin \gamma_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma_2 & 0 & \cos \gamma_2 \end{vmatrix} \quad \gamma_2 = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$$

- 3). Drehen um die x_3'' -Achse

$$T_{3[111]} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Die gesamte Transformationsmatrix ergibt sich aus:

$$T_{[111]} = T_{3[111]} \cdot T_{2[111]} \cdot T_{1[111]}$$

Einsetzen von $T_{1[111]}$ in die Gln. (7.5) - (7.7) liefert:

$$C_{0[111]} = -\frac{1}{6} \cdot n_0^3 \cdot (\pi_{11} - \pi_{12} + 2 \cdot \pi_{44}) \quad (7.12)$$

Das Ergebnis zeigt, daß C_0 unabhängig von der Rotation ϕ des Kristallzylinders ist. Einsetzen der π -Werte führt zu

$$C_{0[111]} = 1,2515 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$$

3. Transformation in eine von der [111]-Kristallachse abweichenden Zylinderachse

Liegt die Zylinderachse nicht exakt in der [111]-Richtung, ändert sich die photoelastische Konstante C_0 gegenüber der [111]-Durchstrahlrichtung. Bild 7.4a zeigt die von der [111]-Richtung abweichende Zylinderachse beim Kippwinkel χ in der Kipprichtung ϕ . Die Bilder 7.4b, 7.4c stellen den Transformationsprozeß der [111]-Richtung in die Zylinderachse dar.

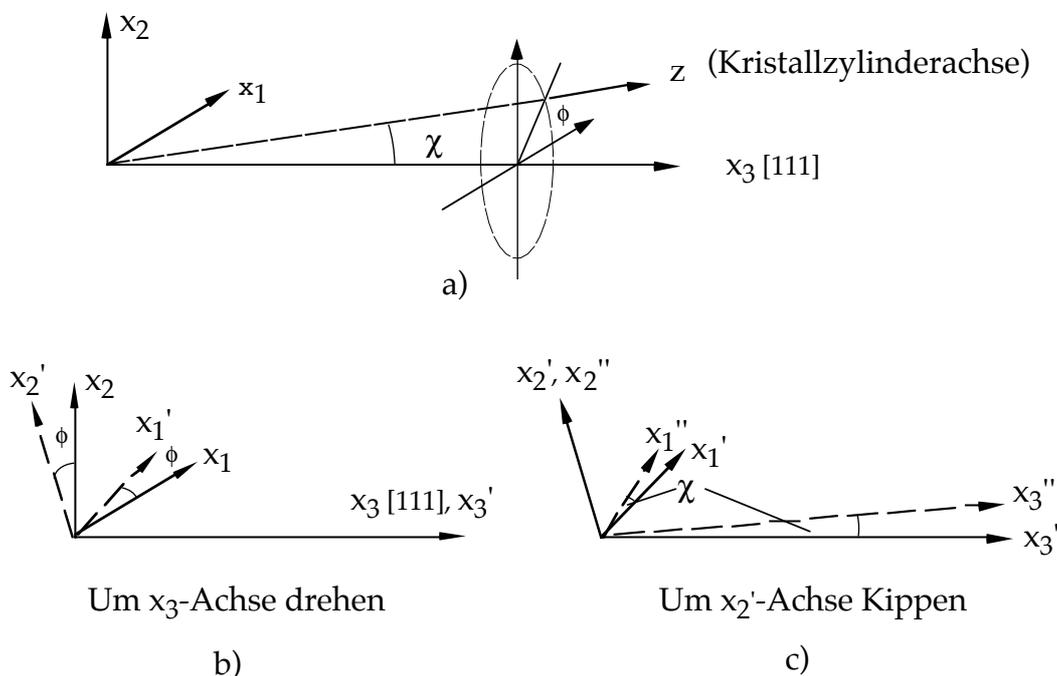


Bild 7.4 Transformationsprozeß bei der von [111]-Achse abweichenden Zylinderachse.

Werden die drei Transformationen von der [001]- in die [111]-Richtung zusätzlich berücksichtigt, sind insgesamt fünf Transformationen erforderlich, um vom

Zylinderkoordinatensystem in das Kristallkoordinatensystem zu transformieren. Sie sind:

$$T_1 = T_{1[111]}$$

$$T_2 = T_{2[111]}$$

$$T_3 = \begin{vmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$T_4 = \begin{vmatrix} \cos\chi & 0 & \sin\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\chi & 0 & \cos\chi \end{vmatrix}$$

$$T_5 = T_{3[111]}$$

Für die gesamte Transformationsmatrix ergibt sich:

$$T = T_5 \cdot T_4 \cdot T_3 \cdot T_2 \cdot T_1 = T_{3[111]} \cdot T_4 \cdot T_3 \cdot T_{2[111]} \cdot T_{1[111]}$$

Durch wiederholtes Einsetzen der Matrix T in die Gln. (7.8), (7.9), (7.10), (7.5) (7.7) wurde C_0 berechnet. Die Berechnungen wurden mit Hilfe einer Mathematik-Software (Mathematica) durchgeführt.

$$C_0 = C_0(\phi, \varphi, \chi) \tag{7.13}$$

Das Ergebnis ist zu umfangreich, um hier explizit schriftlich dargestellt zu werden. Das Mathematica-Programm dient dazu, mit den Eingangsparametern ϕ , φ und χ die photoelastische Konstante C_0 numerisch zu berechnen. Bild 3.10 zeigt numerisch berechnete Werte als Verhältnisse $C_0 / C_{0[111]}$ in Abhängigkeit von χ , ϕ , φ . Das Verhältnis $C_0 / C_{0[111]}$ wird als relative photoelastische Konstante bezeichnet.

7.2 Herleitung der mechanischen Hauptspannungen im zylinderförmigen Kristall

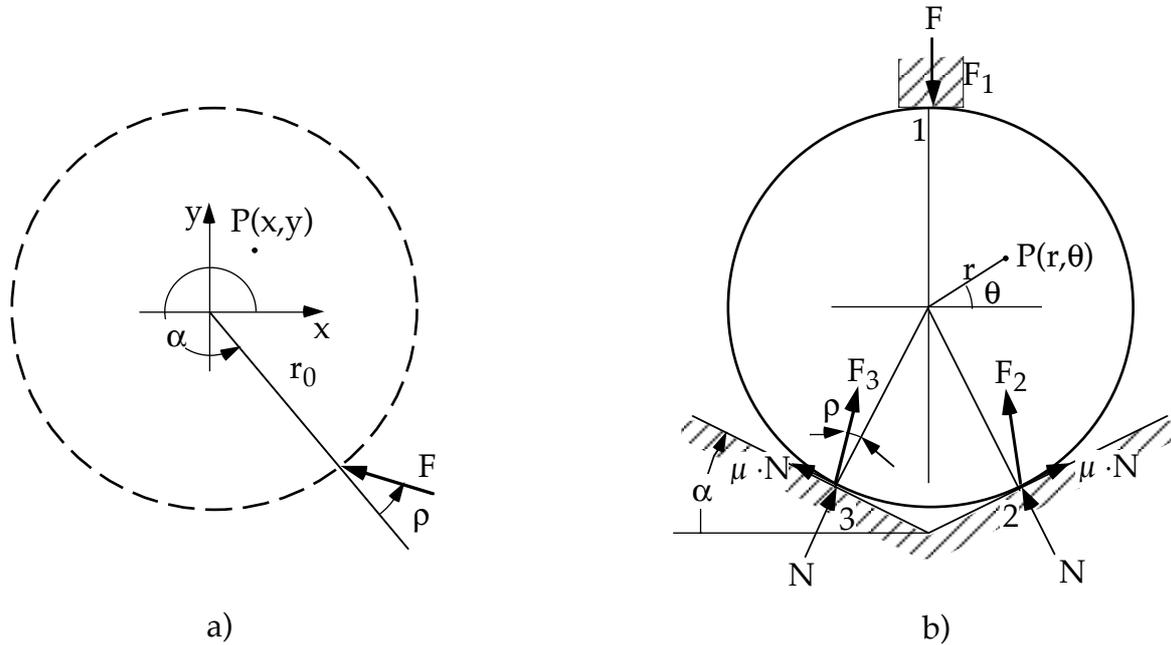


Bild 7.5 Zylinderförmiger Kristall
 a) Zur Berechnung der im Punkt P durch die Kraft F hervorgerufenen mechanischen Spannungen.
 b) in einer V-Nut liegender, mit einer Kraft F belasteter Kristall.

