

**GhK**

**Berufs- und Wirtschaftspädagogik**

**Protokolle zum Seminar  
Gerdsmeier/Blum/Fingerle im SS 1990**

**Formeln, Graphen, Tabellen und  
andere mathematische Modelle in  
wirtschaftsberuflichen Fächern**

**Band 2**

**1992**

**Berichte aus Seminaren und Projekten**

**Kontaktadresse:**

**Elke Nörthemann**  
**Tel: 0561-804- 4438**  
**4290**

**Gesamthochschule Kassel - Universität**  
**Fachbereich 02**  
**Lehrgebiet Wirtschaftsdidaktik**  
**Heinrich-Plett-Str. 40**  
**3500 Kassel**

**Bezugspreis: 5,-DM**  
**(unverb. Preisempfehlung; Preisänderungen**  
**vorbehalten)**

**Porto und Versandkosten werden gesondert**  
**berechnet**

---

## **GLIEDERUNG**

Seite

### **Vorbemerkungen**

Hinweise zur Veranstaltung	3
Danksagung	6
Veranstaltungsankündigung	7
Literaturliste	8
Empfehlung zur Erstellung von Protokollen	14

### **Teil 1: Zins- und Renditeberechnungen**

Renditen bei Finanzierungsschätzen	15
Renditen bei Bundesschatzbriefen	22
Anhang zur Renditeberechnung	27
Problematik der Behandlung der Rendite in der Schule	31
Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen	34

### **Teil 2: Einkommensteuer**

Ökonomische Modellierung der Einkommensteuer	38
Mathematische Modellierung der Einkommensteuer	43
Mathematische Diskussion ausgewählter Steuerbegriffe	53

### **Teil 3: Preisbildung**

Gründe für die Erstellung ökonomischer Modelle	58
Modellbildung in ökonomischen Fachbüchern	63
Didaktische Konzeptualisierung im Rechnungswesen	70

---

## VORBEMERKUNGEN

### Hinweise zur Veranstaltung

Gerhard Gerdsmeier

Mit der nachstehend dokumentierten Veranstaltung ist ein Versuch unternommen worden, die im Lehr- und Lernkontext von der Sache her unbegründet scharfe Trennung zwischen ökonomischen und mathematischen Betrachtungen von Gegenständen beispielhaft zu überwinden. Die Trennung ergibt sich gegenwärtig eher aus den Strukturen, unter denen Lehren und Lernen sich vollziehen und nicht aus den Strukturen der Gegenstände, die von allen Wirtschaftspädagogen studiert werden. Diese Trennung wird dann inhaltlich im Regelfall auf die Berufsschulunterrichte übertragen und durch die Studentafeln/Fächerschneidungen den Schulen zudem nahegelegt. Gerade weil uns diese übermäßige Segmentierung ungerechtfertigt und schädlich erscheint, war es selbstverständlich, daß sich die Veranstaltung an alle Studenten der Wirtschaftspädagogik gewendet hat und nicht nur an Studenten mit dem Zweifach Mathematik. (vgl. dazu die angefügte Veranstaltungsankündigung auf S. 7)

Diese Ausrichtung schien auch durch die Annahmen gerechtfertigt, daß alle angesprochenen Studenten Ökonomik studieren, daß die Ökonomik mehr oder weniger mathematisch formuliert ist, daß alle Studenten diese Ökonomik, aber auch die zugehörige Mathematik in den Grundzügen kennen lernen und daß sie daher auch keine Scheu vor der Mathematik besitzen dürften. Gerade diese letzte Annahme erwies und erweist sich allerdings im Hinblick auf eine große Zahl der Studierenden immer wieder als Wunschenken.

Ein Versuch, ökonomische und mathematische Betrachtungsweisen gleichrangig einzu-beziehen und zu nutzen, versprach in mehrerer Hinsicht verbesserte Einsichten. Zum einen erweist es sich bei doppelter Perspektive, daß die ökonomischen Modellierungen ganz wesentlich durch die Übernahme mathematischer Vorgaben beeinflusst sind (vgl. dazu insb. Teil 3); umgekehrt läßt sich zeigen, daß auch die Lösbarkeit und Lösung mathematischer Gleichungen von Annahmen abhängt, die sich auf ökonomische Plausibilität berufen (vgl. dazu insb. Teil 1)

Weiterhin ist beachtenswert, daß die Argumentationen in wirtschaftsberuflichen Schulbüchern, die bei der Unterrichtsplanung von Lehrern bezüglich der stofflichen Routen zentrale Standards setzen, überwiegend "qualitativ" (also ohne explizite Rückgriffe auf mathematische Behandlungen der Gegenstände) geführt werden, dabei nichtsdestoweniger zu Darstellungsweisen greifen, die die Nützlichkeit einer mathematischen Entschlüsselung nahelegen, und Ausdrücke verwenden, deren mathematische Implikationen häufig unentdeckt zu bleiben scheinen. Vor diesem Hintergrund ist zu befürchten, daß Lehrer, an der mathematischen Meßlatte gemessen, häufig selber über keine klaren Vorstellungen verfügen, wenn sie Ausdrücke wie Spitzensteuersatz oder Progression verwenden.

Schließlich zeigt sich im unterrichtlichen Alltag, daß Darstellungen von fachlichen Gegenständen stets in Gefahr stehen, sich als "Formeln" von den mathematischen und ökonomischen Modellierungen abzulösen, und daß sich didaktisches Interesse leicht auf die Frage reduziert, nach welchem methodischen Rezept sich die "Formeln" am besten einüben lassen. - All das legt es nahe, für eine breitere Beschäftigung mit den Gegenständen zu werben.

Eine Reihe von Themen, die für diese Zielsetzung geeignet scheinen, sind vom Kollegen Fingerle mit großer Sorgfalt zusammengestellt worden (vgl. dazu das angefügte Verzeichnis auf S. 8 - 13); die Titel stammen überwiegend aus der mathematik-didaktischen Literatur, die hier qualitativ beneidenswert Differenziertes und Reflektiertes vorlegt.

Aus dem Spektrum der recherchierten Themenbereiche haben die Veranstalter gemeinsam für das Seminar drei Gebiete ausgewählt. Zum einen entschieden sie sich für das Gebiet der Zinsberechnung, weil es mathematisch gehaltvoll ist und in einer interessanten Verknüpfung mit der ökonomischen Modellierung hervortritt. Der Nachweis, daß es erforderlich ist, spezielle, dabei meist wohl ideale ökonomische Annahmen in die Betrachtung einzuführen, damit eine bestimmte mathematische Modellierung lösbar wird, war eine der besonderen Überraschungen der Veranstaltung.

Das Gebiet der Einkommensteuer vereint mathematische und ökonomische Aspekte in mehrfacher Hinsicht. Die Einkommensteuer war der Idee nach eine der jüngsten Steuern, weil die Voraussetzungen, an denen die Berücksichtigung individueller Leistungsfähigkeit ansetzen konnte, einer rechenhaften Behandlung erst so spät zugänglich wurden. Sie ist strukturell - eine Folge der in ihr manifestierten Idee von Gerechtigkeit - sehr kompliziert. Die Idee der Gerechtigkeit ist in eine mathematisch gefaßte Tariffunktion überführt worden - ein ohnehin heikler Akt, der sich in der praktischen Umsetzung und Ausgestaltung von den vorgängigen ökonomischen Rechtfertigungen weitgehend ablöst und der zudem jedem undurchsichtig bleibt, der seinen Unterricht hier anhand der einschlägigen Schulbücher vorbereitet. Der Gegenstand ermöglicht es zudem, dafür zu sensibilisieren, daß Lehrer in der ökonomischen Argumentation vielfach Ausdrücke verwenden, die nur mathematisch zu begreifen sind und für die sie manchmal nur über diffuse vor-mathematische Begriffe verfügen.

Das dritte Gebiet, die Preisbildung im vollkommenen Markt, wurde ausgewählt, weil sich daran paradigmatisch zeigen läßt, daß die Mathematik für die Ökonomik dogmengeschichtlich nicht nur die Rolle der Hilfswissenschaft übernommen hat, die das substantiell Vorgedachte in eine spezielle Form bringt, sondern daß die Mathematik auf die ökonomischen Modellierungen nachhaltig eingewirkt hat.

Der tatsächliche Verlauf der Veranstaltung berücksichtigt diese Themenschwerpunkte zwar, deckt sich aber nicht ganz mit ihnen. Teilweise sind Anreicherungen zu verzeichnen, teilweise Auslassungen. Zu den Auslassungen bei den studentischen Beiträgen gehört die Beschäftigung mit den wissenschaftstheoretischen Grundlagen der Ökonomik am Beispiel der Preisbildung; diese Thematik wurde über die Veranstalter ins Seminar eingegeben.

Zu den Anreicherungen gehört erstens eine Beschäftigung mit Schulbuchdarstellungen von ökonomischen Gegenständen, für die jeweils gefragt werden konnte, inwieweit die mathematische Betrachtung zu ihrem Verständnis beitragen könnte. Die Palette dieser Beispiele - in der ersten Sitzung präsentiert und hier nicht dokumentiert - war sehr breit. Da die Exempel, die Klassifikationen, Graphiken, Tabellen, Funktionstabellen u.ä. enthielten, fast immer zumindest Relationen verwendeten, wurden ihre mathematischer Relevanz nicht bestritten. Diese Betrachtung mündete in einen Vorschlag des Kollegen Blum ein, die Mathematik in der Wirtschaftswissenschaft (in Anlehnung an Peschek und Schick) zu klassifizieren. Danach enthält sie:

- Elementares wirtschaftliches Rechnen
- Funktionen in der Wirtschaftstheorie
- Mathematische Verfahren der Optimalplanung
  - Rechnerische Verfahren (u.a. LO)
  - Graphische Verfahren (u.a. NPT)
  - Stochastische Verfahren (u.a. Sim)
  - Heuristische Verfahren
- Relationen in wirtschaftlichen Situationen
- Wirtschaftliche Statistik
- Globale mathematische Modelle der ökonomischen Welt

Eine zweite Anreicherung bestand in einer Behandlung der Tabellenkalkulation, die sich auf die Zinsberechnung anwenden läßt und angewendet wurde (vgl. dazu Teil 1).

Eine dritte Anreicherung behandelte abschließend Probleme des betrieblichen Rechnungswesens. Diese Thematik berührt zweifellos nicht das wissenschaftstheoretische Grundproblem ökonomischer Theoriebildung. Es berührt allerdings in der vorgeschlagenen Perspektive das Problem, Schüler in eine Struktur einzuführen, die einerseits mathematisch geprägt ist, andererseits einer besonderen, außermathematischen 'Formatierung' unterliegt, dem Kontenrahmen, und schließlich einer ökonomischen Perspektive bedarf, um den Kontenrahmen zu erhellen.

Die Einbeziehung dieses letzten Themas ist von den meisten Seminarteilnehmern nicht recht verstanden und akzeptiert worden: Es schien hier zu sehr um Techniken und zu wenig um Konstruktionen zu gehen, weil durch die subjektive Folie des Konstruierens von (wissenschaftsbestimmtem) Weltverständnis durch lernende Schüler die objektivierten Artefakten der Wissenschaften wohl nicht mehr deutlich genug gesehen wurden. Wir kommen damit zum letzten Teil der einleitenden Betrachtung, den Erfahrungen der Teilnehmer. Die Einschätzungen haben teils mit der Durchführung der Veranstaltung, teils mit deren Konzeption zu tun. Hier sei letzteres beachtet. Die vorgetragenen Einschätzungen der Studenten spiegeln ein besonderes Interesse an den unterrichtspraktischen Problemen der Gegenstände, den Methoden, Umsetzungen u.ä., verweisen aber auch auf zu geringe Vorkenntnisse über den Gegenständen.

Durchgängig ließ sich an den Einschätzungen ablesen, daß das Hauptanliegen, Gegenstände als inhaltlich fragwürdig vorzustellen, auf wenig Verständnis gestoßen ist. Überwiegend wurde offenbar an das Seminar die Erwartung herangetragen, Antwort zu geben, wie ein "der Sache nach eindeutiger Sachverhalt" Schülern am besten zu vermitteln sei. - Die folgenden Protokolle werden in der Hoffnung vorgelegt, daß die unzulässige Verengung dieser Fragestellung durchschaut wird.

## Danksagung

Mein Dank gilt nicht nur allen, die die Veranstaltung, über die im folgenden berichtet wird, vorbereitet, strukturiert, belebt und getragen haben. Danken möchte ich auch all denen, die das Erscheinen des Berichts ermöglicht haben - und teils muß man hier sagen 'doch noch ermöglicht haben'. Es sind nämlich inzwischen zwei volle Jahre seit dem Seminarbeginn verstrichen, viele haben mit der Fertigstellung gar nicht mehr gerechnet und manche der damaligen Seminarteilnehmer sind schon nicht mehr an der Hochschule.

Zu nennen sind hier in erster Linie die Studentinnen und Studenten, die die sehr schwierige Aufgabe übernommen hatten, die Protokolle von den Sitzungen anzufertigen. Das war von der Sache her nicht einfach, und der Verlauf der Sitzungen, den sie an einigen Stellen als Disputation zwischen Hochschullehrern brandmarken, vergrößerte die Verständnisprobleme und Schwierigkeiten einer nachvollziehbaren Darstellung. Schließlich mußten sie mit der Zumutung fertig werden, daß die erstellten Fassungen nach der Durchsicht vom Kollegen Blum oder von mir mit immer neuen Änderungsvorschlägen versehen wurden, die dann teilweise eingearbeitet wurden. Ich finde es bemerkenswert, daß trotzdem abschließende Fassungen zustande gekommen sind, und ich denke, daß sich vom Ende her gesehen der Aufwand auch gelohnt hat.

Wesentlichen Anteil an der Erstellung der druckfertigen Vorlage und der fertigen Berichte hat zudem Elke Nörthemann - das ist auch deshalb hervorzuheben, weil ihre Liebe zur Mathematik nicht unbegrenzt ist. Sehr hilfreich waren weiterhin die Bearbeitungen der graphisch anspruchsvolleren Formeln und Abbildungen, die Hannelore Ullrich für uns vorgenommen hat.

Danken möchte ich schließlich der Zentral-Druckerei der GhK, die die Texte mit der bewährten Sorgfalt vervielfältigt hat.

Gerhard Gerdsmeyer



## Veranstaltungsankündigung

Sommer 1990

<i>Titel der Veranstaltung</i>		<i>Name</i>	
Formeln, Graphen, Tabellen und andere mathematische Modelle in wirtschaftsberuflichen Fächern		Gerdsmeier, Blum, Fingerle	
<i>Lehramtsstudiengang/Schwerpunkt</i>	<i>Magisterstudiengang/Kern-, Wahlbereich</i>	<i>Fachrichtung</i>	
Wirtschaftsdidaktik			
<i>Art der Veranstaltung</i>	<i>Zeit</i>	<i>Raum</i>	<i>Beginn</i>
Seminar	Mo 11.15 - 12.45	AVZ, Raum 1252	23. April 1990
<i>Inhalte, Ziele, Literaturhinweise</i>			
<p>Diese Veranstaltungsankündigung richtet sich an alle Wirtschaftspädagogik-Studenten. -  Wirtschaftswissenschaft und die wirtschaftsberuflichen Fächer verwenden in großem Umfang mathematische Inhalte und Methoden. Sind diese Mathematisierungen der Wirtschaft angemessen, oder formen sie womöglich eine ökonomische Scheinwelt? Aus der Sicht der Mathematik und der Mathematikdidaktik sind die mathematikbezogenen Inhalte der Wirtschaftswissenschaft und der wirtschaftsberuflichen Fächer sog. Anwendungen. Welche mathematischen Kenntnisse und Einsichten sind für Schüler bzw. Lehrer erforderlich? Welche Arten der Darstellung mathematischer Gegenstände sind dabei günstig oder sachadäquat? Wie können mathematische Lernprozesse in der wirtschaftsberuflichen Bildung angeregt und gefördert werden?</p>			
<i>Anmerkungen:</i>			

## Literaturliste

Karlheinz Fingerle

# Beherrnde vnd hübsche Rechnüng auff allen Kauffmanschaften



M. D. XXVI.

LITERATUR-LISTE zum Seminar im Sommer '90

Titel der Veranstaltung		Name	
Formeln, Graphen, Tabellen und andere mathematische Modelle in wirtschaftsberuflichen Fächern		Gerdsmeier, Blum, Fingerle	
Lehrstoffsstudiengang/Schwerpunkt	Mag: stersstudiengang/Kern-, Wahlbereich	Fachrichtung	
Wirtschaftsdidaktik			
Art der Veranstaltung	Zeit	Raum	Beginn
Seminar	Mo 11.15 - 12.45	AVZ, Raum 1252	23. April 1990

Titelblatt des Rechenbuchs des JOHANNES WIDMAN von Eger, vierte Auflage 1526. Wid-  
 man war Mathematikprofessor an der Universität Leipzig und hielt dort 1486 die erste  
 bekannte Algebravorlesung im deutschen Sprachraum. Diese verwendete erstmals die  
 Symbole + und -, die wir auch in seinen Rechenbüchern finden.

- (1) Aspekte der Finanzmathematik im allgemeinbildenden Unterricht. Verantwortlich für d. Thementeil in diesem Heft: Peter Bender. - Velber: Friedrich; Stuttgart: Klett, 1989. (Der Mathematikunterricht; Jg. 35, H. 6)
- (2) BARDY, Peter: Einige Gründe, die Prozenttaste des Taschenrechners im Unterricht des kaufmännischen Rechnens nicht zu verwenden. In: Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik. Bd. 80(1984), H. 2, S. 141 - 150.
- (3) BARDY, Peter: Verwendung von Formeln im kaufmännischen Rechnen - pro und kontra. In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 13-20.
- (4) BARDY, Peter; Werner BLUM; Hans-Georg BRAUN (Hrsg.): Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenunterricht. Essen: Girardet, 1985.
- (5) BIEHLER, Rolf: Zur Rolle der Anwendungen der Mathematik in Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in der BRD - Ein Bericht über Literatur, Projekte und Konzeptionen. In: ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Jg. 13(1981), H. 1, S. 22 - 31.
- (6) BLUM, Werner: Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. In: Mathematische Semesterberichte. Jg. 32(1985), H. 2, S. 195-232.
- (7) BRAUN, Hans-Georg: Dokumentation Mathematisches Wissen in der beruflichen Bildung. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1981.(Schriftenreihe des IDM; Bd. 28.)
- (8) BRAUN, Hans-Georg: Mathematischer Unterricht in Berufsschulen - Eine didaktische Darstellung didaktischer Konzepte. In: STRASSER 1982, S. 79 - 101. [Der Beitrag von Braun enthält einen Abschnitt 3.2 Kaufmännisch-verwaltende Berufsausbildung, S. 87 - 90.]
- (9) BRAUN, Hans-Georg: Zur Didaktik kaufmännischen Rechnens. In: STRASSER 1984, S. 52 - 69.
- (10) BRAUN, Hans-Georg; Hartmut SCHOLZ: Dokumentation der Mathematik-Lehrpläne Berufliches Schulwesen (Stand: Juni 1980). Heft 17 zum KID-Projekt. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1981. (Schriftenreihe des IDM; Bd. 29.)
- (11) CLAUS, Heinz Jörg: Einführung in die Didaktik der Mathematik. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1989.
- (12) DENNERLEIN, Jörg; Hasso B. MATHEY; Sönke Harm PÖRKSEN: Überlegungen zu einer Neuorientierung des mathematischen Unterrichts in der Teilzeit-Berufsschule im Berufsfeld Wirtschaft und Verwaltung. In: BARDY/BLUM/BRAUN 1985, S. 72 - 91.
- (13) DÖRFLER, Willibald; Roland FISCHER; Werner PESCHEK (Hrsg.): Wirtschaftsmathematik in Beruf und Ausbildung. Beiträge zum 5. Internationalen Symposium für "Didaktik der Mathematik" in Klagenfurt vom 29.9.-2.10.1986. Wien: Vlg. Hölder-Pichler-Tempsky, 1987; Stuttgart: Vlg. B.G. Teubner, 1987. (Schriftenreihe Didaktik der Mathematik; Bd. 17.)
- (14) KAISER-MESSMER, Gabriele: Literaturbericht zu empirischen Untersuchungen über Anwendungen im Mathematikunterricht. In: ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Jg. 18(1986), H. 6, S. 204 - 214.
- (15) KAISER-MESSMER, Gabriele: Anwendungen im Mathematikunterricht. Band 1: Theoretische Konzeptionen. Band 2: Empirische Untersuchungen. Bad Salzdetfurth: B. Franzbecker, 1986. (Texte zur mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Forschung und Lehre. Band 20 u. Band 21.)
- (16) KAISER-MESSMER, Gabriele: Aktuelle Richtungen innerhalb der Diskussion um Anwendungen im Mathematikunterricht. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 10(1989), H. 4, S. 309 - 347.
- (17) KIRSCH, Arnold: Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung. In: Mathematisch-Physikalische Semesterberichte. Neue Folge Bd. XVI. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1969, S. 41 - 55. Nachgedruckt in: Didaktik der Mathematik. Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft, 1978, S. 391 - 409.

- (18) KUCZYNSKI, Thomas: Einige Überlegungen zur Entwicklung der Beziehungen zwischen Mathematik und Wirtschaft (unter besonderer Berücksichtigung der Entwicklung der Wirtschaftsmathematik). In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 145 - 166.
- (19) Mathematik für Lehrer der Sekundarstufe I/Hauptschule. HE: Sachrechnen in der Wirtschaft, Wachstum und Zerfall. Tübingen: DIFF Deutsches Institut für Fernstudien, 1980.  
[Stichworte: Ratenzahlungen; Indexzahlen, Wirtschaftliche Zusammenhänge; Sachrechnen in Geldverkehr und Wirtschaft; Wachstum und Zerfall.]
- (20) Mathematik in der Teilzeit-Berufsschule. [Themenhefte:] ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. Jg. 12(1980), Hefte 2 und 3, Seiten 75 - 111 und 127 - 157.
- (21) Mathematik. Sachrechnen für Lehrer an Berufsschulen. Tübingen: DIFF Deutsches Institut für Fernstudien.  
BS 1: Rechnen mit Größen, Dreisatzrechnen. 1983.  
BS 2: Prozentrechnen, Näherungsrechnen. 1984.  
BS 3: Zinsrechnen. 1984  
BS 4: Rechnen mit Verhältnissen, Umgehen mit Formeln. 1985.  
BS 5: Aufgaben für das Berufsfeld Wirtschaft und Verwaltung. 1988.  
[BS 5 setzt BS 1 bis BS 4 voraus und enthält Aufgaben zu folgenden Bereichen: I: Proportionale und antiproportionale Zuordnungen, Dreisatzrechnen; II: Prozentrechnen; III: Zinsrechnen.]
- (22) Mathematik und Wirtschaftswissenschaften = Der Mathematikunterricht. Jg. 23, Heft 5, November 1977.  
[In dem einführenden Aufsatz von Karl Schick und Georg Schmitz werden folgende Themenbereiche für die Sekundarstufen I und II benannt: Problemen aus den Bereichen (1) der linearen Optimierung, (2) der Theorie der Marktpreisbildung, (3) der Kosten-, Erlös und Gewinntheorie und (4) der Steuergesetzgebung.]
- (23) PESCHEK, Werner: Wirtschaftsmathematik - Versuch einer didaktischen Differenzierung. In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 183 - 190.
- (24) PÖRKSEN, Sönke Harm; Jörg DENNERLEIN: Fachrecheninhalte im Berufsfeld Wirtschaft und Verwaltung - Eine Bestandsaufnahme für Berlin (West). In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 191 - 198.
- (25) REINISCH, Holger: Mathematische Unterrichtsinhalte an kaufmännischen Berufsschulen - Versuch einer Bestandsaufnahme aus berufs- und wirtschaftspädagogischer Sicht in kritischer Absicht. In: STRÄSSER 1984, S. 22 - 51.
- (26) SCHICK, Karl: Wichtige mathematische Standardmodelle in der Ökonomie. Methoden der Entscheidungsfindung. In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 207 - 247.
- (27) STRÄSSER, Rudolf(Hrsg.): Mathematischer Unterricht in Berufsschulen: Analysen und Daten. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1982. (Materialien und Studien; Band 28.)
- (28) STRÄSSER, Rudolf (Hrsg.): Bausteine zu einer Didaktik des Mathematischen Unterrichts in Berufsschulen. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld; 1984. (Materialien und Studien; Band 34.)
- (29) STRÄSSER, Rudolf: Geometrie und graphische Darstellungen in der Berufsschule. Versuch eines Überblicks und didaktischen Kommentars. Bielefeld: IDM, Dezember 1986.(Institut für die Didaktik der Mathematik. Occasional Paper 84.)  
[Zum kaufmännisch-verwaltenden Bereich interessant nur eine kurze Einschätzung auf Seite 5 dieses Manuskripts.]
- (30) STRÄSSER, Rudolf: Zur Didaktik des kaufmännischen Rechnens. In: DÖRFLER/FISCHER/PESCHEK 1987, S. 257 - 273.
- (31) TIEMANN, Anke; Annegret NIEBISCH; Peter WAGNER; Ulrich WICHMANN: Dokumentation Mathematisches Wissen in der beruflichen Bildung 2. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1985.(Schriftenreihe des IDM; Band 32.)

- (32) THIEDE, Ute: Dokumentation der Mathematik-Lehrpläne in der Bundesrepublik Deutschland (IV): allgemeinbildende und berufsbildende Schulen 1980 - 1985 (Stand: Dezember 1985). Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1986. (Schriftenreihe des IDM; Band 33.)
- (33) WICHMANN, Ulrich; Rudolf STRÄSSER; Anke TIEMANN: Dokumentation Mathematisches Wissen in der beruflichen Bildung 3. Bielefeld: Institut für die Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1980. (Schriftenreihe des IDM; Band 34.)

\*\*\*\*\* Bibliographien \*\*\*\*\*

Die unter den Nummern 7 (BRAUN 1981), 31 (TIEMANN/NIEBISCH/WAGNER/WICHMANN 1985) und 33 (WICHMANN/STRÄSSER/TIEMANN 1980) genannten Literaturdokumentationen erschließen u.a. auch didaktische Publikationen zum kaufmännisch-verwaltenden Bereich. Ferner ist die folgende Dokumentation zu nennen:

- (34) KAISER, Gabriele; Werner BLUM; Michael SCHÖBER u. Mitarb. von Rudolf STEIN: Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht. Arbeit im Rahmen eines Forschungsprojekts an der Gesamthochschule Kassel. Leiter: W(erner) Blum, K(laus) Heipcke. Kassel, September 1982; Karlsruhe: Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik GmbH, November 1982. (Spezialbibliographien Mathematikdidaktik, Nr. 5.)
- [Teil 2 dieser Dokumentation wird noch im Jahre 1990 erscheinen.]

\*\*\*\*\* Literatur zum Thema "Effektiver Zinssatz" \*\*\*\*\*

Vgl. zum Thema "Zinsen" auch die Nummer 19 (Mathematik ... 1980), Nummer 21 (Mathematik ... BS 3: Zinsrechnen, 1984; Mathematik ... BS 5: Aufgaben für das Berufsfeld Wirtschaft und Verwaltung, 1988.)

- (35) BENDER, Peter: Wie wirtschaftlich ist Bausparen? In: mathematik lehren. Heft 22, Juni 1987, [Heftthema:] Mit Geld rechnen, S. 36 - 40.
- (36) BENDER, Peter: Effektiver Zinssatz, Preisabgabenverordnung, Anspardarlehen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1987. Vorträge auf der 21. Bundestagung für Didaktik der Mathematik vom 10.3. bis 13.3.1987 in Wuppertal. Bad Salzdetfurth: B. Franzbecker, 1987, S. 87 - 90.
- (37) BENDER, Peter: Die Begrifflichkeit des Bezugsfachs in der angewandten Mathematik und ihrer Didaktik - diskutiert am Beispiel des internen Zinssatzes von Investitionen. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 9(1988), H. 2/3, S. 205 - 224.
- (38) BENDER, Peter: Zur Einführung. In: Aspekte ... 1989 [Nummer 1 dieser Liste], S. 4 - 27.
- (39) HESTERMEYER, Wilhelm: Der effektive Zinssatz bei Kleinkrediten. In: Praxis der Mathematik. Jg. 27(1985), Teil 1: S. 129 - 145; Teil 2: S. 327 - 249.
- (40) HESTERMEYER, Wilhelm: Wer mit Schulden leben will, muß rechnen können. Beispiele zur Prüfung von Effektivzinsangaben nach Preisangabenverordnung. In: mathematik lehren. Heft 20, Februar 1987, [Heftthema:] Unser Geld, S. 44 - 47.
- (41) HESTERMEYER, Wilhelm: Effektiver Zinssatz und anwendungsorientierter Unterricht. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 9(1988), H. 2/3, S. 225 - 230.
- (42) JAHNKE, Thomas: Überraschungen bei der Berechnung des "Effektiven Zinssatzes". In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 8(1987), H. 3, S. 191 - 204.
- (43) JAHNKE, Thomas: Noch einmal: Der effektive Zinssatz. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 9(1988), H. 2/3, S. 239 - 246.

- (44) KIRSCH, Arnold: Der effektive Zinssatz bei Kleinkrediten. In: Praxis der Mathematik. Teil 1: Jg. 24(1982), S. 65 - 71; Teil 2: Jg. 24(1982), S. 164 - 172; Teil 3: Jg. 25(1983), S. 73 - 77.
- (45) KIRSCH, Arnold: Bemerkungen zur "Berechnung" des Effektiven Zinssatzes. Eine Ergänzung zu der Arbeit von Thomas Jahnke. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 8(1987), H. 4, S. 321 - 330.
- (46) WEIDIG, Ingo: Effektivzins und Wirklichkeit. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 9(1988), H. 2/3, S. 231 - 237.

\*\*\*\*\* Literatur zum Thema "Einkommensteuern" \*\*\*\*\*

- (47) BLUM, Werner: Einkommensteuern als Thema des Analysisunterrichts in der beruflichen Oberstufe. In: Die berufsbildende Schule. Jg. 30(1978), S. 642 - 651.
- (48) CHRISTMANN, Norbert: Mathematische Probleme bei Einkommensteuertarifen. In: mathematik lehren. Heft 22, Juni 1987, [Heftthema:] Mit Geld rechnen, S. 26 - 31.
- (49) HESTERMEYER, Wilhelm: Die Steuerreform 1990 als Gegenstand des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I. In: Aspekte ... 1989 [Nummer 1 dieser Liste], S. 28 - 45.
- (50) RIEDER, Georg: Steuer, Opfer, Familie - und ein bißchen Mathematik. In: mathematik lehren. Heft 20, Februar 1987, [Heftthema:] Unser Geld, S. 48 - 54.

\*\*\*\*\* Literatur zum "Optimieren" \*\*\*\*\*

Lineares Optimieren:

- (51) BLUM, Werner: Lineares Optimieren mit zwei Variablen im Mathematikunterricht. In: Erziehungswissenschaft und Beruf. Jg. 26 (1978), H. 1, S. 48 - 58.
- (52) FLETCHER, T.J. (Hrsg.): Exemplarische Übungen zur modernen Mathematik. Auswahl und Durchblick für die höhere Schule. [Some Lessons in Mathematics - A Handbook on the Teaching of 'Modern' Mathematics. Deutsche Übers.] Freiburg i.Br.; Basel; Wien: Herder, 1967. Hier: Lineares Programmieren: S. 235 - 249.
- (53) OBERSCHELP, Walter: Lineares Programmieren. In: Das Fischer Lexikon. Mathematik. [Band] II. Hrsg.: Heinrich Behnke, Horst Tietz. Frankfurt a.M.: Fischer Bücherei, 1966.(Das Fischer Lexikon; Band 29/2), S. 188 - 210.
- (54) SCHICK, Karl: Lineare Optimierungsaufgaben im Unterricht. In: Extremwertprobleme II = Der Mathematikunterricht. Jg. 18, Heft 5, Dezember 1972, S. 52 - 76.
- (55) SCHICK, Karl: Wirtschaftsmathematik im Grundstudium. Band 1. Paderborn; München; Wien; Zürich: Schöningh, 1982. (UTB Uni-Taschenbücher; Bd. 952). Hier: S. 201 - 220.

Nicht-lineare Optimierung:

- (56) FAY, Franz Josef: Extremwertprobleme im Wirtschaftsbereich und die Interpretation des Prinzips von Fermat als wirtschaftliches Prinzip. In: Extremwertprobleme II = Der Mathematikunterricht. Jg. 18, Heft 5, Dezember 1972, S. 76 - 94.

\*\*\*\*\* Literatur zum Thema "Marktpreisbildung" \*\*\*\*\*

- (57) SCHICK, Karl; Georg SCHMITZ: Mathematik und Wirtschaftswissenschaften.  
In: Mathematik und Wirtschaftswissenschaften 1977 [Nummer 22 dieser Liste],  
S. 4 - 23. Hier besonders: S. 6 - 14.

\*\*\*\*\*

Das Titelblatt des Rechenbuchs des JOHANNES WIDMAN ist entnommen aus:

Maß, Zahl und Gewicht: Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung; Ausstellung im Zeughaus vom 15. Juli bis 24. September 1989 / Konzeption von Ausstellung und Katalog: Menso Folkerts... . - Weinheim: VCH, Acta Humaniora, 1989. (Ausstellungskataloge der Herzog-August-Bibliothek; Nr. 60)  
ISBN 3-527-17821-X

Der Katalog ist im Buchhandel erhältlich zum Preis von DM 58,-- (Preis im September 1989).

Die Abbildung ist im Kapitel "8. Rechenmeister" (Autoren: Menso Folkerts, Karin Reich) im Abschnitt "8.10 Johannes Widmann" enthalten, Seiten 206f. Dort ist auch Literatur über Widmann zu finden. Für Mathematikdidaktiker und Wirtschaftsdidaktiker mit historischem Interesse ist die Einleitung zu dem Kapitel (Seiten 188 - 197) zur Lektüre zu empfehlen.

\*\*\*\*\*

Nachbemerkung: Die vorstehende Liste wurde von mir für das Seminar zusammengestellt. Für ergänzende Hinweise danke ich dem Kollegen Blum. Für vorbereitende Gespräche und gemeinsame Beratung danke ich den Kollegen Blum und Gerdsmeyer. Für frühere Hinweise und Materialien danke ich Rudolf Sträßer, IDM Bielefeld. - Ich muß heute (am 24. April 1990) feststellen, daß die Liste überwiegend aus mathematikdidaktischen Beiträgen und bibliographischen Daten mathematikdidaktischer Dokumentationen zusammengestellt ist. Allerdings berücksichtigen die Dokumentationen (Nummern 7, 31, 33 und 34) auch berufs- und wirtschaftspädagogische und wirtschaftsdidaktische Veröffentlichungen, so daß eine zu große Einseitigkeit schon durch das disziplinübergreifende Interesse der an der Berufsbildung und an Anwendungen interessierten Mathematik-Didaktiker vermieden wird. Gleichwohl meine ich, daß auf längere Sicht die Liste um weitere wirtschaftspädagogische und wirtschaftsdidaktische Veröffentlichungen zum Thema ergänzt werden müßte. Vielleicht müssen diese Beiträge noch geschrieben werden. Unser Seminar kann dafür Anregungen geben.

## Empfehlung zur Erstellung von Protokollen

Zur Struktur der Formen wissenschaftlichen Arbeitens

75

### 2.2.1.4. Das Diskussions- oder Ergebnisprotokoll

Die im Studium häufigste Form ist das Diskussions- oder Ergebnisprotokoll, das vorzugsweise in Seminarsitzungen angefertigt wird. Auch hier sind zunächst die näheren Umstände zu dokumentieren, also:

Titel des Seminars, Name des Veranstalters, Datum der protokollierten Sitzung, gegebenenfalls Thema der Sitzung, gegebenenfalls Name der Referenten und Thema des Referates, Name des Protokollanten.

**Struktur-  
elemente**

Die wesentliche Struktur des Ergebnisprotokolls wird jedoch bestimmt durch das *Hauptproblem*, die Hauptfrage, Hauptthese, also den wichtigsten Gegenstand der Sitzung bzw. Diskussion. Von ihm muß das Ergebnisprotokoll ausgehen. Demnach ergibt sich etwa folgende Struktur des Ergebnisprotokolls:

- Hauptgegenstand der Sitzung
- dazu in der Diskussion vertretene, unterschiedliche Auffassungen
- unter Umständen gegensätzliche Meinungen
- deren Begründungen
- dazu aufgetretene Fragen bei Kommilitonen
- deren Beantwortung
- die Bilanz der erreichten Übereinstimmung
- die Bilanz der offengebliebenen Fragen oder
- Uneinigkeiten

**Struktur**

So wie das Beschlußprotokoll vollständig darauf verzichtet, den Beratungsverlauf der Beschlüsse wiederzugeben, so muß sich das Ergebnisprotokoll davor hüten, den konkreten Diskussionsverlauf mit allen seinen Wiederholungen, Schlenkern, Nebensächlichkeiten usw. im einzelnen zu verfolgen. Nicht die wörtliche Wiedergabe einzelner Argumente ist wichtig – auch nicht derjenigen des Seminarleiters –, sondern die Fixierung des Beitrags, den einzelne Wortmeldungen zum Hauptgegenstand der Sitzung leisten. Die Abfassung eines Ergebnisprotokolls fällt demgemäß um so leichter, je besser der Protokollant über den Gegenstand der Sitzung bzw. das Problem der Diskussion Bescheid weiß. Insofern ist es durchaus angebracht, daß der Protokollant eine Diskussion unterbricht, um sich über die Fragestellung bzw. die Zwischenergebnisse zu vergewissern, ohne deren Klärung er gar nicht sinnvoll Protokoll führen könnte.

Aus: Georg Rückriem; Joachim Stary; Norbert Frank: Die Technik wissenschaftlichen Arbeitens. Eine praktische Anleitung. - 6. Auflage - Paderborn; München; Zürich: Schöningh, 1990 (UTB. Band 724)



## TEIL 1: ZINS- UND RENDITEBERECHNUNG

Protokollanten: Andreas Brill, Jürgen Kater, Klaus-Uwe Schmidt

### **1. Sitzung (30.04.1990): Renditen bei Finanzierungsschätzen**

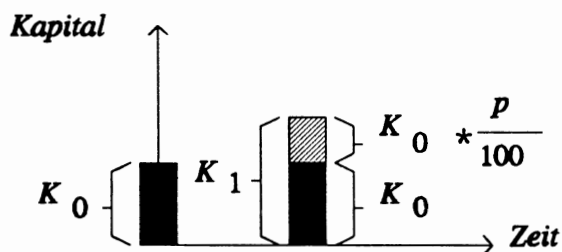
#### Erklärung einiger Grundbegriffe der Zins- und Zinseszinsrechnung.

Kapital nach 1 Jahr bei  $p\%$  Zins:

$$K_1 = K_0 + K_0 \cdot \frac{p}{100} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

" $p\%$  hinzu" bedeutet " $\underbrace{\left(1 + \frac{p}{100}\right)}_{\text{Zinsfaktor}}$ "  
 Zinssatz

#### Graphische Darstellung der Berechnung von $K_1$



#### Tabellarische Darstellung zur Berechnung von $K_1$

Zeit	Kapital
0	$K_0$
+1	$K_1$

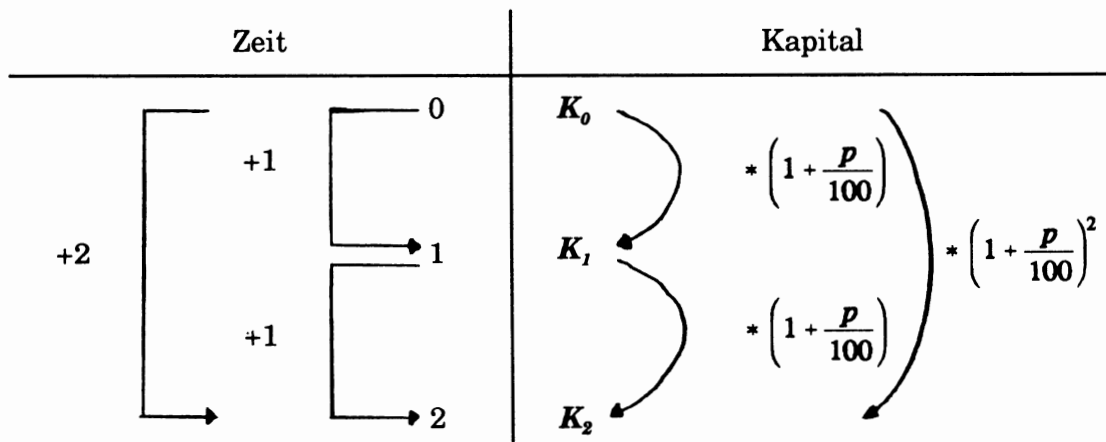
$\left(1 + \frac{p}{100}\right)$

### Berechnung des Endkapitals bei zweijähriger Verzinsung mit Zinseszins

$$K_2 = K_1 * \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 * \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

zweimal " $p\%$  hinzu" bedeutet " $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$ "

### Tabellarische Darstellung bei zweijähriger Verzinsung mit Zinseszins



Als Grundlage der ersten Sitzungen diene uns die Anlage 1<sup>1</sup> (Bundesfinanzierungsschätze und Bundesschatzbriefe), anhand der wir Berechnungen durchführten.

Die Aufgabenstellung für die erste Sitzung lautete: Wie erhält man mathematisch die Rendite von 8,25% (wie im Prospekt der Anlage 1 angegeben) bei Finanzierungsschätzen mit einer Laufzeit von 2 Jahren, einem Zinsertrag von 146,60 DM und einem eingesetzten Kapital von 853,40 DM?

Jeder sollte dabei individuell ohne ein festes Lösungsschema die Aufgabe bearbeiten.