Eine gemäß Bild 7.5a am Rand einer zylinderförmigen Scheibe wirkende Kraft F verursacht am Punkt P die Spannungen /7.4/:

$$\sigma_x = -\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot L} \cdot \frac{[r_0 \cdot \cos \rho - y \cdot \sin(\alpha + \rho) - x \cdot \cos(\alpha + \rho)] \cdot (x - r_0 \cdot \cos \alpha)^2}{\left[(x - r_0 \cdot \cos \alpha)^2 + (y - r_0 \cdot \sin \alpha)^2 \right]^2}$$

$$\sigma_y = -\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot L} \cdot \frac{[r_0 \cdot \cos \rho - y \cdot \sin(\alpha + \rho) - x \cdot \cos(\alpha + \rho)] \cdot (y - r_0 \cdot \sin \alpha)^2}{\left[(x - r_0 \cdot \cos \alpha)^2 + (y - r_0 \cdot \sin \alpha)^2 \right]^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot L} \cdot \frac{[r_0 \cdot \cos \rho - y \cdot \sin(\alpha + \rho) - x \cdot \cos(\alpha + \rho)] \cdot (x - r_0 \cdot \cos \alpha) \cdot (y - r_0 \cdot \sin \alpha)}{\left[(x - r_0 \cdot \cos \alpha)^2 + (y - r_0 \cdot \sin \alpha)^2 \right]^2}$$

(7.14)

L ist Länge des Kristalls. Bild 7.5b zeigt die angreifenden Kräfte am Kristall, der auf einer V-Nut-Unterlage mit dem Keilwinkel α liegt. F ist die von oben einwirkende Kraft. Am Kontaktpunkt mit Unterlage wirken eine Normalkraft N und eine Reibkraft $\mu \cdot N$. Gemäß dem Kräftegleichgewicht gilt in y-Richtung für die

resultierende Kraft F_2 am Punkt 2 bzw. F_3 am Punkt 3:

$$F_2 = F_3 = \frac{F \cdot \sqrt{1 + \mu^2}}{2 \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (7.15)$$

$$\rho = \arctan \mu$$

Wie Bild 7.5b zeigt, folgt für die Kräfte und ihre Richtungen:

Am Punkt 1

$$F_1 = F \quad \alpha_1 = \pi/2 \quad \rho_1 = 0$$

Am Punkt 2:

$$F_2 = \frac{F \cdot \sqrt{1 + \mu^2}}{2 \cdot (\mu \cdot \sin \alpha_0 + \cos \alpha_0)} \quad \alpha_2 = 3 \cdot \pi/2 + \alpha \quad \rho_2 = -\arctan \mu$$

Am Punkt 3:

$$F_3 = \frac{F \cdot \sqrt{1 + \mu^2}}{2 \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)} \quad \alpha_3 = 3 \cdot \pi/2 - \alpha \quad \rho_3 = \arctan \mu$$

Einsetzen der Parameter F_i , α_i , ρ_i ($i = 1, 2, 3$) in Gl. (7.14) ergibt die durch diese Kraft am Punkt P verursachten Spannungen σ_{xi} , σ_{yi} , τ_{xyi} ($i = 1; 2; 3$).

Die durch alle Kräfte verursachten Spannungen am Punkt P sind:

$$\begin{aligned} \sigma_{xges} &= \sum_{i=1}^3 \sigma_{xi} ; \\ \sigma_{yges} &= \sum_{i=1}^3 \sigma_{yi} ; \\ \tau_{xyges} &= \sum_{i=1}^3 \tau_{xyi} ; \end{aligned} \quad (7.16)$$

Der durch die Kräfte verursachte Hauptspannungsunterschied beträgt /7.5/:

$$\Delta \sigma_m = \sqrt{4 \cdot \tau_{xyges}^2 + (\sigma_{xges} - \sigma_{yges})^2} \quad (7.17)$$

Einsetzen der Gln. (7.15), (7.16) und der Polarkoordinaten $x = r \cdot \sin \theta$; $y = r \cdot \cos \theta$ in Gl. (7.17) liefert die Hauptspannungsdifferenz $\Delta \sigma_m$:

$$\Delta \sigma_m = \Delta \sigma_m (F, \alpha, \mu, r, \theta, r_0, L)$$

Die mechanische Empfindlichkeit ist:

$$E_{\sigma} = \frac{\Delta\sigma_m}{F} = E_{\sigma}(\alpha, \mu, r, \theta, r_0, L) \quad (7.18)$$

Gl. (7.18) wurde mit einem Mathematica-Programm hergeleitet und ist gleichfalls zu umfangreich, um explizit schriftlich dargestellt zu werden.

Im Sonderfall $\alpha = 0$ (ebene Unterlage) liefert Gl. (7.18):

$$E_{\sigma} = \frac{4 \cdot r_0 (r_0^2 - r^2)}{L \cdot \pi \cdot (r^4 + r_0^4 + 2 \cdot r^2 \cdot r_0^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta))} \quad (7.19)$$

Für die resultierende Hauptachsenlage φ_m ergibt sich /7.5/:

$$\tan(2 \cdot \varphi_m) = \frac{2 \cdot \tau_{xyges}}{\sigma_{yges} - \sigma_{xges}} \quad (7.20)$$

φ_m ist ebenfalls abhängig von $r, \theta, \alpha, \mu, r_0, L$.

$$\varphi_m = \varphi_m(\alpha, \mu, r, \theta, r_0, L)$$

Im Fall einer ebenen Unterlage vereinfacht sich Gl. (7.20) zu

$$\varphi_m = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{-2 \cdot r^2 \cdot (r_0^2 + r^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta)) \cdot \sin(2 \cdot \theta)}{r_0^4 + 2 \cdot r^2 \cdot r_0^2 \cdot \cos(2 \cdot \theta) + r^4 \cdot \cos(4 \cdot \theta)} \right] \quad (7.21)$$

7.3 Herleitung der resultierenden Hauptspannungsdifferenz bzw. Differenzfrequenz von mehreren Spannungen bzw. mehreren Differenzfrequenzen

Wirkt eine Normalspannung σ im Winkel φ zur x-Achse, lauten die transformierten Spannungen im xy-Koordinatensystem /7.5/:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma \cdot \cos^2 \varphi \\ \sigma_y &= \sigma \cdot \sin^2 \varphi \\ \tau_{xy} &= \sigma \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (7.22)$$

Wirken in einem Element die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 bei den Winkeln φ und $\varphi+90^\circ$, gilt:

$$\begin{aligned}
\sigma_{x1} &= \sigma_1 \cdot \cos^2 \varphi \\
\sigma_{y1} &= \sigma_1 \cdot \sin^2 \varphi \\
\tau_{xy1} &= \sigma_1 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\
\sigma_{x2} &= \sigma_2 \cdot \cos^2(\varphi + 90^\circ) = \sigma_2 \cdot \sin^2 \varphi \\
\sigma_{y2} &= \sigma_2 \cdot \sin^2(\varphi + 90^\circ) = \sigma_2 \cdot \cos^2 \varphi \\
\tau_{xy2} &= \sigma_2 \cdot \sin(\varphi + 90^\circ) \cdot \cos(\varphi + 90^\circ) = -\sigma_2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi
\end{aligned}
\tag{7.23}$$