<sup>1</sup> Die Anlage 1 findet sich hier im Text nach dem Abschnitt "Rendite bei Bundesschatzbriefen".

Lösungsvorschlag 1.1

Nennwert: **1000 DM**

Verkaufspreis: **1000 DM - 146,60 DM = 853,40 DM**

Durchschnittliche Zinsen:

$$146,60 \text{ DM} : 2 = 73,30 \text{ DM}$$

Zinssätze (Berechnung mittels Dreisatz):

1. Jahr **853,40 DM --- 100%**  
**73,30 DM --- x%**

$$x \% = \frac{100 \% * 73,30 \text{ DM}}{853,40 \text{ DM}} \approx 8,5892 \%$$

2. Jahr **926,70 DM --- 100%**  
**73,30 DM --- x%**

$$x \% = \frac{100 \% * 73,30 \text{ DM}}{926,70 \text{ DM}} \approx 7,9098 \%$$

Durchschnittlicher Zinssatz:

$$\frac{1}{2} * (8,5892 \% + 7,9098 \%) = 8,2495 \% \approx 8,25 \%$$

Dieser Lösungsvorschlag verlangt die Annahme, daß die Zinsen über die Laufzeit "gleichmäßig" verteilt sind, was natürlich nur näherungsweise gilt. Die angenommene Gleichverteilung der Zinsen hat zur Folge, daß bei theoretisch denkbar längeren Laufzeiten (Finanzierungsschätze laufen jedoch nur 1-2 Jahre) die Ergebnisse immer ungenauer werden.

Vorgetragen wurde diese Lösung von einem Bankkaufmann, der in Anlehnung an die Dreisatzrechnung und die Berechnung aus dem Prospekt "Finanzierungs-Schätze" (Anlage 2)<sup>2</sup> diesen Rechenweg bevorzugte.

---

<sup>2</sup> Die Anlage enthält zwei Blätter und befindet sich hinter dem Abschnitt "Rendite bei Bundesschatzbriefen" nach der Anlage 1.

Lösungsvorschlag 1.2

Gesuchte Rendite:  $x \% = \frac{x}{100}$

Kapital nach 1 Jahr:

$$K_1 = 853,40 \text{ DM} + \left( 853,40 \text{ DM} * \frac{x}{100} \right) = 853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right)$$

Kapital nach 2 Jahren:

$$K_2 = 853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right) + 853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right) * \frac{x}{100} =$$

$$853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right) * \left( 1 + \frac{x}{100} \right) = 853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right)^2$$

Bedingung also:

$$1000 \text{ DM} = 853,40 \text{ DM} * \left( 1 + \frac{x}{100} \right)^2 \quad | : 853,40 \text{ DM}$$

$$\frac{1000 \text{ DM}}{853,40 \text{ DM}} = \left( 1 + \frac{x}{100} \right)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\frac{1000 \text{ DM}}{853,40 \text{ DM}}} = 1 + \frac{x}{100} \quad | - 1 \quad * 100$$

$$x \approx 8,2489 \approx 8,25$$

Dieser Lösungsvorschlag basiert auf der Zinseszinsrechnung und stammt von einer Studentin mit Wahlfach Mathematik.

Diskussion:

Bei der Frage, welcher Lösungsweg der "richtige" sei, entschied sich die große Mehrheit für den Lösungsvorschlag 1.2., da so auch die Rendite mathematisch definiert ist.

Als pragmatische Konvention in Schulen wurde von der Seminargruppe der Lösungsvorschlag 1.1. als rechnerisch einfacher angesehen, wobei Schüler auf die Vereinfachung ausdrücklich hingewiesen werden sollten. Bei der Wahl des Lösungsweges spielt auch die Attraktivität des Angebotes aus den beiden Blickwinkeln der Bank bzw. des Kunden eine Rolle. So wird die Bank sicherlich den Lösungsweg bevorzugen, der ihr den größten Nutzen einbringt.

Die Überlegungen zur Zinseszinsrechnung wurden von Herrn Blum zur Verdeutlichung nochmals schrittweise dargelegt.

Es gilt  $K_1 = K_0 + K_0 * \frac{P}{100} = K_0 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)$ . Also:

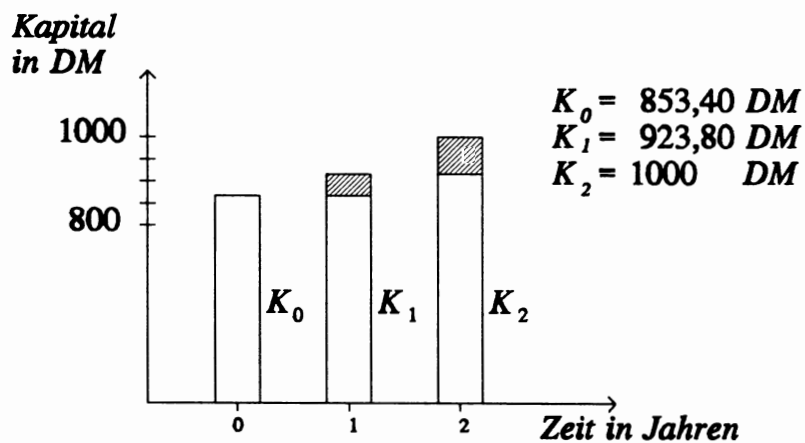
$$p \% = \frac{P}{100} \text{ "Zinssatz"}$$

$$1 + \frac{P}{100} \text{ "Zinsfaktor"}$$

" $p$  % hinzu" bedeutet: " $\left(1 + \frac{P}{100}\right)$ "

$$K_0 \xrightarrow{\left(1 + \frac{P}{100}\right)} K_1$$

### Graphische Darstellung



Allgemein: " $n$  mal  $p$  % hinzu" bedeutet " $\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$ ".

$$\text{Formel: } K_n = K_0 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

Umkehraufgabe:

Wie berechnet man den Ausgabekurs  $K_0$  bei einer festgelegten Rendite von 8,25% ?

Lösungsvorschlag 2.1.

$$K_0 \xrightarrow{* 1,0825} K_1 \xrightarrow{* 1,0825} K_2 = 1000 \text{ DM}$$

$$K_0 * (1,0825)^2 = 1000 \text{ DM} \quad | : (1,0825)^2$$

$$K_0 = \frac{1000 \text{ DM}}{(1,0825)^2} \approx 853,383398 \text{ DM} \approx 853,38 \text{ DM}$$

Diese Lösung ergab sich wieder aus der Zinseszinsrechnung. Man hätte hier auch direkt

die Formel  $K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$  für  $n=2$  benutzen können.

Anhand dieses Lösungsweges ist zu erkennen, daß man sich eine Struktur aufbaut, um - abgelöst von wechselnden Daten - "gleichbleibende" Operationen zu erkennen, die daraufhin in einer Formel zusammengefaßt werden können. Ziel dieser Form der Bündelung ist es auch, Situationen rechnerisch übersichtlich in den Griff zu bekommen, die beliebig viele Jahre umfassen (z.B. Laufzeiten von 10 Jahren).

Aus der Überlegung des ehemaligen Bankangestellten, daß die Bank zuerst die Rendite festlegt und dann erst die Bundesbank die Beträge errechnet, entstand der folgende Lösungsvorschlag. Dieser Ansatz ist nicht die Rekonstruktion des Lösungsversuchs 1.1. zur Renditeberechnung.

Lösungsvorschlag 2.2.

Berechnung mit Hilfe des Dreisatzes.

Vorgegeben wird eine Rendite von 8,25%.

Wie hoch ist der Zinsabschlag?

2. Jahr:                    100% --- 1000 DM -  $x$   
                                   8,25% ---  $x$                 wobei  $x$  = Zinsen im 2. Jahr

$$x = \frac{8,25\% * (1000 \text{ DM} - x)}{100\%} = \frac{8250 \text{ DM} - 8,25 x}{100}$$

Also:  $108,25 x = 8250 \text{ DM}$  somit  $x \approx 76,212471 \text{ DM}$

Also:  $1000 \text{ DM} - 76,212471 \text{ DM} = 923,787529 \text{ DM} = K_1$

1. Jahr:                    100% --- 923,787529 DM -  $x$   
                                   8,25% ---  $x$                 wobei  $x$  = Zinsen im 1. Jahr

$$x = \frac{8,25\% * (923,787529 \text{ DM} - x)}{100\%}$$

Also:  $108,25 x = 7621,247114 \text{ DM}$  somit  $x \approx 70,40413 \text{ DM}$

Also:  $923,787529 \text{ DM} - 70,40413 \text{ DM} = 853,383399 \text{ DM} = K_0$

Der gesuchte Ausgabekurs beträgt also  $K_0 \approx 853,38 \text{ DM}$

### Diskussion:

Es stellte sich heraus, daß viele Personen bezüglich der Herangehensweise an Aufgaben und deren Lösungsverfahren in erlernten Strukturen verhaftet bleiben. Aus diesem Grund läßt sich "die Angst des Bankkaufmanns vor der Wurzel" (Kirsch) erklären. Ein weiterer wichtiger Grund ist, daß die von außen auferlegte Beschränkung der Rechenmittel, (früher ohne Taschenrechner) die Wurzelrechnung erschwerte und daß Vorgehensweisen tradiert werden.

Personen, die zuvor keinen Ansatz zur Lösung dieses Problems hatten, tendierten zum Lösungsvorschlag 2.2, wohl wegen der Vorprägung durch "schlichte" Strategien.

Herr Blum sah grundsätzlich die mathematische Gleichwertigkeit der Rechenwege 2.1. und 2.2., führte jedoch aus, daß der Weg über den Dreisatz offenbar viel aufwendiger und undurchsichtiger sei: Beispielsweise sei hier eine lineare Gleichung zu lösen, bei der auf beiden Seiten  $x$  auftauche. Insbesondere verschleierte das Schema aber den multiplikativen Charakter des Modells. Der Dreisatz mache als rein lokales Rechenschema unempfindlich gegen das im Modell angelegte "Explodieren" der Werte. Dies wird auch am Beispiel des Bevölkerungswachstums deutlich: 'Jährlich 1,8% hinzu' bedeutet exponentielles Wachstum! (Formel:  $B_n = B_0 * 1,018^n$ ).

Anmerkung der Protokollanten zur Frage der "Verschleierung" durch den Dreisatz:

Wir überlegten uns, daß durch die schrittweise Ermittlung der Zinsen für jedes Jahr die rechnende Person - wenn sie schon nicht den multiplikativen Charakter des Wachstumsfaktors erkennt - zumindest eine Progression der Zinsen erkennen kann.

## 2. Sitzung (07.05.1990): Renditen bei Bundesschatzbriefen

Bundesschatzbriefe haben einerseits jährlich abweichende, im voraus festgelegte Zinssätze, andererseits wird ihnen insgesamt eine Rendite zugeschrieben.

Ausgehend von der Fragestellung dieser Sitzung - "wie ist die Rendite von Bundesschatzbrief Typ A bzw. Typ B (vgl. Anlage 1, rechte Seite)<sup>1</sup> zu berechnen?" - wurden für das vorliegende Beispiel folgende Lösungen von den Studenten angeboten:

### Lösung zu Typ B:

Tabelle zur Verdeutlichung des "Gesamtzinsfaktors"

Zeit (in Jahren)	Kapital (in DM)
Anfangskapital	1000,-
nach 1 Jahr	1000,- * 1,065 = K <sub>1</sub>
nach 2 Jahren	K <sub>1</sub> * 1,0725 = K <sub>2</sub>
nach 3 Jahren	K <sub>2</sub> * 1,075 = K <sub>3</sub>
nach 4 Jahren	K <sub>3</sub> * 1,075 = K <sub>4</sub>
nach 5 Jahren	K <sub>4</sub> * 1,0775 = K <sub>5</sub>
nach 6 Jahren	K <sub>5</sub> * 1,08 = K <sub>6</sub>
nach 7 Jahren	K <sub>6</sub> * 1,08 = K <sub>7</sub>

Gesamtzinsfaktor :  $1,065 * 1,0725 * 1,075 * 1,075 * 1,0775 * 1,08 * 1,08 \approx \underline{\underline{1,65893}}$

Rendite p% bedeutet: über 7 Jahre den gleichen konstanten Zinssatz p% (mit Zinseszinsseffekt) ergibt dasselbe Kapital K<sub>7</sub> wie oben beim Zugrundelegen variabler Zinssätze!

Die Rendite p% berechnet sich also aus:

$$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^7 \approx 1,65893;$$

also ("geometrisches Mittel"):

$$\frac{p}{100} \approx \sqrt[7]{1,65893} - 1 \approx 7,499 \%$$

<sup>1</sup> Die Anlage befindet sich hinter dem Abschnitt "Renditen bei Bundesschatzbriefen".



Lösungen zu Typ A:Lösungsvorschlag 1

Dazu stellt sich uns die Frage:  
"Was passiert aus Sicht des Anlegers?"

- Antwort: - Er bekommt während der Laufzeit von 6 Jahren jedes Jahr die entsprechenden Zinsen und mit der letzten Zinszahlung das eingesetzte Kapital von 1000,- DM ausbezahlt.
- Es interessieren nur die heutigen "Barwerte" der künftigen Zahlungen.

Formel:  $K_n = a * q^n$ , wobei  $q = 1 + \frac{p}{100}$

$a$  = Barwert (Ausgangskapital)

$K_n$  = Kapital nach  $n$  Jahren

Berechnung des Barwertes für Zinszahlungen Ende des 1. Jahres:

$$65 \text{ DM} = a_1 * q^1 \quad \text{d.h.} \quad a_1 = \frac{65 \text{ DM}}{q}$$

Ebenso berechnet man

$$a_2 = \frac{72,5 \text{ DM}}{q^2}$$

$$a_3 = \frac{75 \text{ DM}}{q^3}$$

$$a_4 = \frac{75 \text{ DM}}{q^4}$$

$$a_5 = \frac{77,5 \text{ DM}}{q^5}$$

$$a_6 = \frac{1080 \text{ DM}}{q^6}$$

Die Grundannahme lautet nun:

Die Summe der effektiven Barwerte muß gleich dem eingesetzten Kapital von 1000,- DM sein!

Hieraus resultiert die Gleichung:

$$1000 = \frac{65}{q} + \frac{72,5}{q^2} + \frac{75}{q^3} + \frac{75}{q^4} + \frac{77,5}{q^5} + \frac{1080}{q^6}$$

Diese Gleichung ist jedoch algebraisch nicht geschlossen lösbar. Durch systematisches Probieren erhält man die Rendite:

$$p\% \approx 7,3628\%$$

Systematisches Probieren bedeutet dabei:

- man setzt für p einen Hilfwert ein und rechnet die rechte Seite der Gleichung aus; ist dabei  $1000 < \text{Wert der rechten Seite}$ , muß ein größeres p probiert werden u.U.<sup>2</sup>, da

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

- p muß solange verändert werden, bis die rechte Seite der Gleichung 1000 ergibt.

### Lösungsvorschlag 2

Grundannahme:

Alle Zinsauszahlungen werden zu einem gewissen fiktiven Zinssatz p% (Rendite) für die jeweilige Restlaufzeit angelegt ("Wiederanlageprämisse").

Insgesamt soll sich dasselbe ergeben, als wenn das eingesetzte Kapital von 1000,- DM für die ganzen 6 Jahre zum selben Zinssatz p% verzinst worden wäre.

Hieraus resultiert die Gleichung:

---

<sup>2</sup> Gemeint ist damit folgendes: Man geht beispielsweise von einer Rendite  $p = 8\%$  ( $q = 1,08$ ) aus; den 1000 DM auf der linken Seite der Gleichung stehen dann nach der Durchrechnung 970,37 DM gegenüber. Also ist p zu hoch angesetzt, weil sich diese Rendite nur ergeben würde, wenn lediglich 970 DM angelegt würden. Nun wird man die Rechnung mit einem geringeren p (z.B. 7,5 % oder 7 %) wiederholen. Auf diesem Wege versucht man die Differenz immer kleiner zu machen, bis man schließlich ein p findet, das die beiden Seiten der Gleichung 'hinlänglich gleichwertig' macht. Dieses p liegt hier bei etwa 7,3628 %.

$$\begin{aligned}
 1000 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^6 &= 65 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^5 + 72,50 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^4 + \\
 &75 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^3 + 75 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^2 + \\
 &77,5 * \left(1 + \frac{P}{100}\right) + 1080
 \end{aligned}$$

Mathematisch handelt es sich also offenbar um dieselbe Gleichung wie beim Lösungsvorschlag 1!

Es bestehen mehrere Probleme bei dieser Rendite-Berechnung, u.a.:

- Die Rendite ist offenbar ein ganz fiktiver Wert.
- Bei Lösung 2 wird die Annahme vorausgesetzt, daß die Zinsen jeweils zu einem bestimmten Zinssatz wieder angelegt werden - nämlich genau zu dem, der sich am Ende als Rendite ergibt.
- Würden die Zinsen immer wieder in Bundesschatzbriefe Typ A angelegt, so würde sich eine "Rendite" von nur 7,32% (statt 7,36%) ergeben.
- Würden die Zinsen zum jeweils üblichen Marktzins angelegt, so würde sich eine "Rendite" im voraus gar nicht errechnen lassen.

An die Analyse der mathematischen Probleme der Renditeberechnung schloß sich eine Diskussion der ökonomischen Bedeutung der analysierten Berechnungen an.

In einem kritischen Statement zu den ökonomischen Implikationen des mathematischen Modells wurde dreierlei hervorgehoben:

Erstens habe die Berechnung aufgrund der einfließenden "heroischen Voraussetzungen" etwas Illusionäres und für den potentiellen Anleger Irreführendes: Für den Anleger werde der Eindruck erweckt, als sei die "faktische Rendite" einer Anlage unabhängig von seinem eigenen Verhalten (z.B. der Art und dem Umfang der Wiederanlage rückfließender Mittel). Tatsächlich aber erziele jeder Anleger seine "persönliche Rendite", die sich zudem meistens nur ex post feststellen lasse.

Zweitens leiste die vorfindbare Modellierung dem "üblichen" ökonomischen Vorurteil Vorschub, alle (ökonomisch) relevanten Informationen seien im Preis (hier: der Rendite) enthalten, und diese Informationen würden durch den Preis zwischen Wirtschaftssubjekten ausgetauscht. Tatsächlich unterscheiden sich Anlagen aus Sicht der Anleger potentiell selbst bei gleicher rechnerischer Rendite in nicht-preislicher Hinsicht: bezüglich der Sicherheit der Anlage (die selber wieder von den gestellten Sicherheiten, den rechtlichen Durchgriffsmöglichkeiten, der Kündbarkeit u.ä. abhängt), der Sicherheit der Erträge (wiederum abhängig von benennbaren Chancen und Risiken, vertraglichen Ausgestaltungen u.ä.), hinsichtlich der Abgaben bei der Anlage und/oder den Erträgen, hinsichtlich der Liquidität (und zum Teil der Kündbarkeit, Pfändbarkeit usw.) der Anlage, hinsichtlich des Wertwachstums der Anlage, hinsichtlich des Einflusses von Inflationen auf den Wert der Anlagen und Erträge usw. Alle diese Gesichtspunkte würden unterdrückt, wenn Anlagealternativen unter dem Gesichtspunkt der Rendite betrachtet würden. Die Ökonomen neigten dazu, dieses Problem über das Konstrukt des "homo oeconomicus" zu lösen, der annahmegemäß in der Lage sei, Verhaltensalternativen auch bei komplizierten Bewertungs- und Auswahlkriterien, bei Unsicherheit über das Eintreten von Ereignissen usw. in einer Präferenzordnung unterzubringen. Die Ergebnisse

dieser idealen ökonomischen Modellierung seien möglicherweise logisch und ästhetisch befriedigend, zur Beschreibung oder auch nur Betrachtung empirischen Verhaltens aber ungeeignet.

Damit sei zugleich die dritte Einschränkung der vorfindbaren Renditeberechnung angesprochen. Die Renditeberechnungen mit mehreren Stellen hinter dem Komma und ihre Anpreisungen unterstellten ein Wahlverhalten der Anleger, das sich in der Praxis ganz überwiegend nicht antreffen lasse. Der hohe Stellenwert, den Verbraucher den Gewohnheiten, der Verhaltenssicherheit, dem Verhindern komplexer Entscheidungslagen usw. aus vielen guten Gründen einräumten, verhindere, daß im Alltag auch nur in der Tendenz "mit dem spitzen Bleistift" gerechnet werde. Und so sei es eben nicht erstaunlich, daß z.B. die Bundespost eine (strukturell gleichartige) Anlage mit einer Rendite von 7,25% p.a. (Stand 02.04.90) anböte (und absetze), obwohl zur gleichen Zeit für Bundesschatzbriefe 7,36% p.a. zu erzielen seien. (vgl. Anlage 3)<sup>3</sup>

Dieser Argumentation wurde zum Teil heftig widersprochen: Die Rendite-Berechnung werde durch die komplizierte Ausgangslage nicht überflüssig. Sie bleibe trotz allem ein "mathematisches Vergleichsinstrument". Teils wurde darauf hingewiesen, daß die unterschiedliche Höhe von Renditen die qualitative Ungleichheit von Anlagen (z.B. Sicherheit) bereits widerspiegele. Teils wurde betont, daß es ja jedermann überlassen bleibe, bei der persönlichen Anlageentscheidung weitere Kriterien einzubeziehen.

Zu diesem Thema konnte keine Klärung herbeigeführt werden; Konsens bestand lediglich sehr schnell darüber, daß es eine falsche Alternative wäre, entweder nur Renditen zu berechnen oder grundsätzlich auf eine Berechnung zu verzichten. Der pragmatische Stellenwert dieser Berechnung wurde aber nicht weiter diskutiert, weil das Problem "schulisch gewendet" wurde. Es wurde die These eingeführt, bei der schulischen Behandlung von Renditeberechnungen stehe die mathematische Perspektive im Vordergrund und diese würde durch die angesprochenen qualitativen Aspekte einer ökonomischen Modellierung unangemessen überlagert. Zudem habe sich gezeigt, daß auch die mathematische Behandlung geeignet sei, das - über unvermeidbare Annahmen hinaus - Fiktive in der Renditeberechnung herauszuarbeiten. Es schlossen sich einige vermittelnde Argumente an (z.B. Auflösung des "reduzierten" Modells im Rahmen der weiteren Bearbeitung und "Bewußtmachen" entscheidender ökonomischer Einflußgrößen), die aus Zeitmangel nicht mehr vertieft wurden.

---

<sup>3</sup> Die Anlage befindet sich hinter dem Abschnitt "Renditen bei Bundesschatzbriefen" auf S. 30.

Anlage 1

**Finanzierungs-  
Schätze  
des Bundes:**  
kurze Laufzeit - gute Zinsen



Sie suchen eine gewinnbringende Geldanlage. Aber Sie möchten Ihr Geld nicht lange festlegen. Sie können beides haben: kurze Laufzeit von 1 oder 2 Jahren und sicheren, festen Zinsgewinn mit Finanzierungs-Schätzen des Bundes.

Sie zahlen z. B. nur 853,40 DM ein und erhalten nach zwei Jahren 1000,- DM zurück. Ihr Zinsbetrag: 146,60 DM. Das sind 8,25% Rendite pro Jahr. Bei einjähriger Laufzeit beträgt die Rendite 8,00% (Zinsverhältnisse 6. April 1990).

Finanzierungs-Schätze gibt es gebührentfrei ab 1000,- DM bei allen Landeszentralbanken, bei Banken und Sparkassen. Dort erhalten Sie auch ausführlichere Informationen. Oder, senden Sie den Coupon ein.

Die aktuellen Konditionen aller Bundeswertpapiere werden „rund um die Uhr“ unter Telefon (069) 63 80 91 angesagt.

**Die „kurz & gut“ Anlage**

Vom Informationsdienst für Bundeswertpapiere - Postfach 700592 - 6000 Frankfurt 70 - Telefon (069) 63 20 10 02 erhalten Sie ausführliche Informationen über alle Bundeswertpapiere.

Name: \_\_\_\_\_  
Adresse: \_\_\_\_\_

DES BUNDES 15/1980 281

Anlage 1

**BEIM SPAREN WOLLEN SIE HOHE ZINSEN. WARUM WOLLEN SIE DANN NICHT BUNDESSCHATZBRIEFE?**

**SICHERHEIT OHNE KURS- RISIKO**

**JÄHRLICH STEIGENDE ZINSEN**

1. Jahr 8,50%  
2. Jahr 7,75%  
3. Jahr 7,50%  
4. Jahr 7,50%  
5. Jahr 7,75%  
6. Jahr 8,00%  
7. Jahr 8,00%

Informationsdienst für Bundeswertpapiere, Postfach 7005 62, 6000 Frankfurt 70

Name: \_\_\_\_\_  
Vorname: \_\_\_\_\_  
Straße: \_\_\_\_\_  
PLZ, Ort: \_\_\_\_\_

**BUNDES  
SCHATZ  
BRIEFE**

**WASSERSCHNITZMESSER** - es gibt sie als Typ A oder B - bringen Ihnen Jahr für Jahr mehr Zinsen für Ihr Geld. Bei Typ A werden die Zinsen jährlich ausgezahlt. Bei Typ B werden Zins und Zinseszins am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Bei Typ A werden Zins und Zinseszins am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Bei Typ B werden Zins und Zinseszins am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Bei Typ A werden Zins und Zinseszins am Ende der Laufzeit ausbezahlt. Bei Typ B werden Zins und Zinseszins am Ende der Laufzeit ausbezahlt.

## Anlage 2a

# Finanzierungs- Schätze: kurze Laufzeit gute Zinsen

Anlage 2

# Die "kurz & gut"- Anlage

## Emissionsbedingungen für Finanzierungs-Schätze des Bundes

Die Bundesrepublik Deutschland begibt zur Finanzierung ihrer Ausgaben Finanzierungs-Schätze des Bundes als Daueremission

### Käuferkreis:

Finanzierungs-Schätze können von jedem Mann erworben werden, ausgenommen von Kreditinstituten. Der Erwerb von Finanzierungs-Schätzen durch Gebietsfremde ist vertraglich ausgeschlossen. Ausgenommen sind gebietsfremde deutsche Staatsangehörige und die mit diesen in Hausgemeinschaft lebenden Angehörigen. Das gleiche gilt für die Übertragung von Finanzierungs-Schätzen.

### Übertragbarkeit:

Der Gläubiger kann seine Finanzierungs-Schätze jederzeit durch die depolthaltende Stelle auf Dritte, die zum Erwerb zugelassen sind, übertragen lassen, die beim Weiterverkauf berechneten Zinssätze unterliegen der freien individuellen Vereinbarung. Kreditinstitute können Finanzierungs-Schätze nur in besonderen Fällen erwerben.

### Erwerb:

Finanzierungs-Schätze können bei Banken, Sparkassen und allen Landeszentralbanken (Haupt- und Zweigstellen der Deutschen Bundesbank) gebühren- und spesenfrei erworben werden. Die Finanzierungs-Schätze unterliegen nicht der Börsenumsatzsteuer.

### Nennbeträge:

1 000,- DM oder ein höherer auf volle 1 000,- DM lautender Betrag, jedoch pro Person und Geschäftstag nur bis zum Betrag von 500 000,- DM (beide Laufzeittypen zusammen gerechnet).

### Verzinsung:

Finanzierungs-Schätze werden in der Weise verzinst, daß der Erwerber beim Kauf einen geringeren Betrag anzahlt als später bei der Einlösung ein festgelegter Fälligkeitstag zurückerhält. Die Zinsen für die Zeit vom Tag des Erwerbs bis zum Fälligkeitstag werden im Voraus in Höhe der abgezogenen Disagio prozentanteile pro Jahr dem Zeitverhältnissatze bezuschlagt, sie werden von Zeit zu Zeit nach der Marktlage festgelegt.

### Laufzeit, Rückzahlung:

Finanzierungs-Schätze werden in alimonallich neu aufgelegten Ausgaben mit einer Laufzeit von etwa einem Jahr und etwa zwei Jahren verkauft. Die Laufzeit beginnt mit dem Tag des Erwerbs. Die Laufzeit endet am 20. des Fälligkeitmonats, falls der 20. kein Geschäftstag ist, am nachfolgenden Geschäftstag. Bei Fälligkeit wird der Einlösungsbetrag auf das vom Gläubiger angegebene Konto überwiesen. Der Emittent und die Deutsche Bundesbank nehmen Finanzierungs-Schätze vor Fälligkeit nicht zurück.

### Verschaffung der Rechte:

Die Ausgabe von Wertpapierurkunden ist für die gesamte Laufzeit ausgeschrieben. Die Finanzierungs-Schätze werden je Ausgabe als Sammelurkunde bei den Erwerbenden, bei den Käufern der Frankfurter Aktienbörse (§§ 9 und 24 des Depotgesetzes) mit am Markt gehaltenen oder so gehaltenen Sammelbeständen durch die Depotgläubiger ihres Kreditinstituts bzw. der Landeszentralbanken (Mittler) für Finanzierungs-Schätze bei den gebührenfreien gelohnten Erwerbenden, durch die Schuldübernahme ist ausgeschrieben (§ 21 Reichsschuldordnung).

### Mündelsicherheit:

### Deckungsstockfähigkeit:

Finanzierungs-Schätze sind nach § 1807 Abs. 1 Nr. 2 BGB mündelsicher und nach § 54 a Abs. 2 Nr. 3 VAG für die Anlage dris gebundenen Vermögens geeignet.

### Kosten:

Für die Depotverwaltung sowie bei Übertragung auf Dritte berechnen die emittierenden depolthaltenden Stellen Gebühren oder Kosten. Die Einlösung der Fälligkeit ist gebührenfrei.

### Bekanntgabe der Ausstattungsmerkmale:

Die Ausstattungsmerkmale neuer Finanzierungs-Schätze werden im Bundesanzeiger bekanntgemacht. Sie werden den Kreditinstituten und der Presse unverzüglich mitgeteilt.

Anlage 2b

# Finanzierungs-Schätze des Bundes - die "kurz & gut"-Anlage

Für Sparer, die keine Zinsen verschütten und die Chancen kurzfristiger, günstiger Geldanlage nutzen wollen.



Für den Anleger, der sein Geld gewinnbringend, aber nicht für längere Zeit, anlegen will, gibt es die Finanzierungs-Schätze der Bundesrepublik Deutschland. Die besonderen Kennzeichen dieser problemlosen Geldanlageform:

- Kurze Laufzeit von wahlweise 1 oder 2 Jahren
  - Gute, feste Zinsen und damit eine interessante Rendite
  - Keine Gebühren bei Erwerb und Einlösung, kostenfreie Verwaltung bei den Landeszentralbanken
  - Kauf ab 1000 DM Nennwert in auf volle 1000 DM lautenden Beträgen bei allen Landeszentralbanken (Haupt- und Zweigstellen der Deutschen Bundesbank) sowie bei Banken und Sparkassen
  - Keine vorzeitige Rückgabe an den Emittenten möglich, kein Börsenhandel
- Nutzen auch Sie bei kurzfristiger Geldanlage die Vorteile, die Ihnen Finanzierungs-Schätze bieten.

### Verzinsung

Der Sparer zahlt einen um die Zinsen verminderten Betrag ein und erhält am Ende der Laufzeit den vollen Nennwert zurück.

Beispiele (Gebiet nach den Zinsverhältnissen Ende April 1987, aktuelle Sätze s. letzte Seite)	
Anlagezeitraum	2 Jahre
Sie zahlen ein	970,90 DM
Sie erhalten am Ende der Laufzeit	1000,- DM
Ihr Zinsvertrag	29,10 DM
Rendite pro Jahr (Zinsvertrag bezogen auf den Kaufpreis)	3,00%
	75,40 DM
	4,00%

Anmerkung: Bei den vorgenannten Beispielen beträgt der Verkaufszinssatz für 1 Jahr 2,91%, für 2 Jahre 3,77%. Der Zinsvertrag in DM ergibt sich in beiden Beispielen durch Abzug von 2,91% bzw. 3,77% vom Nennwert für jedes Laufzeitjahr (im ersten Fall 1 x 2,91% von 1000,- DM = 29,10 DM, im zweiten Fall 2 x 3,77% von 1000,- DM = 75,40 DM). Die Abschlagprozentsätze pro Jahr werden als Verkaufszinssätze bezeichnet.

Der Unterschiedsbetrag zwischen Erwerbs- und Einlösungspreis zählt zu den Einkünften aus Kapitalvermögen im Sinne von § 20 EStG. Der Unterschiedsbetrag fließt mit der Einlösung zu.

# Finanzierungs-Schätze: kurze Laufzeit - gute Zinsen



**Hier können Sie sich informieren**  
Die aktuellen Verkaufszinssätze und Renditen erfahren Sie aus der Presse, bei allen Landeszentralbanken, bei Banken und Sparkassen. Oder auch „rund um die Uhr“ durch den automatisierten Ansgagedienst. Telefon (069) 77 05 71.

Weitere Informationen, auch über die anderen Bundeswertpapiere (Bundesobligationen, Bundesschatzbriefe, Anleihen), gibt Ihnen der

**Informationsdienst für Bundeswertpapiere,**  
Postfach 90 04 09, 6000 Frankfurt 90,  
Telefon: (069) 77 70 13.

Verkaufszinssätze und Renditen von Finanzierungs-Schätzen am:		Ret. Jhr.
Verkaufszinssatz	%	%
Laufzeit ca. 1 Jahr	..... %	..... %
Laufzeit ca. 2 Jahre	..... %	..... %

\* Kaufpreis: Laufzeit vom 01.01.1987 bis 31.12.1987

Im Geschäftsbüro:  
Name / Firma: \_\_\_\_\_  
Bezeichnung: \_\_\_\_\_

\*Erschlossen vom Informationsdienst für Bundeswertpapiere, Frankfurt im April 1987

## Anlage 3

Sparen mit festem Zins.  
Bei der Postbank.

Wenn Sie 5.000 DM oder mehr für ein Jahr gewinnbringend anlegen wollen, hat die Postbank für Sie ein sehr attraktives Angebot. Denn der ersichtliche Ertrag beim Sparen mit festem Zins ist Ihnen unabhängig von Zinsschwankungen sicher.

Sie können aber auch eine Laufzeit von zwei oder vier Jahren wählen: zu den gleichen Konditionen. Damit sichern Sie sich auch für eine längere Zeit diesen günstigen Zinssatz.

Wollen Sie mehr über diese lukrative Sparangebot wissen, dann fragen Sie einfach Ihre Post.

Deutsche Bundespost POSTBANK

\*Stand: 2.4.1990

**Postbank**

**Jetzt erstklassige Erträge festmachen.**

**7,25%**

**Die clevere Alternative.**

**Postbank**



### 3. Sitzung (14.05.1990): Problematik der Behandlung der Rendite in der Schule

Anknüpfend an die letzte Sitzung stellte sich für die Seminargruppe die Frage, ob bei der Behandlung der Effektivverzinsung der ökonomische oder der mathematische Aspekt im Mittelpunkt der Diskussion stehen sollte. Wie Herr Gerdsmeier feststellt, bedient sich sowohl die Mathematik als auch die Ökonomik Modellierungen des jeweils anderen Bereichs, um Sachverhalte plastischer darstellen zu können. Das bedeutet für den Berufsschulbereich, daß die fachliche Kompetenz in beiden Bereichen vorhanden sein muß, da beide Bereiche auch in einer wechselseitigen Abhängigkeit stehen. Für die Berechnung der Effektivverzinsung (Bundesschatzbrief, Typ A) genügt nicht allein die eigene Sicherheit im mathematischen Fachgebiet. Es müssen ökonomische Kenntnisse vorhanden sein, um die bereits darin enthaltenen Prämissen nachvollziehen zu können<sup>1</sup>. Die Seminargruppe war sich darin einig, daß ohne ökonomische Kenntnisse die Schüler bestimmte mathematische Aufgaben zwar schematisch ausführen können, jedoch die praktische Bedeutung des Ergebnisses nicht erkennen. Die sich abzeichnende Quintessenz: Die mathematische Wissensvermittlung im Unterricht muß deshalb immer im Zusammenhang zur ökonomischen Bedeutung gesehen werden und in beruflich relevante Strukturen eingebettet sein.

Neben der stoffspezifischen Aufgabenstellung sollte immer die praktische Anwendbarkeit für berufsbezogene Zwecke beachtet werden. Das Verständnis von Aufgaben beinhaltet auch immer ein umfassenderes Verständnis von wirtschaftlichen Abläufen. Wirtschaftliche Abläufe sind jedoch oft so komplex, daß bei ihrer Beschreibung und Analyse zwangsläufig auch hier ganz einschneidende Prämissen gemacht werden müssen, auf die dann die mathematischen Berechnungen und Annahmen bereits aufsetzen. Das sollte auch beim Einsatz von Schulbüchern genau beachtet werden, da sie häufig eine starke Reduktion von ökonomischen Aspekten enthalten, ohne daß diese Reduktion deutlich gemacht oder erklärt würde. Die Folge davon ist die fehlerhafte und wenig verständliche Bearbeitung von Sachverhalten - besonders dann, wenn die praktische Eingebundenheit in den Berufsalltag nicht gegeben ist. Desweiteren findet man in den Schulbüchern mathematische Fehler, die jedoch in der unterrichtlichen Praxis oft überlesen werden. Zur Verdeutlichung hatte Herr Blum die Berechnung der Rendite von Finanzierungsschätzen aus dem Buch "Bankmathematik" von Compter/Meyer, Winklers: Darmstadt 1984, S. 141 vorgestellt und auf die mathematischen Fehler hingewiesen. Buchtext (Arbeitsblatt) und Korrekturvorschläge sind auf den beiden folgenden Seiten (s. 32 und 33) mit teilweiser Kommentierung wiedergegeben.

---

<sup>1</sup> Vgl. hier das Protokoll der Sitzung vom 7.5.1990

## An die Seminarteilnehmer ausgegebenes Arbeitspapier:

### 9.4.2.3 Rendite von Finanzierungsschätzen

Neben den Schuldtiteln mit Effektencharakter, wie Anleihen und Bundesobligationen, gibt der Bund **Finanzierungsschätze** mit ein- oder zweijähriger Laufzeit aus. Es handelt sich um Wertrechte, die **abgezinst** verkauft und zum Nennwert zurückgezahlt werden.

Die Rendite errechnet man

- a) bei einjährigen Finanzierungsschätzen, indem man den Diskontabzug („Verkaufszins“) auf den Kaufpreis bezieht.

Beispiel: Verkaufszinssatz 6 %, Kaufpreis also 94 %

$$\begin{array}{l} 94 = 100 \% \\ 6 = x \% \end{array} \quad R = \frac{100 \cdot 6}{94} = \underline{\underline{6,38 \%}}$$

- b) bei zweijährigen Finanzierungsschätzen nach der Formel

$$R = \left( \sqrt{\frac{\text{Nominalwert}}{\text{Kaufpreis}}} - 1 \right) \cdot 100$$

Beispiel: Verkaufszinssatz 6,5 % p.a., Kaufpreis also  $100 - 2 \cdot 6,5 = 87$  %

$$R = \left( \sqrt{\frac{87}{100}} - 1 \right) \cdot 100 = \underline{\underline{7,21 \%}}$$

Zum gleichen Ergebnis kommt man auch durch folgende einfachere Rechnung:

$$\text{Rendite 1. Jahr} = \frac{\text{Zinsertrag} \cdot 100}{\text{Kaufpreis}} = \frac{650 \cdot 100}{8700} = 7,47 \%$$

$$\text{Rendite 2. Jahr} = \frac{\text{Zinsertrag} \cdot 100}{\text{Kaufpreis} + \text{Zinsertrag des 1. Jahres}} = \frac{650 \cdot 100}{8700 + 650} = 6,95 \%$$

$$\text{Durchschnittliche Rendite für 2 Jahre} = \frac{7,47 + 6,95}{2} = 7,21 \%$$

#### Exkurs

#### Wirkung der Zinstermine auf die Effektivverzinsung

Die Zinsen aus festverzinslichen Wertpapieren werden überwiegend nur einmal jährlich ausgeschüttet. Sind jedoch **zwei** Zinstermine vorgesehen (z. B. „A/O“ = April und Oktober), so kann der ausgeschüttete Halbjahreszins während der zweiten Jahreshälfte ebenfalls zinsbringend angelegt werden. Setzt man dabei den gleichen Zinsfuß an, so erhöht sich  $p$  um  $\frac{p}{2} \cdot \frac{p}{100 \cdot 2}$  oder  $\frac{p^2}{400}$

141

Aufgaben:

- 1) Begründen Sie sämtliche angegebenen Rechenregeln. Korrigieren Sie dabei auch die obenstehenden Fehler.
- 2) Wie würden Sie dieses Thema im kaufmännischen Rechenunterricht behandeln?

Korrekturvorschläge zum vorstehend wiedergegebenen Text:

Korrektur zu obenstehenden mathematischen Fehlern!

Die Rendite errechnet man

a) bei einjährigen Finanzierungsschätzen, indem man den Diskontabzug („Verkaufszins“) auf den Kaufpreis bezieht.