Wenn n Hauptspannungspaare σ_1, σ_2 in einem Element existieren, gilt für die resultierenden Spannungen an den Achsen:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xges} &= \sum_{i=1}^n (\sigma_{i1} \cdot \cos^2 \varphi_i + \sigma_{i2} \cdot \sin^2 \varphi_i) \\
\sigma_{yges} &= \sum_{i=1}^n (\sigma_{i1} \cdot \sin^2 \varphi_i + \sigma_{i2} \cdot \cos^2 \varphi_i) \\
\tau_{ges} &= \sum_{i=1}^n ((\sigma_{i1} - \sigma_{i2}) \cdot \sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i)
\end{aligned}
\tag{7.24}$$

Die resultierende Hauptspannungsdifferenz $\Delta\sigma$ ist /7.5/:

$$\Delta\sigma = \sqrt{4 \cdot \tau_{ges}^2 + (\sigma_{yges} - \sigma_{xges})^2}
\tag{7.25}$$

Einsetzen der Hauptspannungsdifferenzen $\Delta\sigma_i = \sigma_{i1} - \sigma_{i2}$ und Gl. (7.24) in die Gl. (7.25) liefert:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \cdot \sin(2 \cdot \varphi_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \cdot \cos(2 \cdot \varphi_i) \right)^2}
\tag{7.26}$$

Die Hauptachsenlage φ der resultierenden Hauptspannungsdifferenz ist /7.5/:

$$\tan(2 \cdot \varphi) = \frac{2 \cdot \tau_{ges}}{\sigma_{xges} - \sigma_{yges}}
\tag{7.27}$$

Einsetzen von Gl. (7.24) in Gl. (7.27) führt zu

$$\tan(2 \cdot \varphi) = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \cdot \sin(2 \cdot \varphi_i)}{\sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i \cdot \cos(2 \cdot \varphi_i)}
\tag{7.28}$$

Im Kraftsensor wird die Hauptspannungsdifferenz in eine Differenzfrequenz umgewandelt. Der Zusammenhang zwischen $\Delta\sigma_i$ und f_i ist linear (Gln. (2.1), (2.11)). Analog zu Gl. (7.26) gilt deshalb

$$f = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n f_i \cdot \sin(2\varphi_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n f_i \cdot \cos(2\varphi_i)\right)^2} \quad (7.29)$$

Im Fall $n = 2$ liefert Gl. (7.26)

$$\Delta\sigma = \sqrt{\Delta\sigma_1^2 + \Delta\sigma_2^2 + 2 \cdot \Delta\sigma_1 \cdot \Delta\sigma_2 \cdot \cos 2 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}$$

und Gl. (7.29)

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + 2 \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot \cos[2(\varphi_1 - \varphi_2)]}$$

Die resultierende Hauptachsenlage φ erfüllt gemäß Gl. (7.28) die Beziehung :

$$\tan 2\varphi = \frac{\Delta\sigma_1 \cdot \sin(2 \cdot \varphi_1) + \Delta\sigma_2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi_2)}{\Delta\sigma_1 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_1) + \Delta\sigma_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_2)} = \frac{f_1 \cdot \sin(2 \cdot \varphi_1) + f_2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi_2)}{f_1 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_1) + f_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_2)} \quad (7.30)$$

7.4 Vermessung der Kristallachsenlage mit einem Röntgendiffraktometer

Trifft ein Röntgenstrahl auf die Gitternetzebenen eines Kristalls, wird er gemäß der Bragg'schen Beugungsbedingung reflektiert (Bild 7.6).

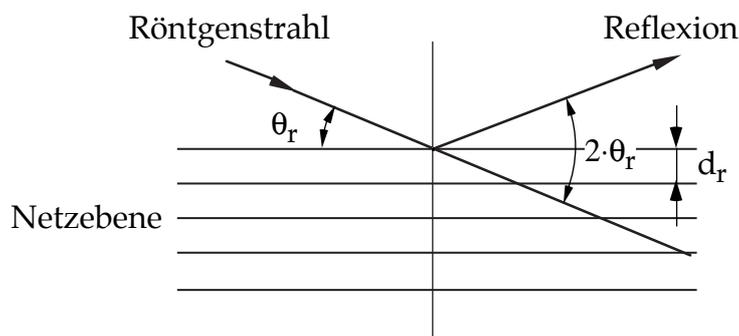


Bild 7.6 Beugung des Röntgenstrahls an der Gitternetzebene

Es gilt /7.6/:

$$2 \cdot d_r \cdot \sin\theta_r = n_r \cdot \lambda_r \quad (n_r = 1, 2, 3 \dots) \quad (7.31)$$

Wobei

d_r : Gitternetzebenenabstand des gemessenen Materials,

θ_r : Beugungswinkel des Röntgenstrahls,

λ_r : Wellenlänge des Röntgenstrahls,
 n_r : Beugungsordnung des Röntgenstrahls.

Bei konstanter Wellenlänge λ_r und konstanter Beugungsordnung n_r ist der Winkel θ_r , der die Geometrie der Beugung bedingt, nur vom Netzebenenabstand d_r abhängig. Der Aufbau des Gitters bestimmt den Beugungswinkel θ_r .

Die Beugungswinkel für YAG beträgt:

[111]-Richtung: $2\theta_r \approx 82,6^\circ$

[100]-Richtung: $2\theta_r \approx 45^\circ$

Zur Untersuchung der YAG-Kristallachsen steht ein Röntgendiffraktometer der Firma Siemens (Typ: D5000) zur Verfügung. Das Röntgendiffraktometer dient dazu, die Intensitätsmaxima des reflektierten Röntgenstrahls zu detektieren, um die Lage der Netzebenen zu bestimmen.

Bild 7.7 zeigt die Drehfreiheitsgrade des Röntgendiffraktometers mit eingebautem Kristall.

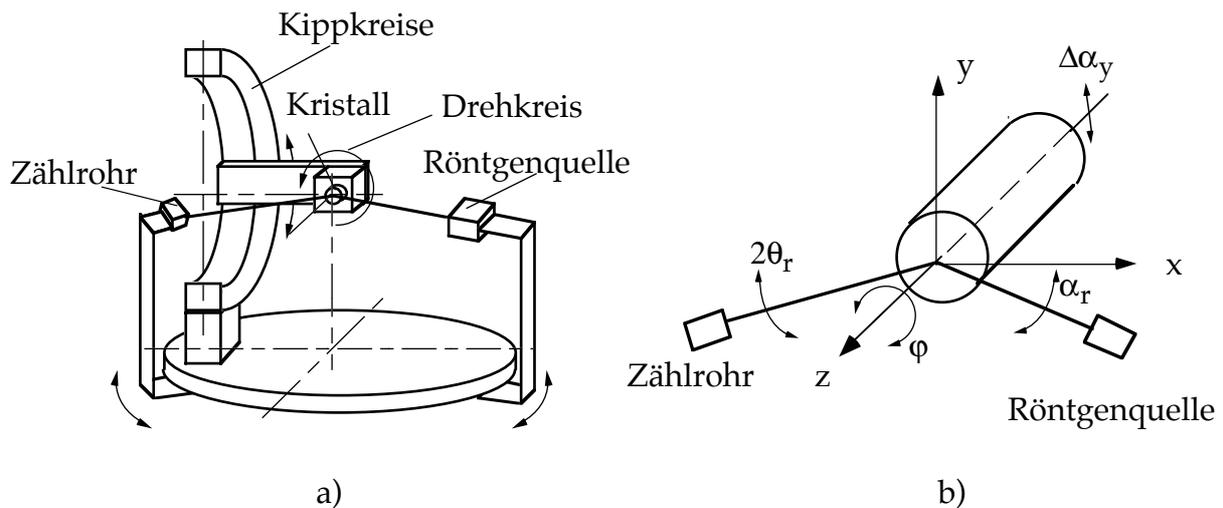


Bild 7.7 a) Aufbau des Röntgendiffraktometers
 b) Freiheitsgrade des Kristalls.