Beispiel: Verkaufspreis 6%, Kaufpreis also 94% <sup>1</sup>

$$\begin{array}{l}
 94 \hat{=} 100\% \\
 6 \hat{=} x\% \\
 (x\% = R)
 \end{array}
 \quad
 R = \frac{100\% - 6}{94} \approx \underline{\underline{6,38\%}} \quad 2$$

b) bei zweijährigen Finanzierungsschätzen nach der Formel

$$R = \left( \sqrt{\frac{\text{Nominalwert}}{\text{Kaufpreis}}} - 1 \right) \cdot 100\%$$

Beispiel: Verkaufszinssatz 6,5 % p.a., Kaufpreis also 100 % - 2 · 6,5 % = 87%

$$R = \left( \sqrt{\frac{87\%}{100\%}} - 1 \right) \cdot 100\% \approx \underline{\underline{7,21\%}}$$

Zum gleichen Ergebnis kommt man auch durch folgende einfachere Rechnung: <sup>3</sup>

$$\text{Rendite 1. Jahr} = \frac{\text{Zinsertrag} \cdot 100\%}{\text{Kaufpreis}} = \frac{650 \cdot 100\%}{8700} \approx 7,47\%$$

$$\text{Rendite 2. Jahr} = \frac{\text{Zinsertrag} \cdot 100\%}{\text{Kaufpreis} + \text{Zinsertrag des 1. Jahres}} = \frac{650 \cdot 100\%}{8700 + 650} \approx 6,95\%$$

$$\text{Durchschnittliche Rendite für 2 Jahre} = \frac{7,47\% + 6,95\%}{2} \approx 7,21\%$$

1 Eine stoffbezogene Lösungsidee wäre hier die Frage: Wieviel Prozent ist 6 von 94 ? Das führt zu  $6 : 94 = x\%$  .

2 Im Ausgangstext ist nicht zu erkennen, wie aus dem Bruch die Angabe 6,38% resultieren kann. Günstiger wäre es hier vielleicht gewesen, auf den fehlerhaft verwendeten Wert 100% zu verzichten und für 6,38% einfach 0,0638 zu schreiben, denn p% bedeutet p/100, also 1% = 0,01. Aber auch diese Schreibweise wird im Ausgangstext nicht durchgehalten.

3 Die Rechnung ist allenfalls arithmetisch einfacher.

#### 4. Sitzung (21.05.1990): Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen in der Schule

Eingeleitet wurde der Themenbereich "Tabellenkalkulations-programme" mit einem Referat eines Kommilitonen. Als Medium setzte er dabei einen Laptop ein, dessen Bildschirm er mit Hilfe einer Overhead-Projektors an die Wand projizierte. Der Kommilitone erklärte zunächst den Aufbau einer Tabelle (siehe Anlage 4)<sup>1</sup>, um dann anhand eines Beispiels die Anwendung von Tabellenkalkulationsprogrammen zu verdeutlichen (siehe Anlage 5)<sup>2</sup>.

##### Tabellenkalkulationsprogramme:

Tabellen werden überall dort gebraucht, wo Vorgänge gleicher Art mehrfach auftreten und gemeinsam betrachtet oder analysiert werden sollen. Besonders im Geschäftsleben sind Tabellen ein wesentliches Hilfsmittel zum Zusammentragen und Auswerten von Daten aller Art. Durch den Einzug von Computern in Betrieben wurden Programme entwickelt, diese Aufgaben zu lösen. Tabellenkalkulationsprogramme sind elektronische Planungs-Systeme mit vielfältigen Einsatzgebieten. Bei der Arbeit mit diesen Programmen wird am Bildschirm eine Tabelle zur Verfügung gestellt, die aus Zeilen (horizontal) und Spalten (vertikal) besteht. Jeweils ein Schnittpunkt einer Zeile und einer Spalte wird Zelle genannt. Jede dieser Zellen kann Informationen aufnehmen. Diese Informationen können Texte (z.B. Überschriften), Zahlen oder Formeln (zur Berechnung von Werten) sein.

Das Erstellen einer Tabelle mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes erfolgt im wesentlichen in drei Schritten:

1. Erstellung eines Grundschemas mit den Bezeichnungen (Maske)
2. Eintragen der Ausgangswerte
3. Für jedes "Auswertungs-Feld": Erstellung einer Rechenformel

Die Berechnung der Ergebniswerte übernimmt das Programm dann automatisch.

Gegenüber der Verwendung eines Bogens Papier und eines Taschenrechners ist bis dahin noch kein nennenswerter Vorteil entstanden. Die Überlegenheit dieser Programme zeigt sich aber in folgenden Situationen:

- a) Eine der Stärken von Tabellenkalkulationsprogrammen sind Berechnungen nach der Frage "Was passiert, wenn...? Das bedeutet, daß am Bildschirm sofort die neuen Ergebnisse erscheinen, wenn sich irgendein relevanter Wert ändert.

Beispiele aus der Praxis:

- Wie ändern sich die Herstellungskosten für ein Produkt, wenn die Kosten für ein Bauteil um 10% steigen und die Bezugskosten eines anderen Teils um 4,5% zurückgehen?
  - Wie wirkt es sich auf den Gewinn aus, wenn der Umsatz eines einzelnen Artikels um 50% steigt?
- b) Ein einmal erstelltes Grundschema kann immer wieder neu verwendet werden. Es ist nur noch das Eingeben der aktuellen Ausgangswerte erforderlich.
  - c) Vorhandene Schemata können problemlos in nahezu beliebiger Weise erweitert werden (z.B. beim Einführen eines neuen Produkts).

---

<sup>1</sup> Die Anlage findet sich im Text auf S. 36.

<sup>2</sup> Die Anlage findet sich im Text auf S. 37 .

- d) Mehrere Tabellen können miteinander verknüpft werden. Resultate aus Tabelle A fließen als Ausgangswerte in die Tabelle B ein, wobei Veränderungen in A automatisch auch entsprechende Korrekturen in B nach sich ziehen.

### Tabellenkalkulationsprogramme in der Schule

Tabellenkalkulationsprogramme werden im Unterricht sowohl der allgemeinbildenden als auch der beruflichen Schulen eingesetzt. Der vorwiegende Einsatz findet im Informatikunterricht statt. Die allgemeine Anwendbarkeit des Tabellenkalkulationsschemas läßt eine Übertragung auf andere wirtschafts-mathematische Fächer (z.B. Rechnungswesen) zu.

Damit der Einsatz solcher Programme sinnvoll ist, bedarf es - so der Referent - u.a. folgender Voraussetzungen: Um die Motivation der Schüler zu steigern, ist es sinnvoll, daß jeder Schüler ein Gerät zur Verfügung hat und damit arbeiten kann. Ist dies nicht der Fall, so bleibt als Alternative nur der Frontalunterricht, der den didaktischen Sinn (das eigenständige Durchdenken und Verknüpfen eines Problems) verfehlt. Die Stärke der gewünschten Methode liegt in der aktiven Anwendung von Kalkulationsprogrammen, um den Schüler aus der passiven "Kopierfunktion" herauszulösen. Die Schüler sollten bei der Anwendung des Programms den Aufbau der Maske frei kreieren und somit die einzelnen Zellen durch Verknüpfungen und Formeln selber belegen können. Dies setzt themenspezifische Vorkenntnisse (siehe Beispiel Zinsrechnung) voraus. Die Schüler müssen das Gesamtproblem aufsplitten in kleinere Teilschritte. Sie müssen aber den Weg des Problems vom Datenmaterial bis hin zum Ergebnis verfolgen.

Da die Arbeit mit diesen Programmen sich bei den meisten Problemen gleicht, kann über erworbene "Schlüsselqualifikationen" ein Transfer auf ähnliche Aufgabenstellungen erfolgen. Auch wenn in der Praxis überwiegend mit Anwenderprogrammen gearbeitet wird, ist es trotzdem zweckmäßig, Grundkenntnisse zu besitzen, die bei auftretenden Problemen Fehlererkennen und Lösungsvorschläge ermöglichen.

Fehler bei Tabellenkalkulationsprogrammen basieren oft darauf, daß logische Verknüpfungen nicht zu Ende gedacht wurden. Um diese Fehler zu erkennen, scheinen Überschlagsrechnungen sinnvoll zu sein.

An diese Darstellung schloß sich eine längere, wenig einheitliche Diskussion darüber an, daß die technische Ausstattung der Schule und Klassenräume eine mathematische Behandlung der Zinsrechnung mit Hilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen verhindere und die vorgestellten Überlegungen insoweit nicht einfach übertragbar seien. In der Diskussion wurde insbesondere geprüft, was es heißen würde, Teile des Wirtschaftsrechnens an den Informatikunterricht abzutreten, Klassenräume zu wechseln, andere Ausstattungen der Schule zu fordern, auf computergestütztes Wirtschaftsrechnen grundsätzlich zu verzichten u.ä.

## Anlage 4

### Tabellenkalkulationsprogramme

Funktionen: Aufnahme von Daten (Zahlen, andere Werte) in Tabellenform, Gestaltung der Tabelle, Durchführung von Berechnungen der Daten, Verknüpfung der Tabellendaten, Formelberechnungen, Verbindung zu anderen Programmbereichen wie Grafik, Textverarbeitung, Datenbanken, Datenfernübertragung

Gängige Programme: Multiplan, Framework, Lotus 1-2-3, Open Access, Enable, Star Planer, MS-Works (und etwa 500 weitere Programmen)

Anwendungsgebiete: Reine Datenspeicherung in übersichtlicher Tabellenform, Berechnungs- und Verknüpfungstabellen für Preislisten, Umsatzzahlen, Verkaufszahlen, Fakturierung, Datenvergleiche, Bilanzen, Bilanzvergleiche, Statistische Berechnungen

### Aufbau einer Tabelle

Eine Tabelle ist definiert durch Zeilen (hier 1,2,3...) und Spalten (hier a,b,c...). Der Schnittpunkt einer Zeile und einer Spalte ist ein Feld oder einer Zeile.

	A	B	C	D
1				
2		Spalte		
3	Zeile	Zeile		
4				
5				
6				

Eine Feld nimmt Daten auf, hier können unterschieden werden:

Text                      Berechnungen                      Verknüpfungen                      Formeln

### Beispieltabelle:

Problemstellung: Ein Depot soll verwaltet werden. Bestand: 200 Aktien der BASF AG, 125 Aktien der Thyssen AG, 25000 Australische \$, 12000 Kanadische \$. Ergebnis soll der aktuelle Depotwert sein (ohne Zinsen)  
Aktuelle Kurse: BASF 304 DM, Thyssen 314 DM, A\$ 1.26 DM, C\$ 1.45 DM

Tabelle:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

## Anlage 5

Beispiel für den Aufbau einer Tabelle, nachdem die Daten eingegeben wurden (Beispiel Bundesschatzbriefe Typ B, Anlage 1)

	A	B	C	D	
1		Zinssatz	Zinsen	Kapital	
2		in %	in DM	in DM	
3	Jahr 0			1000,00	→ Eingabebereich
4	Jahr 1	6,50	65,00	1065,00	
5	Jahr 2	7,25	77,21	1142,21	
6	Jahr 3	7,50	85,67	1227,88	
7	Jahr 4	7,50	92,09	1319,97	→ Ausgabe- bzw. Rechenbereich
8	Jahr 5	7,75	102,30	1422,27	
9	Jahr 6	8,00	113,78	1536,05	
10	Jahr 7	8,00	122,88	1658,93	

↓  
Eingabebereich

 → Die schraffierten Felder bilden die Maske

Der Ausgabe- und Rechenbereich mit seinen Formeln und Verknüpfungen, die auf dem Bildschirm nicht zu sehen sind:

	C	D
4	$D3 \times B4 / 100$	$D3 + C4$
5	$D4 \times B5 / 100$	$D4 + C5$
6	$D5 \times B6 / 100$	$D5 + C6$
7	$D6 \times B7 / 100$	$D6 + C7$
8	$D7 \times B8 / 100$	$D7 + C8$
9	$D8 \times B9 / 100$	$D8 + C9$
10	$D9 \times B10 / 100$	$D9 + C10$

## **TEIL 2: EINKOMMENSTEUER**

Protokollanten: Angela Ickler, Ruth Eckhardt, Heike Brich

### **V o r b e m e r k u n g :**

Das Thema "Einkommensteuer" wurde im Rahmen des Seminars in drei Veranstaltungen behandelt. Die Resonanz der Studenten war hierbei sehr gering, die Kommunikation vollzog sich hauptsächlich zwischen den Referenten und den Professoren. Der Leitgedanke dieser Sitzungen war, die Besonderheiten in der ökonomischen Modellierung der Einkommensteuer und die Schwierigkeiten bei der mathematischen Behandlung der ökonomischen Modellierung deutlich zu machen.

Ökonomische Modellierung meint dabei, den Gegenstandsbereich (bzw. Teile davon) über speziell definierte Variablen (Annahmen) und über "in sich stimmige" Gefüge dieser Variablen zu beschreiben; die Künstlichkeit und Perspektivität bei der Konstruktion und Verknüpfung läßt die Aussagen, die aus den so gebildeten Systemen abgeleitet werden können, einerseits häufig von den Anschauungen abweichen, die im 'Alltagsdenken' angesiedelt sind, andererseits schließen sie notwendig Aspekte des Gegenstandes aus - nicht selten auch solche, die manche für ökonomisch besonders gehaltvoll halten. Besonderheiten in der ökonomischen Modellierung meint: Aus der Fülle der Möglichkeiten, Variablen auszuwählen, festzulegen, zu verknüpfen usw. wird jeweils eine Form mit ganz speziellen Implikationen ausgewählt; diese Wahl ist i.d.R. von methodischen und methodologischen Vorentscheidungen in der Disziplin sowie von den vorgängigen Modellierungen zu anderen Teilen des Gegenstandsbereichs beeinflußt.

### **4. Sitzung (21.05.1990): Ökonomische Modellierung der Einkommensteuer**

#### Geschichte der Steuer

Herr Gerdsmeier gibt einleitend einige Hinweise zur Geschichte der Einkommensteuer: Dabei setzt er im Mittelalter an, obwohl die Geschichte der Steuer insgesamt sehr viel "weiter" zurückreicht.<sup>1</sup>

Im Mittelalter wurden verschiedene Steuern erhoben, z.B die Torsteuer, die Salzsteuer etc., die beim Eintritt leicht kontrollierbarer Vorgänge unmittelbar eingetrieben, in diesem Sinne "direkt abgeführt", wurden. (Diese waren gleichwohl Beispiele für indirekte Steuern, weil Schuldner und Träger aufgrund der Überwälzung nicht identisch waren.) Als personenbezogene (und direkte) Steuer trifft man z. B. die "Kopfsteuer" an. Alle diese Zugriffe erscheinen uns heute relativ roh, erklären sich aber aus den pragmatischen Gegebenheiten der damaligen Zeit.

Die Einkommensteuer wurde zum ersten Mai 1799 in England während der Napoleonischen Kriege eingeführt, dann schnell aber wieder abgeschafft, da sie schwer zu erheben war und einflußreiche Interessen dagegenstanden; schon 1805 wurde sie in anderer

---

<sup>1</sup> Vgl. beispielhaft: SCHULZ, Uwe (Hrsg.): Mit dem Zehnten fing es an. Eine Kulturgeschichte der Steuer. München: C.H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, 1986



Form wieder erhoben und hat allmählich das Steuersystem z. B. der Vereinigten Staaten, Sachsens (1874) und Preußens (1891) beeinflußt.

Sieht man in der "Torsteuer" bereits einen Vorläufer der erst im 20. Jahrhundert eingeführten Umsatzsteuer, so ist die Einkommensteuer die jüngste (und wegen des Gesichtspunktes der individuellen Leistungsfähigkeit die modernste) Art von Steuer.

Das späte Auftreten der Einkommensteuer wird verständlich, wenn man bedenkt, daß sie mindestens an drei Voraussetzungen gebunden ist:

1. die weitgehende Durchsetzung der Geldwirtschaft und
2. der Buchführung sowie
3. den Einblick des Staates in die Einkommenssituation der Haushalte.

Dies setzt u.a. voraus, daß es in der Bevölkerung gegen die Offenlegung des Einkommens keinen Widerstand gibt, denn diese Steuer setzt anders als die Ertragssteuer nicht an der Produktionssphäre sondern an der Sphäre des Haushaltes und den dort zusammenfließenden Einkommen an.

So hat die Einkommensteuer beispielsweise in Frankreich wegen des Widerstandes in der Bevölkerung gegen einen "schnüffelnden Staat" nicht die Bedeutung erlangt wie in Deutschland. In Portugal andererseits war für viele Bereiche bis vor wenigen Jahrzehnten eine Tauschwirtschaft vorherrschend, und zudem fehlte auch sehr lange ein geeigneter Verwaltungsapparat, so daß hier die Einkommensteuer erst Mitte der sechziger Jahre eingeführt werden konnte.

Hier wird deshalb ein großer Teil des Steueraufkommens über die Verbrauchsteuern bzw. Umsatzsteuer gedeckt.

Herr Gerdsmeier weist darauf hin, daß bestimmte Fragen hinsichtlich der Ausgestaltung eines Einkommensteuersystems in der Finanzwissenschaft ein Dauerthema sind:

1. Würde ein Typ von Steuern zur Finanzierung der Staatsausgaben ausreichen und dabei den Ansprüchen an ein modernes Steuersystem genügen?
2. Auf welche Weise soll(en) die Steuer(n) ausgestaltet werden?
3. Wie sollen diese Einnahmen des Staates verwendet werden?

Darüber hinaus wird einleitend betont, daß bei diesem Gegenstand durchgängig zahlreiche fiktionale Komponenten eine Rolle spielen, die die "Realität" dann durchaus beeinflussen können, weil Politiker, Verwaltungen und Bürger auf der Grundlage der jeweiligen "Konstruktionen über Wirklichkeit" handeln.; bei der Verwendung anderer Annahmen, bei einer anderen ökonomischen Modellierung also, hätten wir demnach auch andere "Realitäten". - Ein Beispiel für willkürliche Festlegungen ist hier die Abgrenzung der Begriffe Gebühren und Steuern. Es ist eine bloße Annahme, Gebühren könnten direkt der Sache zugeordnet werden, für die sie erhoben werden, während bei Steuern durchgängig ein loser Zusammenhang zwischen Einnahmen und Ausgaben bestehe. Es gibt viele Fälle, die man redlich weder der einen noch der anderen Kategorie zuordnen kann, und in vielen Fällen sieht man, daß vorgeblich unabweisliche Staatsaufgaben und -ausgaben ( wie etwa der Bau weiterer Autobahnen) einzelnen Nutzern prinzipiell zurechenbar sind, gleichwohl aber nicht - um im Beispiel zu bleiben - über Autobahngebühren finanziert werden, sondern daß die (motivational zweckmäßigere) Anhebung von Mineralölsteuern vorgeschlagen wird. Es ist ganz offensichtlich, daß derartige Zuordnungen darauf Einfluß nehmen, wer am Ende zur Kasse gebeten wird.

Weiterhin weist Herr Gerdsmeier darauf hin, daß insbesondere Entscheidungen darüber, welche Steuergrundsätze herrschen sollen, auf die Ausgestaltung von Steuern Einfluß nehmen.

Auch diese Grundsätze, ihre Operationalisierungen und Rechtfertigungen sind Teil einer ökonomischen Modellierung. Beispielhaft wurde auf die Grundsätze von Adam Smith, den großen schottischen Ökonomen, verwiesen, der sich schon früh Gedanken zum Thema Steuergerechtigkeit gemacht hat.

Sinngemäß wurde über die Grundsätze folgendes gesagt, hier zitiert nach dem Stichwort "Steuergrundsätze" in: Erwin Dichtl, Otmar Issing (Hrsg.): Vahlens großes Wirtschaftslexikon, Band 4, Beck dtv, 1987, S. 1761:

*"Schon Adam Smith (1776) hat gefordert, daß dabei die vier Grundsätze*

- *Bestimmtheit (jeder soll wissen, was er zu zahlen hat),*
- *Bequemlichkeit (für den Steuerzahler sollen keine unnötigen Erschwernisse auftreten),*
- *Billigkeit (die Erhebungskosten des Staates sollen minimiert werden) und*
- *Gleichmäßigkeit (jeder soll entsprechend seinem Vermögen und Einkommen besteuert werden)*

*beachtet werden müssen.*

*...Unter der fiskalischen Zielsetzung geht es bei der Besteuerung nicht nur um die Beschaffung eines bestimmten Einnahmebetrages (Grundsatz der Ausreichendheit), sondern auch darum, in welchem Umfang der einzelne Bürger zum gesamten Steueraufkommen beitragen soll. Hierfür gilt der Grundsatz der steuerlichen Gerechtigkeit, der allerdings verschieden interpretiert werden kann..."*

Um dem Stellenwert nachzugehen, der mit "verschiedenen Interpretationen" verbunden ist, wurde etwas genauer über die Steuergerechtigkeit und die Rechtfertigung der Steuer diskutiert.