Durch ein Computerprogramm werden die Orientierung des Kristalls, der Einfallswinkel der Röntgenstrahlung und der Detektorwinkel des Zählrohrs gesteuert. Der Kristall ist um die x-Achse kippbar und um die z-Achse drehbar. Das Zählrohr und die Röntgenquelle können in der xz-Ebene um die y-Achse gedreht werden, um die Winkel zu bestimmen, bei denen Intensitätsmaxima auftreten. Um die Meßgenauigkeit zu erhöhen, wird während der Messungen eine Blende vor das Zählrohr eingesetzt.

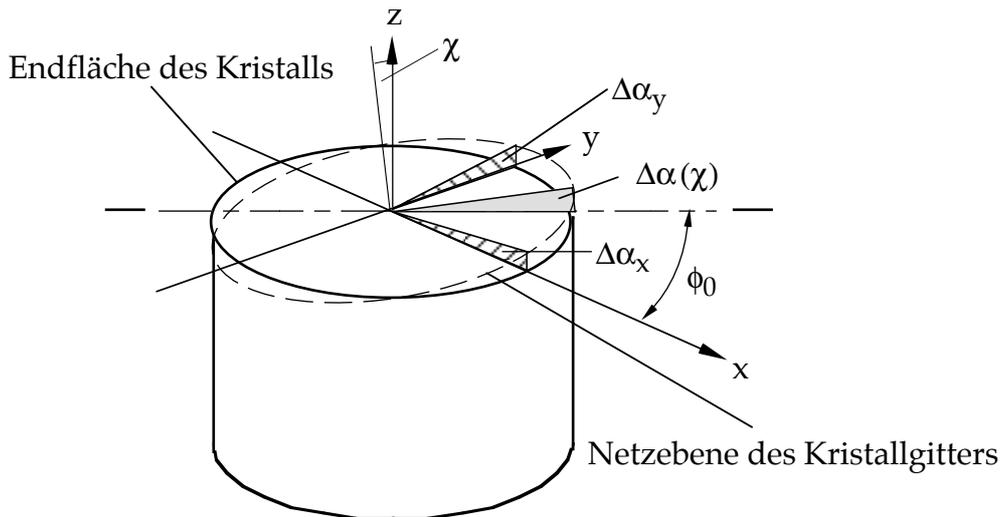


Bild 7.8 Geometrie der zu messenden Ebene und der Stirnfläche des Kristalls

Bild 7.8 zeigt die Geometrie der Netzebene und der Stirnfläche des Kristalls. Durch mechanische Bearbeitungsungenauigkeiten weicht die Zylinderachse von der gewünschten Kristallrichtung um den Winkel χ ab. Das Ziel der Untersuchung mit dem Röntgendiffraktometer ist es, diese Kristallachsenabweichung χ bzw. den Winkel $\Delta\alpha$ (Bild 7.8) zwischen der Netzebene und der Kristallstirnfläche zu vermessen.

Gemäß Bild 7.8 gilt für den geometrischen Zusammenhang der Winkel $\Delta\alpha_x$, $\Delta\alpha_y$ und $\Delta\alpha$:

$$\begin{aligned} \tan\Delta\alpha \cdot \cos\phi_0 &= \tan\Delta\alpha_x \\ \tan\Delta\alpha \cdot \sin\phi_0 &= \tan\Delta\alpha_y \end{aligned} \quad (7.32)$$

Aus Gl. (7.32) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \tan\Delta\alpha &= \sqrt{\tan^2\Delta\alpha_x + \tan^2\Delta\alpha_y} \\ \phi_0 &= \arctan\left[\tan\Delta\alpha_y / \tan\Delta\alpha_x\right] \end{aligned} \quad (7.33)$$

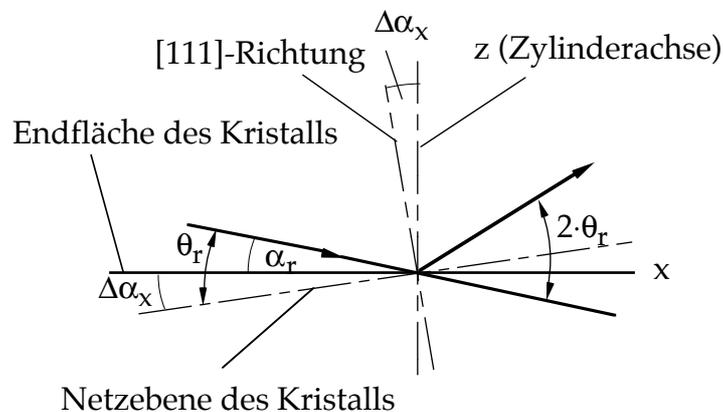


Bild 7.9 Geometrische Winkellage in der xz-Ebene.

Nach dem Einbau des Kristalls liegt seine Stirnfläche parallel zur xy-Ebene. Mit dem Röntgendiffraktometer werden durch das Detektieren der Intensitätsmaxima des reflektierten Röntgenstrahls die Winkel $2\cdot\theta_r$, α_r und $\Delta\alpha_y$ (Bild 7.8) gemessen. Nach Bild 7.9 folgt für den gesuchten Winkel $\Delta\alpha_x$:

$$\Delta\alpha_x = \frac{2\cdot\theta_r}{2} - \alpha_r \quad (7.34)$$

Um die Winkel $\Delta\alpha_x$, $\Delta\alpha_y$ und damit den Winkel $\Delta\alpha$ zu bestimmen, wird zunächst in verschiedene Winkel α_r nahe θ_r eingestrahlt. Bei jedem Winkel α_r erfolgt anschließend eine Vermessung der reflektierten Intensität in Abhängigkeit von $2\theta_r$. Bild 7.10 zeigt ein typisches Ergebnis einer solchen Messung.

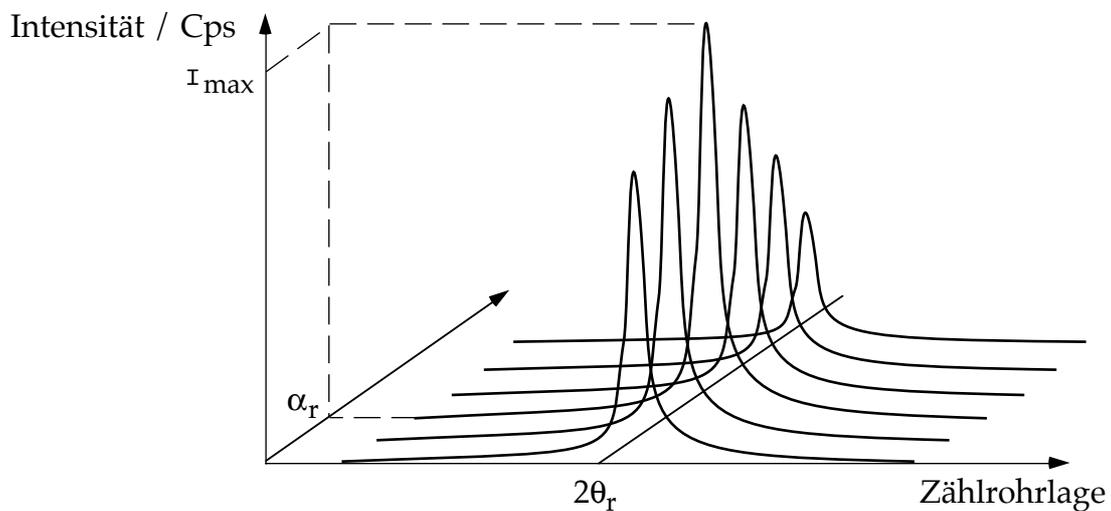


Bild 7.10 Abhängigkeit der detektierten Intensität des Röntgenstrahls von den Winkeln α_r und $2\theta_r$.

Einsetzen von Gl. (7.34) in Gl. (7.33) liefert:

$$\Delta\alpha = \arctan \sqrt{\text{tg}^2 \left(\frac{2\cdot\theta_r}{2} - \alpha_r \right) + \text{tg}^2 \Delta\alpha_y} \quad (7.35)$$

Mit diesem Meßprinzip werden die Kristallachsen der im Kraftsensor verwendeten Kristalle HAM 1, HAM 3, HAM 4 und VIRGO 1 vermessen. Die Meßergebnisse sind in Tabelle 7.1 dargestellt.

Tabelle 7.1 Ergebnisse der Röntgenvermessung der [111]-Kristallachsen.

Probe	$\phi / ^\circ$	$\alpha_r / ^\circ$	$2\theta_r / ^\circ$	$\Delta\alpha_x / ^\circ$	$\Delta\alpha_y / ^\circ$	$\phi_0 / ^\circ$	$\Delta\alpha / ^\circ$
HAM 1	0	42,550	82,570	<i>1,2650</i>	-0,3200	-14,194	1,3048
	90	41,300	82,560	<i>0,0200</i>	1,3700	89,164	1,3701
	180	39,650	82,560	<i>-1,6300</i>	0,1150	-4,0346	1,6340
Mittelwert							1,4900
HAM 3	0	40,500	82,570	<i>-0,78500</i>	0,39300	-26,593	0,87786
	90	40,600	82,550	<i>-0,67500</i>	-0,70500	46,245	0,97599
	180	41,720	82,560	<i>0,44000</i>	-0,59500	-53,518	0,74000
	270	41,600	82,560	<i>0,32000</i>	0,52500	58,637	0,61483
Mittelwert							0,80220
HAM 4	0	39,850	82,550	<i>-1,4250</i>	-0,5500	21,101	1,5274
	90	41,600	82,540	<i>0,3300</i>	-1,3110	-75,874	1,3519
	180	42,350	82,580	<i>1,0600</i>	0,4500	23,001	1,1515
	270	40,600	82,550	<i>-0,6750</i>	1,2000	-60,645	1,3767
Mittelwert							1,3519
VIRGO 1	0	40,800	82,540	<i>-0,47000</i>	-0,17000	19,885	0,49980
	90	41,180	82,560	<i>-0,09999</i>	-0,33300	73,285	0,34769
	180	41,370	82,570	<i>0,08499</i>	0,04000	25,201	0,09394
	270	41,000	82,570	<i>-0,28500</i>	0,21000	-36,384	0,35401
Mittelwert							0,32386

Beim Kristall HAM 1 wurde bei $\phi = 270^\circ$ keine Intensität detektiert.

Die kursiv dargestellten Zahlenwerte sind die nach den Meßdaten ausgerechneten Daten. Wegen der mechanischen Ungenauigkeit des Drehkreises ändert sich dessen Position während der Probendrehung. Dies verursacht unterschiedliche Ergebnisse der [111]-Richtungsabweichung $\Delta\alpha$ bei verschiedenen Drehwinkeln ϕ . Der gemittelte $\Delta\alpha$ -Wert aus zwei um 180° gegeneinander verdrehten Rotationslagen ist jedoch stets nahezu konstant. Die Achsenabweichung ist gleich der Winkel zwischen der Netzebene und der Stirnfläche des Kristalls. Dieser Wert ist der gesuchte Wert für χ nach Fehlerkompensation der Drehachse. Es gilt

$$\chi = \frac{1}{2} \cdot [\Delta\alpha_{(\phi)} + \Delta\alpha_{(\phi+180^\circ)}] \quad (7.36)$$

Die Zylinderachsenabweichung χ von der [111]-Richtung beträgt gemäß Gl. (7.36):

HAM 1:	1,49 °
HAM 3:	0,80 °
HAM 4:	1,35 °
VIRGO 1:	0,32 °

Diese Daten zeigen, daß der Kristall der Firma VIRGO eine kleinere Achsenabweichung als die Kristalle der Firma HAM aufweist.

7.5 ANSYS-Programme für die FEM-Berechnung der thermischen Spannungen infolge Änderung der Umgebungstemperatur

1. Berechnung der Temperaturverteilung im Kristall mit Hilfe eines 3D-Modell

```
!Simulation mit 3D-Modell
/filename,tr3du57a
/PREP7
```

!Materialdaten YAG

```
mp,dens,1,4.56e3
mp,c,1,600
mp,kxx,1,10.3
mp,ex,1,3e11
mp,nuxy,1,0.25
mp,alpx,1,7.9e-6
```

!Element waehlen

```
et,1,plane55
```

!3D-Geometrisches Modell

```
k,1,0,4e-4
k,2,4e-4,4e-4
k,3,4e-4,-4e-4
k,4,0,-4e-4
k,5,0,1.5e-3
k,6,1.06066e-3,1.06066e-3
k,7,1.06066e-3,-1.06066e-3
k,8,0,-1.5e-3
k,9,0,0
l,1,2,4
l,2,3,8
l,3,4,4
l,4,1,8
l,1,5,3
l,2,6,3
l,3,7,3
l,4,8,3
larc,5,6,9,1.5e-3
larc,6,7,9,1.5e-3
larc,7,8,9,1.5e-3
lesize,9,,,4
lesize,10,,,8
lesize,11,,,4
al,1,2,3,4
al,1,5,9,6
al,2,6,10,7
al,3,7,11,8
amesh,all
```

!Elementtyp waehlen

```
ET,2,SOLID70
TYPE,2,
```

```
MAT,1,
REAL,1,
ESYS,0,
ESIZE,0,5,
FLST,2,4,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-4
VEXT,P51X, , ,0,0,-2.5e-3,,
/VIEW, 1 ,1,1,1
/ANG, 1
/REP
```

!Lösungsprozeß

```
/solu
!Temperaturdaten eingeben
ANZ=27
*dim,Ze,ARRAY,ANZ
*dim,T,ARRAY,ANZ
*dim,Te,ARRAY,ANZ
Ze(1)=0.00000
.....
Ze(27)=7650
T(1)=20.5317
.....
T(27)=21.4710
Te(1)=20.311
.....
Te(27)=20.651
```

```
!Lösungsmethode
antype,trans
autots,on
oures,all,all
tintp,,,1.0
```

!lastschritt 1

```
timint,off
time,(Ze(1)+1e-6)
```

!Randbedingung

```
csys,1
nset,s,loc,x,1.5e-3
nset,a,loc,z,0
sf,all,conv,6,T(1)
```

```

alls
csys,0
nsl,s,loc,y,-1.35e-3,-1.51e-3
sf,all,conv,3,Te(1)
alls
solve
!lastschritt 2
timint,on
autots,on
kbc,0
deltim,300
*do,i,2,ANZ
time,Ze(i)
!Randbedingung
csys,1
nsl,s,loc,x,1.5e-3
nsl,a,loc,z,0

```

```

sf,all,conv,6,T(i)
alls
csys,0
csys,0
nsl,s,loc,y,-1.35e-3,-1.51e-3
sf,all,conv,3,Te(i)
alls
solve
*enddo
save
FINISH
!Ergebnisse-Darstellung
/post1
plns,temp
set,,,,,3900
plns,temp