Heute wird die Einkommensteuer zum einen durch die "Äquivalenztheorie" gerechtfertigt. Sie besagt zunächst einmal, daß sich (staatliche) Leistungen und Gegenleistungen (Steuern) entsprechen sollen. Dabei dient das Äquivalenzprinzip weiterhin als eine Variante des Grundsatzes der gerechten Besteuerung: Jeder Bürger soll in dem Umfang Steuern zahlen, der dem auf ihn entfallenden Anteil an den Staatsleistungen entspricht. Da für die meisten Staatsleistungen kein Marktpreis existiert, haben zwei Ersatzkriterien als Maß für die Äquivalenz an Bedeutung gewonnen: der Nutzen, den der Steuerpflichtige aus den Staatsleistungen gezogen hat, oder die Kosten, die durch die Inanspruchnahme der Staatsleistungen zurechenbar sind. Würde man diese Kriterien anwenden, ergäben sich für den Einzelnen sicherlich ganz andere Steuerabzüge als die gegenwärtig vorfindbaren. Faktisch sind weder Kosten noch Nutzen direkt zurechenbar. (Auch sind beide Kriterien mit dem Prinzip der individuellen Leistungsfähigkeit unverträglich.) Hilfsweise kann man einen Zusammenhang zwischen dem individuellen Nutzen und dem individuellen Einkommen herstellen: Wer mehr verdient, nimmt dann annahmegemäß auch "entsprechend" mehr staatliche Leistungen in Anspruch. (Zum "entsprechend" vergleiche unten den Exkurs zur Grenznutzentheorie; sie würde eher einen progressiven Steuertarif (siehe unten) nahelegen. Geht man bei einer üblichen gesamtwirtschaftlichen Konsumfunktion davon aus, daß sich in einer wachsenden Wirtschaft der Anteil des öffentlichen Konsums auf Kosten des privaten ausdehnt, ergeben sich zudem längerfristig für alle steigende Belastungen). - Man sieht also: erst im dritten Anlauf mündet diese Modellierung in eine Rechtfertigung der Einkommensteuer ein. Sie bleibt dabei im Kern unversöhnt mit dem Gesichtspunkt der Leistungsfähigkeit, nur die Unschärfen bei der Operationalisierung der Prinzipien ebnen diesen Widerspruch bis zur Unkenntlichkeit ein.

Zum anderen wird die "Assekuranztheorie" zur Rechtfertigung herangezogen. Sie sieht im Staat eine Art Versicherung gegen Risiken, die aus Störungen der inneren und äußeren Sicherheit resultieren. Bei der Umsetzung dieser Vorstellung ergeben sich Zurech-

nungsprobleme. Einige Staatsleistungen - wie der Schutz des Lebens - werden eher als unabhängig von äußeren Umständen angenommen, was eine Kopfsteuer implizieren würde, andere werden zum Vermögen und Einkommen in Beziehung gesetzt: Wer mehr verdient und besitzt, benötigt zum Beispiel für sein Eigentum mehr Polizeischutz. Daraus ergäbe sich eher ein proportionaler Steuertarif bzw. bei Berücksichtigung der Kopfsteuer-Komponente ein Tarif mit Steuerregression (vgl. auch dazu unten den mathematischen Teil). - Auch diese Modellierung ist im Kern mit dem Prinzip der Leistungsfähigkeit nicht zu vereinbaren.

Schließlich ist hier an das Prinzip der Leistungsfähigkeit zu denken, das den zur Zeit akzeptierten Steuergrundsatz liefert. Danach soll der einzelne entsprechend seiner Leistungsfähigkeit besteuert werden. Auch diese ist nicht unmittelbar zu erfassen. Als Indikatoren werden vor allem das Einkommen, das Einkommen und Vermögen oder die privaten Ausgaben vorgeschlagen. Selbst wenn man das Indikatorenproblem gelöst hat - eher zugunsten einer Einkommensteuer - bleibt das Problem, zwischen der Höhe des Einkommens und der Steuer einen Zusammenhang herzustellen. Hier behelfen sich manche mit der Opfertheorie. Sie verlangt für eine "gerechte" Steuerverteilung, daß alle Bürger eine gleiche Einbuße an Wohlfahrt erleiden. Aber welche Einbuße ist gemeint: Das gleich absolute Opfer, das gleich relative Opfer, das gleich marginale Opfer ... ? Im letzten Fall wäre ein extrem progressiver Steuertarif die Folge ... (siehe unten den Exkurs zur Grenznutzentheorie).

Es zeigt sich somit, daß die ökonomischen Modellierungen in sehr unterschiedliche Vorstellungen über "vernünftige" Steuersysteme einmünden. Andererseits sind die pragmatischen Einflüsse auf die Steuersysteme so groß, daß diese Unterschiede nicht überschätzt werden dürfen. In der Diskussion im Seminar wurde vielleicht nicht ganz deutlich, daß am Beispiel der Steuergerechtigkeit der Aspekt herausgearbeitet werden sollte, daß die ökonomischen Modellierungen einerseits wesentlich die Konstruktion von "Wirklichkeit" beeinflussen, andererseits aber häufig auch nur zur Rechtfertigung vorgängiger Entscheidungen und Institutionalisierungen erhalten müssen.

Nach diesen einleitenden Worten wird das Referat mit dem Thema "Einkommensteuer" vorgetragen:

Das Referat ist auf der Grundlage von Schulbüchern aufgebaut, die die Einkommensteuer in nicht nachvollziehbarer Weise als Besitzsteuer definieren. Die schulbuchübliche Einordnung der Steuern besteht lt. Professor Gerdsmeier auf der "Tradition des Abschreibens", d.h. von Schulbuch zu Schulbuch werden die Stoffe und Einteilungen übernommen. Berücksichtigt wird zum Beispiel nicht die sehr viel pragmatischere Einteilung des Bundesministeriums für Finanzen, die sehr viel weniger klassifikatorische Probleme aufwirft. Sie lautet:

1. Vermögen- und Einkommensteuern
2. Kapital- und Verkehrsteuern
3. Verbrauch- und Umsatzsteuern

Einleitend gehen die Referenten auf Steuergerechtigkeit und angemessene Steuerbelastung ein, in beidem sehen sie Regulative für die Steuergestaltung. Damit soll ausgedrückt werden, daß die "Grundsätze der Tarifgestaltung" berücksichtigen sollen, daß einerseits jeder nach dem Gesichtspunkt seiner Leistungsfähigkeit beurteilt und besteuert wird und in diesem Sinne Steuergerechtigkeit; andererseits muß verhindert werden, daß die Steuerbelastung zu hoch wird. Steuerbelastung meint, die Steuern dürfen nicht so hoch sein, daß die Leistungs- und Investitionsbereitschaft gehemmt werden. In der Praxis versucht man dies entlang der folgenden Kriterien umzusetzen:

- |   |  |
|---|--|
| 1. Steuerfreiheit des Existenzminimums  | steuerfreier Grundfreibetrag   |
| 2. Familienstand                        | Freibeträge für Kinder, verschiedene Steuerklassen, Splittingsystem  |
| 3. Progressivität des Tarifs            | bei ansteigendem Einkommen steigt auch der dazugehörige Durchschnittssteuersatz  |
| 4. Festlegung eines Spitzensteuersatzes | der Grenzsteuersatz (siehe unten den mathematischen Teil) soll eine Obergrenze, die deutlich unter 100% liegt, nicht übersteigen, um Leistungsbereitschaft und Investitionsbereitschaft nicht zu brechen |

Zum Ende der Sitzung wurden Arbeitsaufträge erteilt:

1. Was ist eigentlich Einkommen?

Rhetorisch wurde gefragt: Nach welchen Grundsätzen wird Einkommen bestimmt? Welche Geldbeträge werden berücksichtigt, und in welcher Weise werden sie verknüpft? Sind folgende Sachverhalte "Einnahmen i. S. von Einkommen" bzw. für die Berechnung der Steuer relevant: Geldgeschenke, Zinserträge, Inflation? Auch hier sei wichtig zu erkennen, daß erst auf das über derartige Überlegungen (ökonomische Modellierung) festgesetzte Einkommen die Steuerberechnung angewendet wird (mathematische Modellierung).

2. Was ist Leistungsfähigkeit?
3. Wie werden Einkommen und Leistungsfähigkeit im Steuergesetz berücksichtigt?

## 5. Sitzung (11.06.1990): Mathematische Modellierung der Einkommenssteuer

Das Seminar wurde von Herrn Gerdsmeier mit einem Nachtrag zur ökonomischen Modellierung von Einkommen und Einkommensteuer eingeleitet. Er bezog sich auf den Arbeitsauftrag der vorangegangenen Seminarsitzung.

Zunächst ging es um die Klärung, was unter Einkommen verstanden werden soll, wenn man die Perspektive des Haushalts (und nicht des Produktionssektors) annimmt. Es fehlt hier an einem befriedigenden Begriff. Es hat in der Fachliteratur zwei bedeutende Versuche gegeben, dieses Problem zu lösen: die Quellentheorie und die Vermögenszuwachslehre.

### Quellentheorie (Bernhard Fuisting, 1891)

Die Quellentheorie versucht zu erfassen, welche dauerhaften Zuflüsse an ökonomischen Werten es gibt, die auch periodisch fließen. Nur diese periodisch wiederkehrenden Zuflüsse aus dauernden Erwerbsquellen werden als Einkommen aufgefaßt.

### Reinvermögenszugangstheorie (Georg von Schanz, 1896)

Bei der Reinvermögenszugangstheorie handelt es sich um einen fiktiven Vergleich des Vermögens eines Wirtschaftssubjekts am Jahresanfang und am Jahresende. Die Differenz hieraus, vermehrt um den Konsum, wird als Einkommen bezeichnet. Unter Einkommen fällt also alles, was einem Wirtschaftssubjekt an ökonomischen Werten in einem bestimmten Zeitabschnitt zufließt, und zwar unabhängig von der Erwerbsquelle.

Was passiert, wenn folgende Prüfposten auf die Theorien angewandt werden?

- originäres Einkommen (Löhne, Zinsen)
- intrapersonale Zuflüsse (Einzahlung in Rentenkasse, späterer Rückfluß)
- Kapitalgewinne (Wertzuwachs durch Aktienan- und -verkauf)
- interpersonelle Übertragungen (Erbschaft, Schenkung)

Wie würde man zum Beispiel das regelmäßige jährliche Geburtstagsgeschenk der Oma von 50,- DM bewerten? Es ist ein interpersoneller Zufluß. Legt man die Quellentheorie zugrunde, wäre er einerseits Einkommen, da der Wertzuwachs dauerhaft und periodisch zufließt, andererseits könnte man bezweifeln, daß es sich hier um eine "Erwerbsquelle" handelt. Nach der Reinvermögenszugangstheorie handelt es sich unzweideutig um Einkommen. Gerade hier ergeben sich aber bei großen unregelmäßigen Zuflüssen (Lottogewinn, Erbschaft) durch die willkürliche Periodisierung vermutlich ungerechte Besteuerungen, weshalb eigentlich die Ausgrenzung dieser Zuflüsse und ihre Behandlung mit einer Sondersteuer sinnvoll wäre (was faktisch auch gemacht wird).

Wie würde man Kapitalgewinne, also z.B. Kursgewinne von Aktien bewerten? Es handelt sich hier um Einkommen i. S. der Reinvermögenszugangstheorie, da am Ende des Jahres mehr Vermögen da ist als am Anfang des Jahres. Da es aber nicht periodisch zufließt, ist es nach der Quellentheorie kein Einkommen. (Zugespißt: Kann Unternehmensgewinn als schwankende Residualgröße dann überhaupt Einkommen sein?) Man muß hier für die Reinvermögenszugangstheorie aber noch genauer hinsehen. Soll es sich bei den Kapitalgewinnen nur dann um Zuflüsse handeln, wenn sie durch Verkäufe re-

alisiert werden, dann liegt wiederum eine Verzerrung der Steuerbelastung durch willkürliche Periodisierung vor; würde demgegenüber der jährliche (nicht realisierte) Wertzuwachs durch ständige Neubewertung gemessen, entstünden nicht nur unüberwindlich praktische Probleme, es würden auch systemwidrig nicht realisierte Einkommen versteuert. Beide Theorien sind hier demnach nicht befriedigend.

Diese Probleme wiederholen sich bei den intrapersonalen Zuflüssen - etwa beim Versicherungssparen und sonstigem Sparen - wenn das Geld zurückfließt. Die Reinvermögenszugangstheorie würde hier zur Doppelbesteuerung führen, wenn sie praktikabel wäre, weil die Einkommensentstehung und zudem die Einkommensverwendung (Rückflüsse) erfasst werden.

Fazit: Es gibt keine vernünftige, ökonomisch eindeutige Lösung, die praktikabel ist. In der Ökonomik gibt es zwar eine klare Definition für die im Unternehmenssektor entstandenen Einkommen (Faktoreinkommen), nicht aber für das Konglomerat des Haushaltseinkommens. Je nachdem, welche Konstruktionsprinzipien zugrunde gelegt werden, wird man zu anderen Einkommensabgrenzungen kommen. Die Quellentheorie führt offenbar zu einer engeren Definition des Einkommens. Je enger der Begriff bestimmt wird, desto mehr Ergänzungsabgaben müssen eingeführt werden. Je weiter der Begriff ist, desto willkürlicher wird der Zugriff. Weder Vermögenszuwachs- noch Quellentheorie werden heute ausschließlich angewendet. Das Einkommensteuergesetz verwendet Elemente aus beiden Konstruktionsweisen und zählt eine Reihe von Tatbeständen auf, die für die Berechnung der Einkommensteuer zugrundegelegt werden.

Selbst wenn man den Einkommensbegriff festgelegt hat, bleiben bei der Gewichtung und Verknüpfung der einzelnen Bestandteile weitere Abgrenzungs-, Modellierungs- und Zuordnungsprobleme. Es ergeben sich zum Beispiel Probleme bei

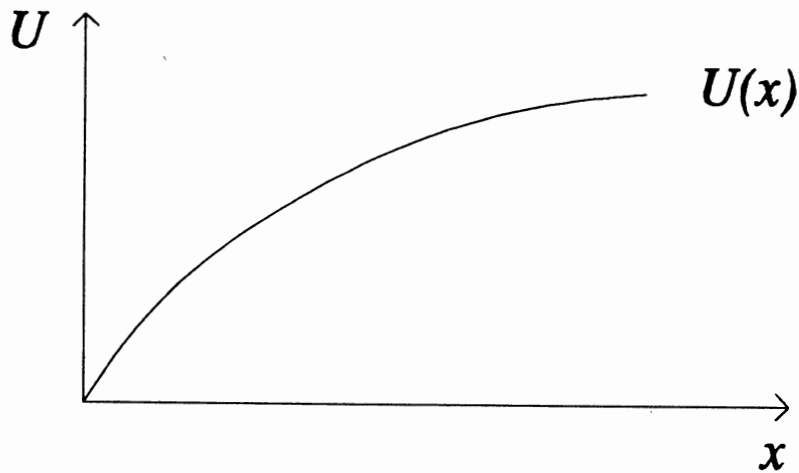
- der Beurteilung von Gleichwertigkeit der Einkommen z.B.: Sind Kapitaleinkommen höher zu bewerten als Löhne? Diese These, daß "fundierte" Einkommen höherrangig als "unfundierte" sind - man denke hier an die Folgen bei Todesfällen des "Ernährers" - gab es zum Beispiel im neunzehnten Jahrhundert,
- der Bestimmung unrealisierter Gewinne aus Spekulation oder aus Wertsteigerungen von Grundstücken,
- der Einschätzung der Leistungsfähigkeit eines Wirtschaftssubjektes in Abhängigkeit von verschiedenen Arten von Einkommen (z. B. Löhne, Schlechtwettergeld, Sozialhilfe und ähnliches bei einem Saisonarbeiter),
- der Bestimmung des Begriffes "Haushalt", für den es keine zufriedenstellende Definition gibt (man denke zum Beispiel an die zwiespältige Behandlung unverheirateter Paare oder von Wohngemeinschaften).

Die angerissenen Probleme wurden an einem Beispiel deutlich gemacht:

Bedeutet eine Verdoppelung des Einkommens auch eine Verdoppelung der Leistungsfähigkeit und damit verbunden gleichzeitig eine Verdoppelung der Besteuerung? Oder: Sind 2.000,-- DM Lohn + 8000,-- DM Zinseinkommen dasselbe wie 8000,-- DM Lohn + 2.000,-- DM Zinseinkommen?

Hat man das Einkommen festgelegt, verbleibt das Problem der gerechten Besteuerung. In der Literatur wird dieses Problem in folgender Weise reformuliert: "Welche Beiträge zu den Gemeinschaftsaufgaben darf man von einzelnen Einkommensbeziehern billigerweise verlangen?" Diese Frage versucht man gern mit der "Gossenschen Grenznutzentheorie" zu beantworten. So kann man fragen: Welchen Nutzen stiftet Einkommen eigentlich? Welche Nutzeneinbußen (Opfer) werden dem Steuerzahler zugemutet, wenn er einen Teil seines Einkommens abführen muß?

E x k u r s : Grenznutzentheorie nach Gossen:



Die Kurve besagt, welchen Nutzen ( $U$ ) ein Wirtschaftssubjekt jeweils aus einem Einkommen ( $X$ ) ziehen würden bzw. um wieviel sich der Nutzen ( $U$ ) erhöht, wenn sich das Einkommen ( $X$ ) um einen bestimmten Betrag erhöht.

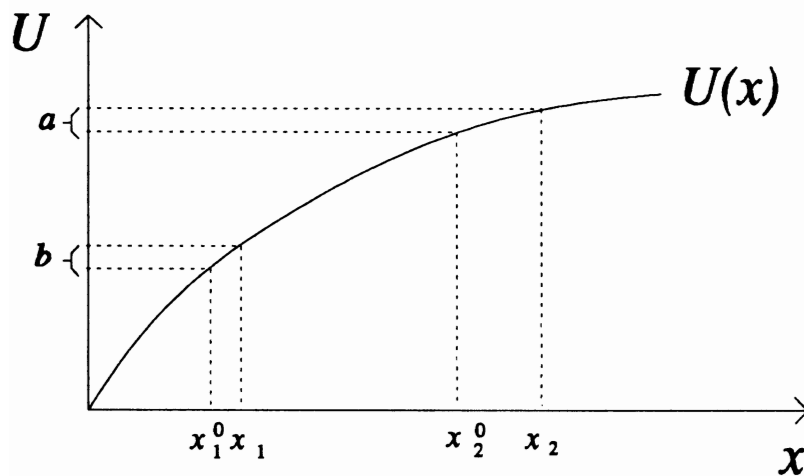
Grenznutzen wird dabei definiert als der Nutzenzuwachs, den beim Einkommen ( $X$ ) eine zusätzliche DM Einkommen stiftet. (vgl. zum Problem dieser Definition unten die Diskussion über den Grenzsteuersatz.)

Es ist plausibel, daß jemand mit geringem Einkommen (z.B. 1.000,-DM) ein zusätzliches Einkommen von z.B. 100,-DM höher bewertet, d.h. mehr Nutzen davon hat, als jemand mit einem hohen Einkommen (z.B. 10.000,-DM). Aus dieser Allerweltsüberlegung ergibt sich qualitativ die obige Kurve.

Wie sollen diese beiden Einkommensbezieher steuerlich behandelt werden? Soll jeder den absolut gleichen Beitrag an Einkommensteuer zahlen (was auf einen besonders regressiven Steuertarif hinauslaufen würde)? Soll jeder bezogen auf das Einkommen den gleichen relativen Betrag, z.B. angenähert 10% bezahlen?

Bei einer Berechnung der Steuer als prozentual gleicher Betrag vom Einkommen würden aber 10% von 1.000,- DM von einem Steuerzahler annahmegemäß höher bewertet als 10% von einem anderen Steuerzahler, der ein Einkommen von 10.000,- DM hat, wenn beide eine ähnliche Nutzenfunktion haben. Soll nun für beide das "Opfer" gleich oder annähernd gleich werden?

Dann wäre zu fragen, in welcher Hinsicht die Opfer gleich sein sollen. Bei gleichen absoluten Opfern ist so zu besteuern, daß allen Wirtschaftssubjekten der gleiche absolute Nutzenentgang auferlegt wird.



Kurve identisch für Subjekt 1 und 2

$x_1$  Einkommen Subjekt 1

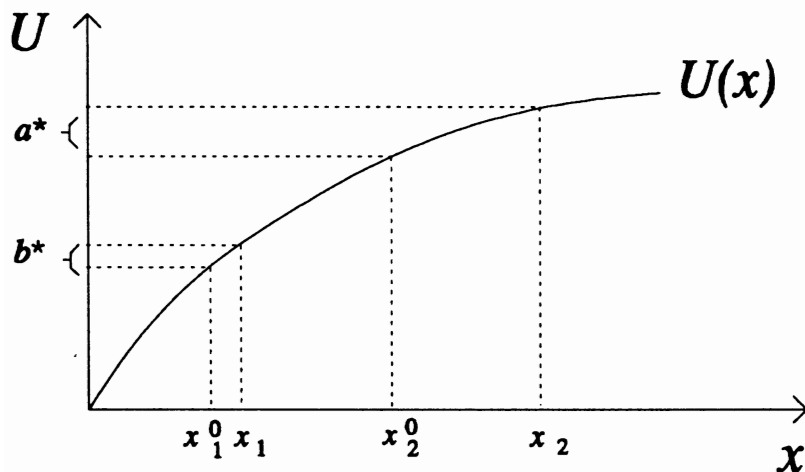
$x_2$  Einkommen Subjekt 2

$x_1 - x_1^0$ : Steuerzahlung Subjekt 1

$x_2 - x_2^0$ : Steuerzahlung Subjekt 2

$a = b$

Bei einem gleichen relativen Opfer müßte sichergestellt werden, daß bei allen Steuerpflichtigen das Verhältnis des durch die Besteuerung hervorgerufenen Nutzenentgangs zum Gesamtnutzen des Einkommens vor der Besteuerung gleich ist. Die meisten Diskussionen stellen auf diese Forderung ab. Sie legitimiert einen gemäßigt-progressiven Einkommensteuertarif.



Kurve identisch für Subjekt 1 und 2

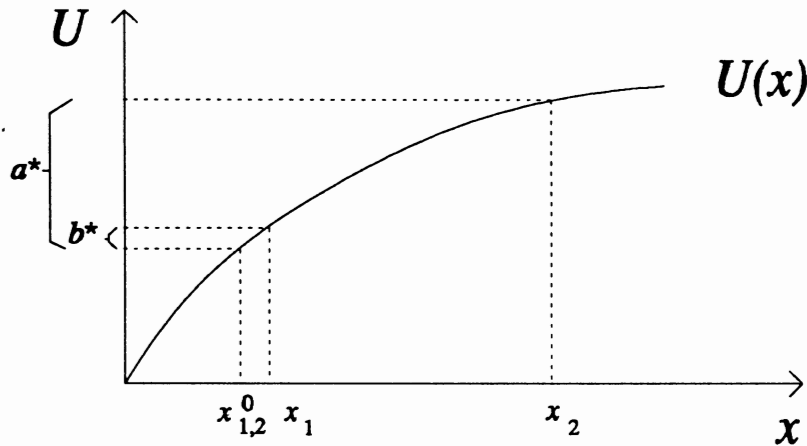
$x_2 - x_2^0 > x_1 - x_1^0$

$a^* > b^*$



Legt man als Maßstab das gleiche marginale Opfer zugrunde

(Opferminimum), muß durch die Besteuerung sichergestellt werden, daß der marginale Nutzenentgang bei den Steuerpflichtigen gleich ist (und der Nutzenentgang der Gesamtheit der Steuerpflichtigen ein Minimum erreicht). (Dieses Konzept legt eine recht radikale progressive Besteuerung nahe; der Einkommensschwache zahlt vermutlich keine Steuern mehr.)



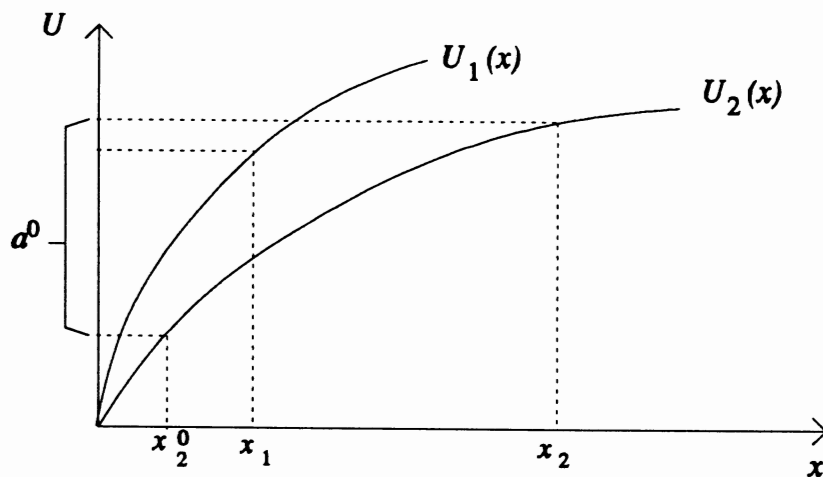
Kurve identisch für Subjekt 1 und 2

$$x_1^0 = x_2^0$$

$$x_2 - x_2^0 > x_1 - x_1^0$$

$$a^* > b^*$$

Gegen diese Vorstellungen, gleiche Opfer verlangen zu wollen, gibt es eine Reihe von Einwänden. Sie beziehen sich auf die Schwierigkeiten, Nutzen zu messen, auf die empirische Relevanz der Behauptung, daß es sinkenden Grenznutzen gäbe, vor allem aber auf die Annahme identischer Nutzenfunktionen. Man stelle sich nun das Postulat des marginal gleichen Opfers unter der Annahme vor, daß Subjekt 1 sehr gierig ist, also allen Einkommen einen sehr hohen Nutzen und allen Einkommenszuwächsen einen hohen Nutzenzuwachs zuweist: Es wird faktisch nie Steuern zahlen müssen... (aber das ist nur im Rahmen der mathematischen Modellierung genauer zu entscheiden!).



$U_1(x)$ : Nutzenkurve für Subjekt 1

$U_2(x)$ : Nutzenkurve für Subjekt 2

$$b = 0$$

$x_2 - x_2^0$ : insgesamt, hier lediglich von Person 2 zu zahlende Steuer

Es zeigt sich also, daß es ein großes Spektrum an Möglichkeiten gibt, Einkommen und Nutzenverläufe zu fixieren. Hier eine annähernd plausible und stimmige Festlegung herbeizuführen, ist die Hauptaufgabe der ökonomischen Modellierung.

Nach dieser Diskussion erläuterten die Referenten die tatsächliche Berechnung der Einkommensteuer. Bemessungsgrundlage für die tarifliche Einkommensteuer ist das zu versteuernde Einkommen. Dieses ist nicht identisch mit dem, was (ökonomisch) als Einkommen angesetzt wurde.

#### E i n k o m m e n

- ./. Werbungskosten
- ./. Altersentlastungsbetrag (Bezüge neben der Rente, Personen über 64)
- ./. Ausbildungsplatz-Abzugsbetrag
- ./. Freibetrag für Land und Forstwirtschaft
- ./. Sonderausgaben
- ./. Steuerbegünstigte, nicht entnommene Gewinne
- ./. Freibetrag für freie Berufe (für Selbständige besteht eine größere Möglichkeit, Haushaltsausgaben in die Einkommensteuer einzubringen.)
- ./. außergewöhnliche Belastungen
- ./. Steuerbegünstigung der zu eigenen Wohnzwecken genutzten Wohnung im eigenen Haus
- ./. Verlustabzug
- ./. Kinderfreibetrag
- ./. Altersfreibetrag

-----  
= zu versteuerndes Einkommen

=====  
Bemerkung: Die Auflistung ist aus Vereinfachungsgründen unvollständig.

Herr Gerdsmeyer fügte eine andere Einteilung ein, die eventuell besser zu verstehen sei, weil sich diese "Addition von Subtraktionen vermutlich nicht strukturiere und einprägen". Er erinnerte daran, daß es keine befriedigende Definition für das Einkommen gäbe, die im Haushaltssektor ansetze und das Konglomerat der Zuflüsse in den Haushalten befriedigend erfasse. Er verwies darauf, daß das Einkommensteuer-Gesetz hilfsweise sieben Einkunftsarten (Quellen) unterscheidet und zur Strukturierung der Subtraktion einige Hilfsgrößen anbietet.

Drei der Einkunftsarten sind nach dem Muster "Betriebseinnahmen ./. Betriebsausgaben" (= Gewinn = Einkünfte) definiert, nämlich Gewinne aus Land- und Forstwirtschaft.

schaft, aus Gewerbebetrieb, aus selbständiger Arbeit. Vier Einkunftsarten sind als kontraktbestimmte Größen nach dem Muster "Einnahmen ./. Werbungskosten" definiert, nämlich Einkünfte aus unselbständiger Arbeit, aus Kapitalvermögen, aus Vermietung und Verpachtung und aus sonstigen Einkünften. Die Summe aus diesen sieben Komponenten ist die "Summe der Einkünfte". Davon werden dann die Sonderposten abgezogen, von denen einige wichtige genannt seien:

Summe der Einkünfte

./. Altersentlastung

-----

Gesamtbetrag der Einkünfte

./. außergewöhnliche Belastungen

./. Verlustabzug

-----

Einkommen

./. Sonderausgaben

-----

steuerbare Einkommen

./. allgemeine Freibeträge,  
spezielle Freibeträge

-----

zu versteuerndes Einkommen

=====

Danach wurde die mathematische Seite der Einkommensteuerberechnung erklärt.

Es gibt laut Gesetz derzeit (seit Anfang 1990) vier verschiedene Tarifzonen:

- 1) die Nullzone ( $0 \leq x \leq 5616$ )
- 2) untere Linearzone ( $5617 \leq x \leq 8153$ )
- 3) Progressionszone ( $8154 \leq x \leq 120041$ )
- 4) obere Linearzone ( $120042 \leq x$ )

$x$  = zu versteuerndes Einkommen (ZVE) in DM

$T(x)$  = die zu zahlende Steuer (die tarifliche Einkommensteuer) in DM

Störend sind bei dieser Beschreibung der Tarifzonen die "Marksprünge". Dies ist hier aber tariftechnisch zu sehen (Rundung auf volle DM). Besser im mathematischen Sinne wäre:

$$0 \leq x < 5617$$

$$5617 \leq x < 8154 \text{ usw.}$$

Berechnung der Terme  $T(x)$  für die verschiedenen Zonen:

### 1) Nullzone

$$T(x) = 0$$

### 2) Untere Linearzone

$$T(x) = a(x - b)$$

$a$  : konstanter Steuersatz, hier  $a = 19 \%$

$b$  : Grundfreibetrag, hier  $b = 5616$

Daraus folgt:  $T(x) = 0,19 * (x - 5616) = 0,19x - 1067$  (gerundet)

### 3) Progressionszone

In dieser Zone soll die Grenzsteuer (siehe nachher) laut Gesetzgeber linear verlaufen, d. h. die erste Ableitung von  $T(x)$  soll linear sein, d. h.  $T(x)$  soll quadratisch sein. Man schreibt  $T(x)$  zweckmäßig in der Form

$$T(x) = a * (x - 8100)^2 + b * (x - 8100) + c$$

oder mit  $u = x - 8100$ :

$$T^*(u) = a u^2 + b u + c$$

Die Übergangsstelle ist dabei vom Gesetzgeber auf 8100 DM und nicht auf 8154 DM festgelegt worden:

Man kann  $a$ ,  $b$ ,  $c$  berechnen, wenn man die gegebenen Bedingungen berücksichtigt.

#### 1. Bedingung

Die Funktion muß durch den Punkt  $S_1$  gehen, der zu  $x = 8100$  gehört.

$$T(8100) = 0,19 * 8100 - 1067 = 472, \text{ also } S_1 = (8100 | 472)$$

$$\text{Also } c = T(8100) = 472$$

#### 2. Bedingung

Die Steigung  $T'(x)$  muß in  $S_1$  gleich der Steigung in der Linearzone sein, d. h. gleich  $0,19$ , d. h. die Steuerkurve soll in  $S_1$  keinen Knick haben.

Bedingung also:  $T'(8100) = 0,19$ .

Es gilt  $T'(x) = 2a(x - 8100) + b$

$T'(8100) = 2a(8100 - 8100) + b$

daher  $T'(8100) = b$

Also:  $b = 0,19$ .

### 3. Bedingung

Im Punkt S2, der zu  $x = 120041$  gehört, soll die Steigung = 0,53 sein. Der gesetzliche Höchststeuersatz im obersten Punkt der Progressionszone beträgt also 53 %.

Bedingung also:

$T'(120041) = 0,53$ , d. h.  $2a(120041 - 8100) + 0,19 = 0,53$ .

Daraus ergibt sich  $a = 151,94 \cdot 10^{-8}$ .

Zusammenfassung: Für Zone  $8154 \leq x \leq 120041$  Tariffunktion somit

$T(x) = 151,94 \cdot 10^{-8} \cdot (x - 8100)^2 + 0,19 \cdot (x - 8100) + 472$

oder anders geschrieben

$T(x) = 151,94 y^2 + 1900 y + 472$

$= (151,94 y + 1900) y + 472$

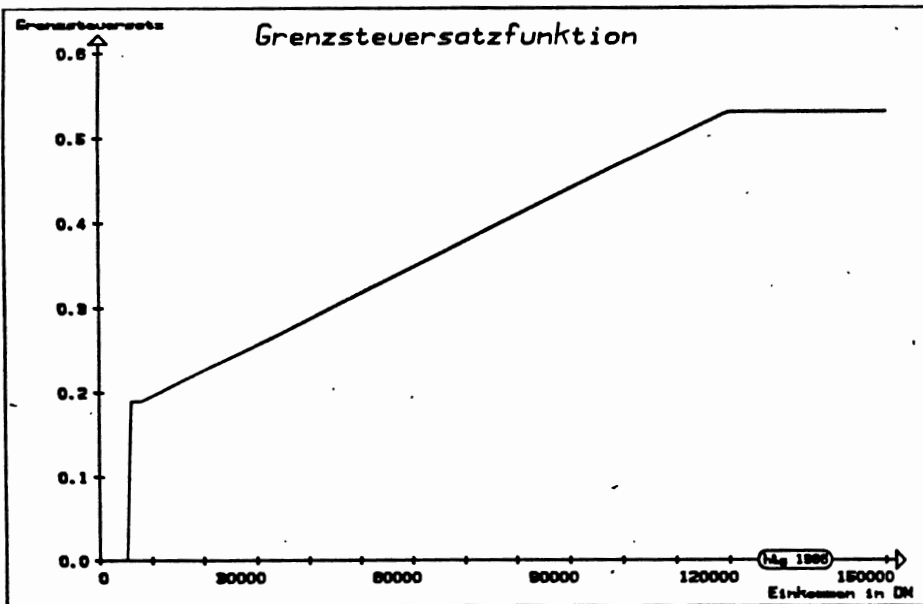
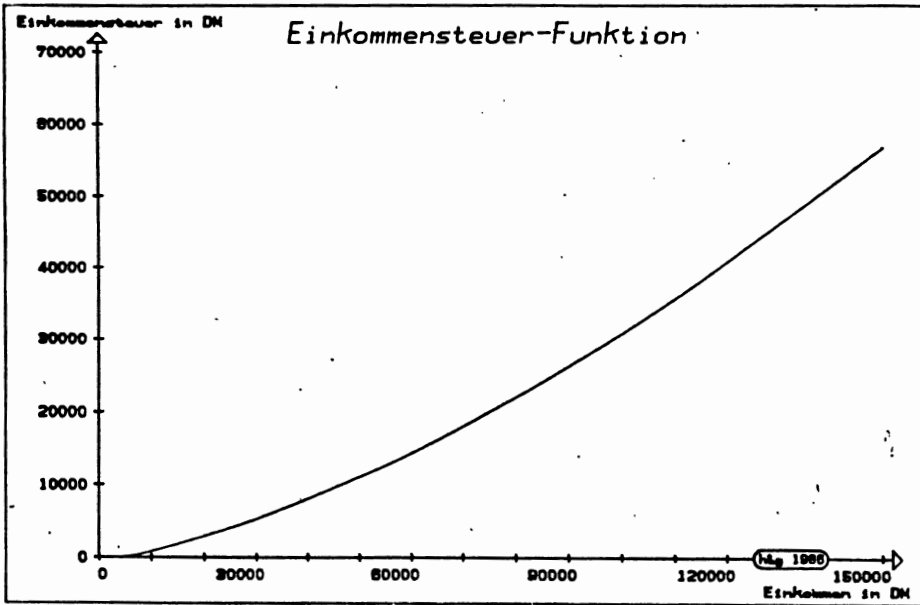
wobei:

$$y = \frac{x - 8100}{10000}$$

#### 4) Obere lineare Zone

Ab 120042 gilt der Höchststeuersatz von 53 %. In der oberen Linearzone ist zunächst die Steuer zu zahlen, die an der Schnittstelle für  $x = 119988$  zu zahlen ist, also 40751,68 DM.

Also:  $T(x) = 0,53 \cdot (x - 119988) + 40751,68$   
 $= 0,53 x - 22842$  (gerundet)



## Auszug aus dem Einkommensteuergesetz

### I. Steuerpflicht

#### § 1

(1) Natürliche Personen, die im Inland einen Wohnsitz oder ihren gewöhnlichen Aufenthalt haben, sind unbeschränkt einkommensteuerpflichtig. Zum Inland im Sinne dieses Gesetzes gehört auch der der Bundesrepublik Deutschland zustehende Anteil am Festlandsockel, soweit dort Naturschätze des Meeresgrundes und des Meeresuntergrundes erforscht oder ausgebeutet werden.

(2) Unbeschränkt einkommensteuerpflichtig sind auch deutsche Staatsangehörige, die

1. im Inland weder einen Wohnsitz noch ihren gewöhnlichen Aufenthalt haben und
2. zu einer inländischen juristischen Person des öffentlichen Rechts in einem Dienstverhältnis stehen und dafür Arbeitslohn aus einer inländischen öffentlichen Kasse beziehen,

sowie zu ihrem Haushalt gehörende Angehörige, die die deutsche Staatsangehörigkeit besitzen oder keine Einkünfte oder nur Einkünfte beziehen, die ausschließlich im Inland einkommensteuerpflichtig sind. Dies gilt nur für natürliche Personen, die in dem Staat, in dem sie ihren Wohnsitz oder ihren gewöhnlichen Aufenthalt haben, lediglich in einem der beschränkten Einkommensteuerpflicht ähnlichen Umfang zu einer Steuer vom Einkommen herangezogen werden.

(3) Als unbeschränkt einkommensteuerpflichtig gelten auch deutsche Staatsangehörige, die die Voraussetzungen des Absatzes 2 Nr. 1 und 2 erfüllen, sowie ihr nicht dauernd getrennt lebender Ehegatte, wenn die Steuerpflichtigen allein oder zusammen mit ihrem Ehegatten im Ausland einkommensteuerpflichtige Einnahmen von nicht mehr als 5 000 Deutsche Mark im Veranlagungszeitraum beziehen. Satz 1 ist entsprechend anzuwenden bei Empfängern von Versorgungsbezügen im Sinne des § 19 Abs. 2 Satz 2 Nr. 1, soweit dafür nicht nach einem Abkommen zur Vermeidung der Doppelbesteuerung das Besteuerungsrecht dem ausländischen Staat zusteht, in dem der Steuerpflichtige seinen Wohnsitz hat. In den Fällen der Sätze 1 und 2 ist § 32 Abs. 2 für zum Haushalt des Steuerpflichtigen gehörende Kinder nicht anzuwenden.

(4) Natürliche Personen, die im Inland weder einen Wohnsitz noch ihren gewöhnlichen Aufenthalt haben, sind vorbehaltlich der Absätze 2 und 3 beschränkt einkommensteuerpflichtig, wenn sie inländische Einkünfte im Sinne des § 49 haben.

### II. Einkommen

#### 1. Sachliche Voraussetzungen für die Besteuerung

#### § 2

##### Umfang der Besteuerung, Begriffsbestimmungen

(1) Der Einkommensteuer unterliegen

1. Einkünfte aus Land- und Forstwirtschaft,
2. Einkünfte aus Gewerbebetrieb,
3. Einkünfte aus selbständiger Arbeit,
4. Einkünfte aus nichtselbständiger Arbeit,
5. Einkünfte aus Kapitalvermögen,
6. Einkünfte aus Vermietung und Verpachtung,
7. sonstige Einkünfte im Sinne des § 22,

die der Steuerpflichtige während seiner unbeschränkten Einkommensteuerpflicht oder als inländische Einkünfte während seiner beschränkten Einkommensteuerpflicht erzielt. Zu welcher Einkunftsart die Einkünfte im einzelnen Fall gehören, bestimmt sich nach den §§ 13 bis 24.

(2) Einkünfte sind

1. bei Land- und Forstwirtschaft, Gewerbebetrieb und selbständiger Arbeit der Gewinn (§§ 4 bis 7 g),
2. bei den anderen Einkunftsarten der Überschuß der Einnahmen über die Werbungskosten (§§ 8 bis 9 a).

(3) Die Summe der Einkünfte, vermindert um den Altersentlastungsbetrag, den Ausbildungsplatz-Abzugsbetrag und die nach § 34 c Abs. 2 und 3 abgezogene Steuer, ist der Gesamtbetrag der Einkünfte.

(4) Der Gesamtbetrag der Einkünfte, vermindert um die Sonderausgaben und die außergewöhnlichen Belastungen, ist das Einkommen.

(5) Das Einkommen, vermindert um den Kinderfreibetrag nach § 32 Abs. 6, die Sonderfreibeträge nach § 37 Abs. 7 und 8 (ab 1.1.1990: den Haushaltsfreibetrag nach § 32 Abs. 7) und um die sonstigen vom Einkommen abzuziehenden Beträge, ist das zu versteuernde Einkommen; dieses bildet die Bemessungsgrundlage für die tarifliche Einkommensteuer.

(6) Die tarifliche Einkommensteuer, vermindert um die Steuerermäßigungen, ist die festzusetzende Einkommensteuer.

(7) Die Einkommensteuer ist eine Jahressteuer. Die Grundlagen für ihre Festsetzung sind jeweils für ein Kalenderjahr zu ermitteln. Besteht die unbeschränkte oder beschränkte Einkommensteuerpflicht nicht jeweils während eines ganzen Kalenderjahrs, so tritt an die Stelle des Kalenderjahrs der Zeitraum der jeweiligen Einkommensteuerpflicht.