```

2. Berechnung der thermischen Spannungen im Kristall mit 2D-Modell

! Berechnung des Temperaturfeldes

```

,filename,tr2du57bth
/PREP7

```

!2D-geometrisches Modell

```

k,1,0,6.36396e-4
k,2,6.36396e-4,0
k,3,0,-6.36396e-4
k,4,-6.36396e-4,0
k,5,0,1.5e-3
k,6,1.5e-3,0
k,7,0,-1.5e-3
k,8,-1.5e-3,0
k,9,0,0
l,1,2,9
l,2,3,9
l,3,4,9
l,4,1,9
l,1,5,3
l,2,6,3
l,3,7,3
l,4,8,3
larc,5,6,9,1.5e-3
larc,6,7,9,1.5e-3
larc,7,8,9,1.5e-3
larc,8,5,9,1.5e-3
lesize,9,,,9
lesize,10,,,9
lesize,11,,,9
lesize,12,,,9
al,1,2,3,4
al,1,6,9,5
al,2,7,10,6
al,3,7,11,8
al,4,8,12,5

```

!Elementtyp waelhen

```

et,1,plane55
amesh,all
save

```

!Materialdaten YAG

```

mp,dens,1,4.56e3
mp,c,1,600
mp,kxx,1,10.3
mp,ex,1,3e11

```

```

mp,nuxy,1,0.25
mp,alpx,1,7.9e-6
eplot
save.db

```

!Lösungsprozeß

```

/solu

```

! Temperaturdaten eingeben

```

ANZ=27
*dim,Ze,ARRAY,ANZ
*dim,T,ARRAY,ANZ
*dim,Te,ARRAY,ANZ
Ze(1)=0.00000

```

```

.....
Ze(27)=7650.00
.....
T(27)=22.296

```

```

.....
Te(27)=21.683

```

! Lösungsmethode

```

antype,trans
autots,on

```

```

outr,all,all
tintp,,,,,1.0

```

!lastschritt 1

```

timint,off
time,(Ze(1)+1e-6)

```

! Randbedingung

```

csys,1
nsl,s,loc,x,1.5e-3
nsl,r,loc,y,-75,255
sf,all,conv,6,T(1)
alls
csys,0
nsl,s,loc,y,-1.35e-3,-1.51e-3
sf,all,conv,3,Te(1)

```

```

alls
solve

```

!lastschritt 2

! Lösungsmethode

```

timint,on
autots,on
kbc,0
deltim,300

```

```

*do,i,2,ANZ
time,Ze(i)
! Randbedingung
csys,1
nsl,s,loc,x,1.5e-3
nsl,r,loc,y,-75,255
sf,all,conv,6,T(i)
alls
csys,0
nsl,s,loc,y,-1.35e-3,-1.51e-3
sf,all,conv,3,Te(i)
alls
solve
*enddo
save
FINISH
! Ergebnisse-Darstellung
/post1
plns,temp
fini
/post26
csys,0
nsol,2,node(0,0,0),temp
nsol,3,node(0,1e-4,0),temp
nsol,4,node(0,2e-4,0),temp
add,5,2,3,,,,-1,1
add,6,2,4,,,,-1,1
plvar,5,6
plvar,2,3,4
fini
! Berechnung der thermischen Spannungen
/filename,tr2du57bme
! Elementtyp wählen
/prep7
etchg
save
fini

```

```

! Lösungsprozeß
/solu
! Lösungsmethode
antype,static
! Randbedingung
*do,i,1,25
csys,0
nsl,s,loc,y,-1.5e-3
d,all,uy
nsl,a,loc,y,1.5e-3
d,all,ux
allsel
csys,0
! Rechnen
ldread,temp,,,zeit,,tr2du57bth,rth
time,zeit
zeit=300*i
nsub,1,1,1
solve
*enddo
save
FINISH
! Ergebnisse-Darstellung
/post1
plns,sx
plns,sy
sdiffz
pletab,ds,avg
fini
/post26
!Hauptspannungsdifferenz
ee=41
nn=64
dspann
plvar,9
prvar,2,3,4,9

```

8 Formelzeichen und Abkürzungen

a:	Gitterkonstante
A:	Fläche
B:	magnetische Flußdichte
c:	Lichtgeschwindigkeit
c_p :	Wärmekapazität des Kristallmaterials
C_0 :	Photoelastische Konstante
$C_{0[100]}$:	Photoelastische Konstante in [100]-Durchstrahlrichtung
$C_{0[111]}$:	Photoelastische Konstante in [111]-Durchstrahlrichtung
d_r :	Gitternetzebenenabstand des gemessenen Materials im Röntgendiffraktometer
Δd :	Verformung der Feder der Krafteinleitung
D:	Durchmesser des Kristalls
E^* :	Elastizitätsmodul
E_0 :	Sollmeßempfindlichkeit
E:	Istmeßempfindlichkeit
E_σ :	mechanische Empfindlichkeit
E_x, E_y :	Feldstärkekomponenten
f:	Differenzfrequenz
f_0 :	Offsetdifferenzfrequenz bzw. die Differenzfrequenz im unbelasteten Fall
f_{01} :	zeitunabhängiger Anteil der Offsetdifferenzfrequenz
f_{02} :	zeitabhängiger Anteil der Offsetdifferenzfrequenz
f_p :	Differenzfrequenz unter dem Einfluß des Frequency-Pulling-Effektes
f_m :	durch mechanische Belastung verursachter Differenzfrequenzanteil
f_t :	durch thermische Spannungen verursachter Differenzfrequenzanteil
Δf_p :	Änderungsamplitude der Differenzfrequenz durch den Pump-polarisationseffekt
$\Delta f(\beta)$:	durch den Pump-polarisationseffekt verursachter Differenzfrequenz-offset
Δf_0 :	Drift der Offsetdifferenzfrequenz
Δf_0^* :	mit Meßdaten und Gl. (4.19) approximierter Offsetdifferenz-frequenzdrift
Δf :	Differenzfrequenzdrift
Δf^* :	mit Meßdaten und Gl. (4.19) approximierter Differenzfrequenzdrift
Δf_k :	mit der approximierten Gleichung kompensierter Differenzfrequenz-drift
F:	auf den Kristall einwirkende Kraft bzw. gemessene Kraft
\bar{F} :	Meßkraft
F_1 :	Federkraft der Krafteinleitung

F_2 :	Reibungskraft der Krafteinleitung
FSR:	Free Spectral Range
g_i :	Resonatorspiegelparameter, $i = 1, 2$
h :	Wärmeübergangskoeffizient
k :	Steifigkeit der Krafteinleitung
k_s :	geometrischer Faktor
k_i :	Konstanten in der Gleichung der Approximation von f_0
K :	Wärmeleitfähigkeit
l :	Länge der Parallelenker oder Blattfeder, die die Steifigkeit beeinflusst
I_p :	Versorgungsstrom der Pumpdiode
L :	Länge des Kristalls
L_{opt} :	optische Länge des Nd:YAG-Laserresonators
m_g :	Beugungsordnung des Gitters
m :	Masse
$m_1 \cdot g$:	durch die Masse der Krafteinleitung verursachte Gewichtskraft
n :	Brechzahl
n_0 :	Brechzahl des Nd:YAG-Kristalls im isotropen Fall
n_1, n_2 :	Brechzahlen in die Richtungen parallel zu den Hauptachsen
Δn :	Brechzahldifferenz
Δn_m :	durch die mechanische Spannung verursachte Brechzahldifferenz
n_r :	Beugungsordnung des Röntgenstrahls
N :	Normalkraft an den Kontaktflächen der Kugelhülse
P_s, P_w :	Modenleistungen in den orthogonal polarisierten Richtungen des Nd:YAG-Laserstrahls
q :	longitudinale Modenordnung des Laserresonators
Q_r :	Resonatorgüte
Q_g :	Güte der Verstärkungslinie
r :	Abstand von der Kristallmitte
r_0 :	Radius des Kristalls
R :	Radius des Resonatorspiegels des monolithischen Nd:YAG-Kristalls
R_i :	Radius des Resonatorspiegels
s :	komplexe Variable der Laplace-Transformation
t_p :	Dicke des photoelastischen Elementes
t :	Zeit
T_1, T_2 :	Zeitkonstanten des dynamischen Systems
T :	Temperatur im Kristall
T_L :	Temperatur der Umgebung (Lufttemperatur im Kraftsensor)
T_w :	Wand- bzw. Oberflächentemperatur
TEM_{mnq} :	Lasermode, mn : Ordnung der transversalen Mode, q : Ordnung der longitudinalen Mode
T_U :	Temperatur der Unterlage

V:	Verdet-Konstante
w_i :	Radius der TEM ₀₀ -Lasermode an den Resonatorspiegeln
α :	Keilwinkel der Kristallunterlage
α_r :	Winkellage der Röntgenquelle
α_0 :	thermischer Ausdehnungskoeffizient
β :	Pump polarisationsrichtung
δ :	Gangunterschied
Δ :	Phasendifferenz
λ :	Wellenlänge des Nd:YAG-Lasers
λ_0 :	Emissionswellenlänge des Nd:YAG-Lasers
λ_p :	Wellenlänge der Pumpquelle
λ_r :	Wellenlänge des Röntgenstrahls
ν :	Querkontraktionszahl
ν :	Laserfrequenz
ν_{mnq} :	Laserfrequenz der Mode mnq
μ :	Haftreibungskoeffizient
σ_r, σ_θ :	thermische Radial- und Tangentialspannung
σ_1, σ_2 :	Hauptspannungen
$\Delta\sigma$:	Hauptspannungsdifferenz
$\Delta\sigma_t$:	thermisch induzierte Hauptspannungsdifferenz
$\Delta\sigma_m$:	mechanisch induzierte Hauptspannungsdifferenz
$\Delta\sigma_0$:	Offset der Hauptspannungsdifferenz
$\pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{44}$:	photoelastische Koeffizienten
θ :	Winkellage um die Zylinderachse
θ_i :	Beugungswinkel bei Wellenlänge λ_i
θ_r :	Beugungswinkellage im Röntgendiffraktometer
φ :	resultierende Hauptachsenlage um die Zylinderachse
φ_0 :	Rollwinkel bzw. Hauptachsenlage der Offsetanisotropie um die Zylinderachse
φ_t :	Hauptachsenlage der thermischen Spannungen um die Zylinderachse
φ_m :	Hauptachsenlage der mechanischen Spannungen um die Zylinderachse
$\varphi_{01}, \varphi_{02}$:	Hauptachsenlagen der Offsetdifferenzfrequenzen f_{01} und f_{02}
φ_0 :	Kipprichtung der [111]-Kristallrichtung von der Zylinderachse um die [111]-Kristallachse
ϕ :	Rotationswinkel um die [111]-Kristallachse
ρ :	Dichte
ρ_F :	optischer Rotationswinkel durch ein magnetisches Feld

9 Literatur

9.0 Vorveröffentlichungen

- /V1/ Holzapfel, W.; Kobusch, M.; Neuschaefer-Rube, St.; Hou, L.
Dynamic Testing of Laser Force Transducers
International Measurement Confederation IMEKO XV World Congress, Vol.
III, TC-3, June 13 - 18, 1999, Osaka, Japan, pp. 159-166

9.1 Literatur zu Kapitel 1

- /1.1/ Weiler, W. (Hrsg.)
Handbuch der physikalisch-technischen Kraftmessung
Vieweg Verlag, Braunschweig, 1993
- /1.2/ Kochsiek, H.
Handbuch des Wägens
Vieweg Verlag, Braunschweig, 1985
- /1.3/ Considine, D. M.
Process Instruments and Controls Handbook
McGraw-Hill, New York, 1985
- /1.4/ Teldix Taschenbuch der Navigation
Teldix GmbH, Heidelberg, 1979
- /1.5/ Jäger, G.; Füßl, R.; Gerhardt, U.
Optical interference force measuring and weighing cells for the dynamic
weighing of small loads
International Measurement Confederation IMEKO XV World Congress,
Volume III, TC-3, June 13 - 18, 1999, Osaka, Japan, pp. 39-42
- /1.6/ Wolf, H.
Spannungsoptik
Springer Verlag, Berlin, 1976
- /1.7/ Neuschaefer-Rube, U.
Photoelastischer Kraftsensor mit Proportionalverhalten und gesteigerter
Meßempfindlichkeit durch Resonanz und Miniaturisierung
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 377, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994
- /1.8/ Holzapfel, W.; Settgast, W.
Force to frequency conversion by intracavity photoelastic modulation
Applied Optics, Vol. 28, No. 21, November 1989, pp. 4585-4594
- /1.9/ Holzapfel, W.; Finnemann, M., Luxem, W.; Neuschaefer-Rube, St.
Zur Kraftmessung mit diodengepumpten Nd:YAG-Lasern
IMAT-Bericht MT-11, Institut für Meß- und Automatisierungstechnik,
Universität Gesamthochschule Kassel, 1993
- /1.10/ Peuser, P.; Schmitt, N. P.
Diodengepumpte Festkörperlaser
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995

- /1.11/ Holzapfel, W.; Finnemann, M.
High-resolution force sensing by a diode-pumped Nd:YAG laser
Optics letters, Vol. 18, No. 23, December 1993, pp. 2062-2064
- /1.12/ Holzapfel, W.; Neuschaefer-Rube, U.
Broadband Dynamic Force Measurement by Miniaturized Solid-State Lasers
XIV IMEKO World Congress, Vol. III, Tampere, Finland, June 1997
- /1.13/ Holzapfel, W.; Kobusch, M.; Neuschaefer-Rube, St.; Hou, L.
Dynamic Testing of Laser Force Transducers
XV IMEKO World Congress, Vol. III, TC-3, June 13 - 18, 1999, Osaka, Japan,
pp. 159-166

9.2 Literatur zu Kapitel 2

- /2.1/ Hecht, E.
Optik
Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, Paris, 1989
- /2.2/ Nye, J. F.
Physical Properties of Crystals
Oxford University Press, Oxford, 1985
- /2.3/ Koechner, W.
Solid-State Laser Engineering
Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1976
- /2.4/ Peuser, P.; Schmitt, N. P.
Diodengepumpte Festkörperlaser
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995
- /2.5/ Eichler, J.; Eichler, H.-J.
Laser
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1991
- /2.6/ Kobusch, M.
Gitterspektroskop zur Untersuchung der Nd:YAG-Laserstrahlung
Persönliche Mitteilung
- /2.7/ Hodgson, N; Weber, H.
Optische Resonatoren
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1992
- /2.8/ Neuschaefer-Rube, St.
Resonatorinterne Transmissionsellipsometrie zur Vermessung optischer
Komponenten
Fortschritt-Berichte VDI, Nr. 544, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995
- /2.9/ Holzapfel, W.; Finnemann, M.
High-resolution force sensing by a diode-pumped Nd:YAG laser
Optics Letters, Vol. 18, No. 23, December 1993, pp. 2062-2064

- /2.10/ Holzapfel, W.; Settgast W.
Force to frequency conversion by intracavity photoelastic modulation
Applied Optics, Vol. 28, No. 21, November 1989, pp. 4585-4594
- /2.11/ Holzapfel, W.; Kobusch, M.; Neuschaefer-Rube, St.; Hou, L.
Dynamic Testing of Laser Force Transducers
International Measurement Confederation IMEKO XV World Congress, Vol.
III, TC-3, June 13 - 18, 1999, Osaka, Japan, pp. 159-166
- /2.12/ Unbehauen, H.
Regelungstechnik I
Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1982
- /2.13/ Kobusch, M.
Zur Dynamik der Kraft-Frequenz-Wandlung mit Nd:YAG-Lasern
Dissertation, Universität Gesamthochschule Kassel, in Vorbereitung

9.3 Literatur zu Kapitel 3

- /3.1/ N. N.
Hewlett-Packard Test- und Meßtechnik Katalog 1994/1995
Hewlett-Packard GmbH, Bad Homburg, 1994
- /3.2/ W. Holzapfel, U. Riß
Automatisches Ellipsometer für hochgenaue Transmissionsmessungen an
optisch doppelbrechenden Komponenten und Systemen
Technisches Messen tm 53, 1986, pp. 384-389
- /3.3/ Peuser, P.; Schmitt, N. P.
Diodengepumpte Festkörperlaser
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995
- /3.4/ Sony
Laser Diode Guide book
Katalog der Sony Corporation, Tokyo, Japan
- /3.5/ Braasch, J.
Zur optischen Entfernungsmessung mit stochastisch frequenzmodulierten
Halbleiterlasern
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 462, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994
- /3.6/ Esherick, P.; Owyong, A.
Polarization Effects in Laser-Pumped Nd:YAG Lasers
SPIE Vol. 912, Pulsed Single-Frequency Lasers: Technology and Applications,
1988, pp. 2-6
- /3.7/ Heinemann, S.; Mehnert, A.
Laserdiodengepumpte Mikrokristall-Laser für die optische Meß- und
Prüftechnik
Laser Magazin 3/92, pp. 26-29

- /3.8/ Koechner, W.
Solid-State Laser Engineering
Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1976
- /3.9/ Neuschaefer-Rube, St.
Resonatorinterne Transmissionellipsometrie zur Vermessung optischer
Komponenten
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 544, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996
- /3.10/ Wolf, H.
Spannungsoptik
Springer Verlag, Berlin, 1976
- /3.11/ Mönch, E.
Einführungsvorlesung Technische Mechanik
4. Auflage, R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1981
- /3.12/ Siegman, E.
Lasers
University Science Books, Mill Valley, California, 1986
- /3.13/ Reiß, U.
Zur Transmissionellipsometrie optisch anisotoper Komponenten und
Systeme
Dissertation, D-34, Fachbereich Maschinenbau, Universität Gesamthoch-
schule Kassel, 1988
- /3.14/ Holzapfel, W.; Finnemann, M.; Luxem, W.; Neuschaefer-Rube, S.
Modulare Laserwaage
IMAT-Bericht MT-7, Institut für Meß-und Automatisierungstechnik,
Universität Gesamthochschule Kassel, 1992
- /3.15/ Tabor, D.
Friction - The Present State of Our Understanding
Journal of Lubrication Technology, Vol. 103, April 1981, pp. 169-179
- /3.16/ I. M. Hutchings
Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials
Edward Arnold, London, 1992
- /3.17/ Firma Layertec GmbH, Mellingen
Persönliche Mitteilung
- /3.18/ Menz, W.; Bley, B.
Mikrosystemtechnik für Ingenieure
VCH Verlagsgesellschaft, 1993
- /3.19/ Brandi, F.; Della, F.; De Riva, A. M.; Micossi, P.
Measurement of the phase anisotropy of very high reflectivity interferential
mirrors
Applied Physics, B65, 1997, pp. 351-355

/3.20/ Neuschaefer-Rube, U.
Photoelastischer Kraftsensor mit Proportionalverhalten und gesteigerter
Meßempfindlichkeit durch Resonanz und Miniaturisierung
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 377, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994

9.4 Literatur zu Kapitel 4

- /4.1/ Beitz, W.; Küttner, K.-H. (Hrsg.)
Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau
16. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1987
- /4.2/ Kane, T. J.; Byer, R. L.
Monolithic unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser
Optics Letters, Vol. 10, No. 2, February 1985, pp. 65-67
- /4.3/ Neuschaefer-Rube, St.
Resonatorinterne Transmissionsellipsometrie zur Vermessung optischer
Komponenten
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 544, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995
- /4.4/ Hecht, E.
Optik
Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, München, 1989
- /4.5/ Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C.
Conduction of Heat in Solids
Clarendon, 2nd Edition, Oxford, 1986
- /4.6/ Groth, C.; Müller, G.
FEM für Praktiker - Temperaturfelder
Expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1995
- /4.7/ Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N.
Theory of Elasticity
Third Edition, McGraw-Hill Book Company, Inc; New York, 1987
- /4.8/ Müller, G.; Rehfeld, I.; Katheder, W.
FEM für Praktiker
Expert Verlag, 2. verbesserte Auflage, Renningen-Malmsheim, 1995
- /4.9/ Iffländer, R.
Festkörperlaser zur Materialbearbeitung
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, 1990
- /4.10/ Koechner, W.
Solid-State Laser Engineering
Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1976
- /4.11/ Boley, B. A.; Weiner, J. H.
Theory of thermal stresses
Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1985

- /4.12/ Mann, K.; Weber, H.
Surface heat transfer, heat efficiency, and temperature of pulsed solid state lasers
J. Appl. Phys. 64 (3), 1 August 1988, pp. 1015 - 1021
- /4.13/ Cousins, A. K.
Temperature and Thermal Stress Scaling In Finite-Length End-Pumped Laser Rods
IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 28, No. 4, April 1992,
pp. 1057-1069
- /4.14/ Farrukh, U. O.; Buoncristiani, A. M.; Byvik, C. E.
An Analysis of the Temperature Distribution in Finite Solid-State Laser Rods
IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 24, No. 11, November 1988,
pp. 2253 - 2263
- /4.15/ Peuser, P.; Schmitt, N. P.
Diodengepumpte Festkörperlaser
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995
- /4.16/ Hutchings, I. M.
Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials
Edward Arnold, London, 1992

9.5 Literatur zu Kapitel 7

- /7.1/ Nye, J. F.
Physical Properties of Crystals
Oxford Science Publication, Clarendon Press, Oxford, 1987
- /7.2/ Choy, M. M.; Cook, W. R.; Hearmon, R. F. S.
Elastic, Piezoelectric and Related Constants of Crystals
Springer Verlag, Berlin, 1979
- /7.3/ Koechner, W.; Rice, D. K.
Birefringence of YAG: Nd Laser as a Function of Growth Direction
Journal of the Optical Society of America, Vol. 61, No. 6, June 1971, pp. 758-766
- /7.4/ Neuschaefer-Rube, St.
Resonatorinterne Transmissionsellipsometrie zur Vermessung optischer Komponenten
Fortschritt-B erichte VDI, Reihe 8, Nr. 544, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995
- /7.5/ Mönch, E.
Einführungsvorlesung Technische Mechanik
Oldenbourg Verlag, 4. Auflage, München, Wien, 1981
- /7.6/ Krischner, H.; Koppelhuber-Britschnau, B.
Röntgenstrukturanalyse und Rietveldmethode
Verlag Vieweg, 5. Auflage, Braunschweig, Wiesbaden, 1994

Lebenslauf

11. 10. 1961 geboren in Qingdao, Provinz Shandong, VR China
- 07/1979 Qingdao Nr. 9 Mittelschule, Qingdao, VR China
Nationale Eintrittsprüfung für das Studium
- 09/1979 - 08/1983 Studium des Ingenieurwesens an der Tianjin Universität,
Tianjin, VR China
Abschluß: Bachelor´s Degree
- 09/1983 - 05/1986 Vertiefungsstudium der Präzisionsmeßtechnik an der Tianjin
Universität, Tianjin, VR China
Abschluß: Master´s Degree
- 06/1986 - 10/1994 Ingenieurin am Nationalen Institut für Metrologie (NIM),
Peking, VR China
- 11/1994 - 08/1996 Stipendium der chinesischen Regierung für
Austauschwissenschaftler
Tätigkeit am Institut für Meß- und Automatisierungstechnik
(IMAT), Fachbereich Maschinenbau, Universität Gh Kassel
- seit 09/1996 Stipendiatin des Landes Hessen - Förderung für
Nachwuchswissenschaftler - am IMAT, FB Maschinenbau,
Universität Gh Kassel