§ 32 a

Einkommensteuertarif

für 1988 und 1989 gilt:

(1) Die tarifliche Einkommensteuer bemißt sich nach dem zu versteuernden Einkommen. Sie beträgt vorbehaltlich der §§ 32 b, 34 und 34 b jeweils in Deutsche Mark

1. für zu versteuernde Einkommen bis 4 752 Deutsche Mark (Grundfreibetrag) : 0;

2. für zu versteuernde Einkommen von 4 753 Deutsche Mark bis 18 035 Deutsche Mark:  $0,22 \cdot x - 1 045$ ;

3. für zu versteuernde Einkommen von 18 036 Deutsche Mark bis 80 027 Deutsche Mark:  $[(0,34 \cdot y - 21,58) \cdot y + 392] \cdot y + 2 200 \cdot y + 2 911$ ;

4. für zu versteuernde Einkommen von 80 028 Deutsche Mark bis 130 031 Deutsche Mark:  $(70 \cdot z + 4 900) \cdot z + 26 974$ ;

5. für zu versteuernde Einkommen von 130 032 Deutsche Mark an:  $0,56 \cdot x - 19 561$ .

•x• ist das abgerundete zu versteuernde Einkommen. •y• ist ein Zehntausendstel des 17 982 Deutsche Mark übersteigenden Teils des abgerundeten zu versteuernden Einkommens. •z• ist ein Zehntausendstel des 79 974 Deutsche Mark übersteigenden Teils des abgerundeten zu versteuernden Einkommens.

(2) Das zu versteuernde Einkommen ist auf den nächsten durch 54 ohne Rest teilbaren vollen Deutsche-Mark-Betrag abzurunden, wenn es nicht bereits durch 54 ohne Rest teilbar ist.

(3) Die zur Berechnung der tariflichen Einkommensteuer erforderlichen Rechenschritte sind in der Reihenfolge auszuführen, die sich nach dem Horner-Schema ergibt. Dabei sind die sich aus den Multiplikationen ergebenden Zwischenergebnisse für jeden weiteren Rechenschritt mit drei Dezimalstellen anzusetzen; die nachfolgenden Dezimalstellen sind fortzulassen. Der sich ergebende Steuerbetrag ist auf den nächsten vollen Deutsche-Mark-Betrag abzurunden.

(4) Für zu versteuernde Einkommen bis 130 031 Deutsche Mark (ab 1. 1. 1990: 120 041 Deutsche Mark) ergibt sich die nach den Absätzen 1 bis 3 berechnete tarifliche Einkommensteuer aus der diesem Gesetz beigefügten Anlage 1 (Einkommensteuer-Grundtabelle).

(5) Bei Ehegatten, die nach den §§ 26, 26 b zusammen zur Einkommensteuer veranlagt werden, beträgt die tarifliche Einkommensteuer vorbehaltlich der §§ 32 b, 34 und 34 b das Zweifache des Steuerbetrags, der sich für die Hälfte ihres gemeinsam zu versteuernden Einkommens nach den Absätzen 1 bis 3 ergibt (Splitting-Verfahren). Für zu versteuernde Einkommen bis 260 063 Deutsche Mark (ab 1. 1. 1990: 240 083 Deutsche Mark) ergibt sich die nach Satz 1 berechnete tarifliche Einkommensteuer aus der diesem Gesetz beigefügten Anlage 2 (Einkommensteuer-Splittingtabelle).

(6) Das Verfahren nach Absatz 5 ist auch anzuwenden zur Berechnung der tariflichen Einkommensteuer für das zu versteuernde Einkommen

1. bei einem verwitweten Steuerpflichtigen für den Veranlagungszeitraum, der dem Kalenderjahr folgt, in dem der Ehegatte verstorben ist, wenn der Steuerpflichtige und sein verstorbener Ehegatte im Zeitpunkt seines Todes die Voraussetzungen des § 26 Abs. 1 Satz 1 erfüllt haben,

2. bei einem Steuerpflichtigen, dessen Ehe in dem Kalenderjahr, in dem er sein Einkommen bezogen hat, durch Tod, Scheidung oder Aufhebung aufgelöst worden ist, wenn in diesem Kalenderjahr

a) der Steuerpflichtige und sein bisheriger Ehegatte die Voraussetzungen des § 26 Abs. 1 Satz 1 erfüllt haben,

b) der bisherige Ehegatte wieder geheiratet hat und

c) der bisherige Ehegatte und dessen neuer Ehegatte ebenfalls die Voraussetzungen des § 26 Abs. 1 Satz 1 erfüllen.

Voraussetzung ist, daß der Steuerpflichtige nicht nach den §§ 26, 26 a getrennt zur Einkommensteuer veranlagt wird.

ab 1. 1. 1990 gilt:

(1) Die tarifliche Einkommensteuer bemißt sich nach dem zu versteuernden Einkommen. Sie beträgt vorbehaltlich der §§ 32 b, 34, 34 b und 34 c jeweils in Deutsche Mark für zu versteuernde Einkommen

1. bis 5 616 Deutsche Mark (Grundfreibetrag) : 0;

2. von 5 617 Deutsche Mark bis 8 153 Deutsche Mark:  $0,19 \cdot x - 1 067$ ;

3. von 8 154 Deutsche Mark bis 120 041 Deutsche Mark:  $(151,94 \cdot y + 1 900) \cdot y + 472$ ;

4. von 120 042 Deutsche Mark an:

$0,53 \cdot x - 22 842$ ;

•x• ist das abgerundete zu versteuernde Einkommen. •y• ist ein Zehntausendstel des 8 100 Deutsche Mark übersteigenden Teils des abgerundeten zu versteuernden Einkommens.



**Schema zur Ermittlung des zu versteuernden Einkommens:**

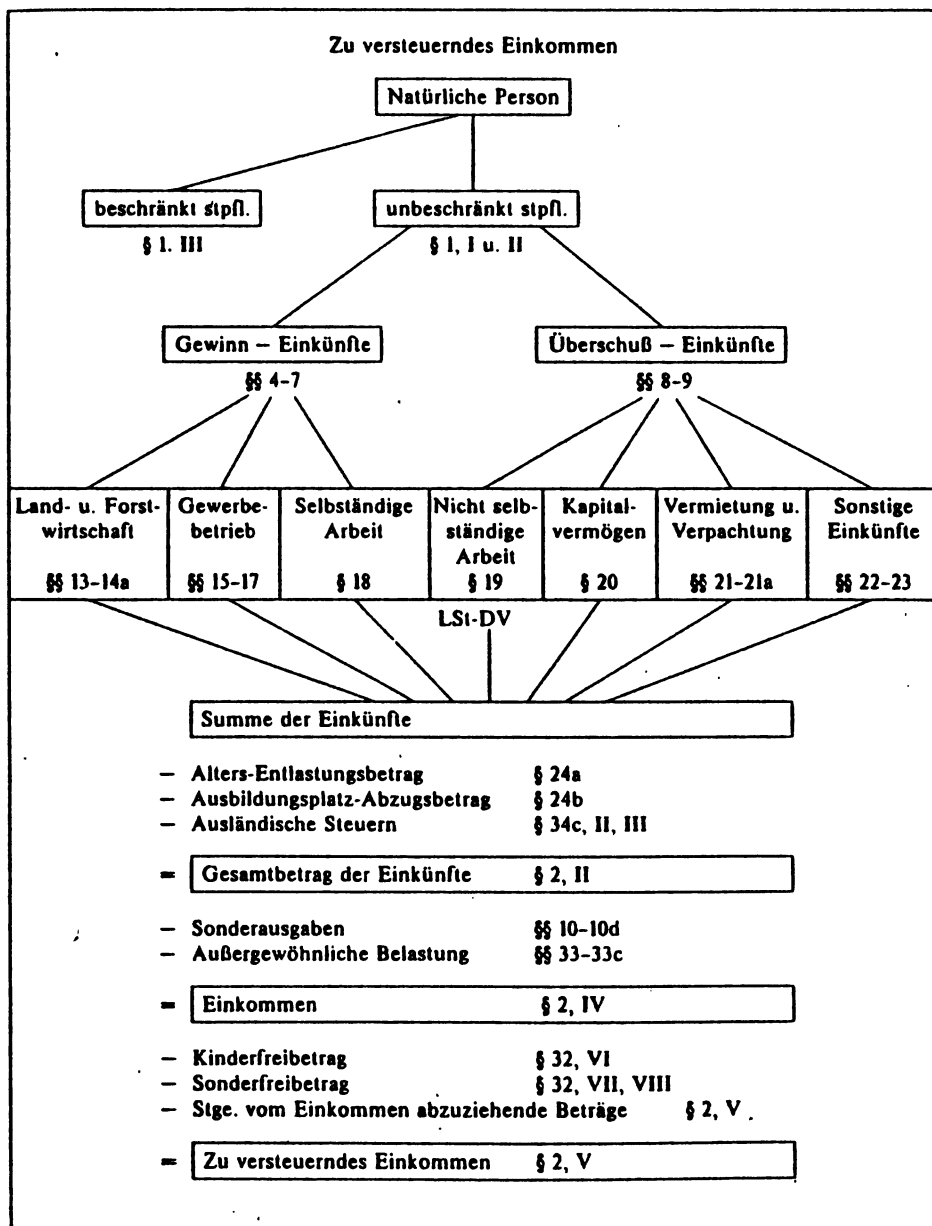


Abb. 2: Einführung eines linear-progressiven Tarifs 1990

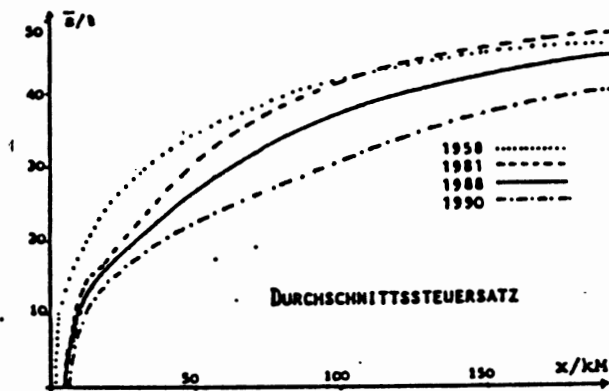
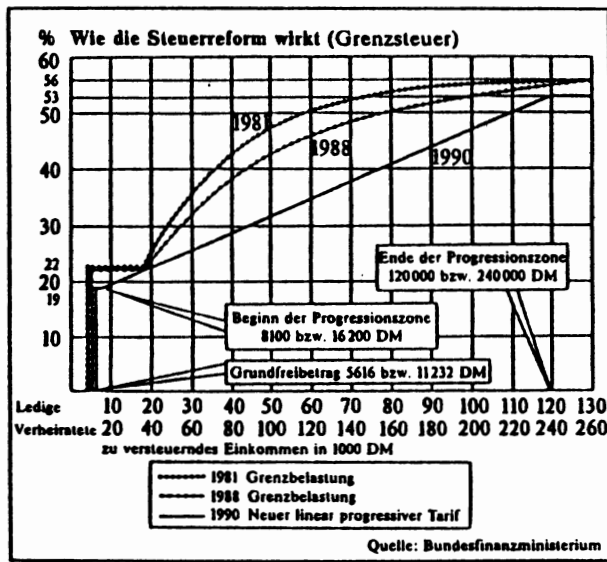
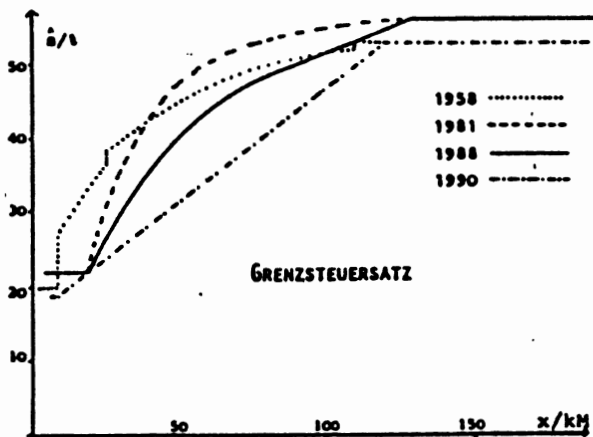


Abb. 12



## 6. Sitzung (18.06.1990): Mathematische Diskussion ausgewählter Steuerbegriffe

Was bedeutet Durchschnitts- bzw. Grensteuersatz?

Der Durchschnittssteuersatz  $d(x)$  ist der Steuersatz, der insgesamt vom Einkommen  $x$  zu zahlen ist.

Beispiel: 50000,--DM Einkommen, 10000,--DM Steuer

$$\text{dann: } d(x) = \frac{10000 \text{ DM}}{50000 \text{ DM}} = 20\%$$

Formal:

$x$  : Jahreseinkommen in DM ( $x > 0$ )

$T(x)$  : zu zahlende Einkommensteuer in DM

$$\text{dann: } d(x) = \frac{T(x)}{x}$$

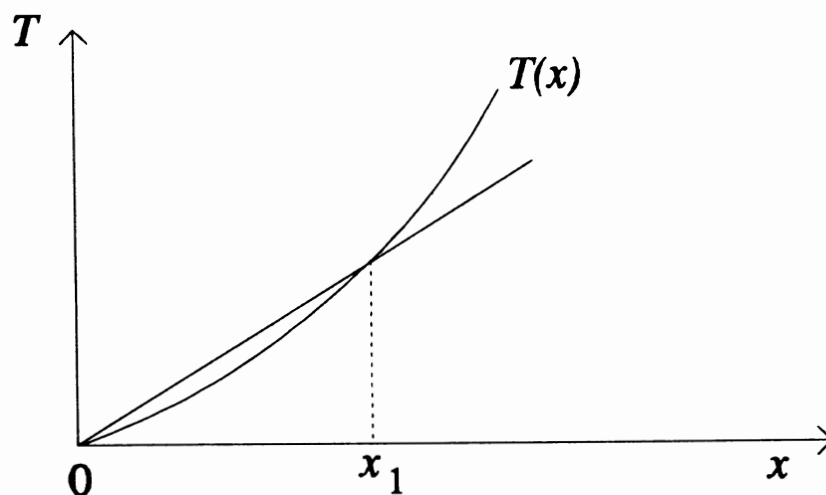
$d(x)$  ist somit eine Zahl, die zwischen 0 und 1 liegt.

Genauer gilt:

$$0 \leq d(x) < 0,53$$

0,53 wird nur asymptotisch erreicht, d.h. es gilt  $\lim_{x \rightarrow \infty} d(x) = 0,53$

Geometrisch ist der Durchschnittssteuersatz die Steigung der Sekante der Steuereffunktion zwischen 0 und  $x_1$ .



Der Grenzsteuersatz ist der wichtigste Begriff, mit dem in den Medien und politisch argumentiert wird.

Zur Frage "Was versteht man unter Grenzsteuersatz?" wurden von den Seminarteilnehmern folgende Vorschläge gemacht:

- Steuersatz, den man für die letzte verdiente Mark zu zahlen hat
- Steuersatz für zusätzliches Einkommen
- Steuersatz für die letzten 54,- DM

Mathematische Modellierung der Vorschläge:

$$1. \quad g^*(x) = \frac{\Delta T(x)}{\Delta x}$$

$$2. \quad g_1(x) = \frac{T(x+1) - T(x)}{1}$$

(= Steigung der Sekante der Steuerfunktion zwischen  $x$  und  $x+1$ )

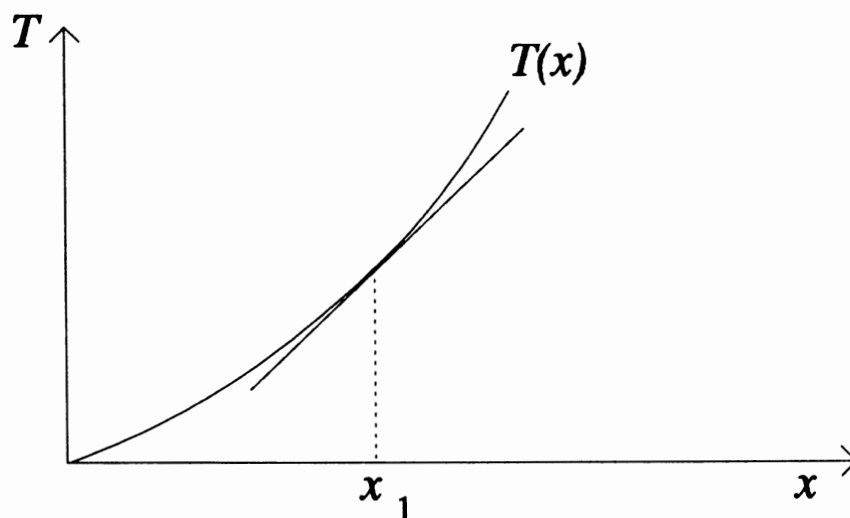
$$3. \quad g_h(x) = \frac{T(x+h) - T(x)}{h}$$

(= Steigung der Sekante zwischen  $x$  und  $x+h$ , wobei  $h$  gleich dem Mehrverdienst ist; z.B.  $h = 54$ )

Definition 1 ist eine Kurzfassung der Formeln 2. und 3..

$$4. \quad g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{T(x+h) - T(x)}{h} = T'(x)$$

(= die erste Ableitung  $T'(x)$  gibt die Steigung der Steuerkurve an der Stelle  $x$  an; geometrisch ist es die Steigung der Tangente im Punkt  $x_1$ .)



Die vier Formeln sind Möglichkeiten, um den Begriff "Grenzsteuersatz" mathematisch zu formalisieren. Für den Mathematiker ist der Grenzsteuersatz eine Idealisierung (4. Gleichung), für den Ökonomen ist es dies nicht, für ihn sind die Marksprünge durch Abrunden akzeptabel.

Ökonomen wenden praktisch den Differenzenquotienten mit 54 DM Sprüngen an, verwenden in der Theorie aber trotzdem oft die erste Ableitung.

Herr Gerdsmeyer ergänzt: Bis in die sechziger Jahre wurden ökonomische Probleme in vielen Lehrbüchern nur sprachlich gefaßt. Erst danach wurden mathematische Ausdrucksweisen auch in Deutschland dominant. Diese Vorgeschichte bleibt bis heute in den Vorgehensweisen der Ökonomen spürbar. Zudem wurden die mathematischen Ausdrücke nicht selten in problematischer Weise vereinfacht, beispielsweise um sie auch dem Laien "verständlich" zu machen. Oder die Ausdrücke verselbständigten sich im Zusammenhang mit öffentlichen Diskussionen um einzelne wirtschaftspolitische Probleme und wechselten als vergrößerte (und zum Teil begriffslose) Kopien aus der Sprache der Experten in die Alltagssprache von Politikern, öffentlichen Medien, Laien. Dazu ein Beispiel: In der ökonomischen Theorie wird der Grenzsteuersatz nach Definition 4 oft mißverständlich als "Spitzensteuersatz" bezeichnet. Politiker meinen mit Spitzensteuersatz denn häufig auch nur den Grenzsteuersatz in der oberen linearen Tarifzone und nennen ihn zudem auch Höchststeuersatz. Die verschiedenen Definitionen gehen in den letzten Jahren oft durcheinander. Herrn Blum merkt bezüglich der diffusen Vorstellungen der Bürger an, daß z.B. heute die meisten Leute nicht wissen, wieviel Steuern sie zahlen. Wenn jemand zum Beispiel 1000,- DM mehr verdient, "erwischt" ihn die Progression und er ist überrascht, wie wenig von 1000,- DM brutto dann netto übrig bleiben. Es bleibt ein diffuses Gefühl gegenüber dem "bösen Staat". Die ökonomische Realität darf also nicht verwechselt werden mit der mathematischen Modellierung und auch nicht mit der ökonomischen Modellierung (in Form zum Teil idealer Konstrukte). Und die Übergänge zwischen diesen drei Bereichen sind genau zu beobachten.

Weiterhin wurden die Seminarteilnehmer nach ihren Darstellungen zum Begriff "Progression" im mathematischen sowie im ökonomischen Sinn gefragt. Folgende Vorschläge wurden gemacht:

Mathematisch:

- Steigung der Durchschnittssteuer
- mit steigendem Einkommen zahle ich prozentual mehr und mehr Steuern
- zu zahlende Steuer steigt mit Potenz  $> 1$  (Spezialfall!)
- überproportionaler Anstieg der zu zahlenden Steuer
- Phänomen, daß es eine Differenz gibt zwischen Grenzsteuer und Durchschnittssteuer
- zweite Ableitung ist positiv :  $T''(x) > 0$

Begründung für Progression:

- sozialpolitisch  
subjektiv zahlt jeder gleich viel (an "Nutzenentgang")
- volkswirtschaftlich  
Kapitalabwanderung verhindern, Unternehmertum fördern

Die heutige Steuerprogression ist ein Kompromiß zwischen beiden Sichtweisen; denn sozialpolitisch müßte eigentlich eine viel höhere Progression angestrebt werden, unter dem Gesichtspunkt individueller Leistungsbereitschaft sowie betrieblicher Investitionen gilt eine hohe Progression als hemmend. Bezüglich der pragmatischen Lösung merkt Herr Gerdsmeier folgendes an:

Es gibt keine Theorie der Mikroökonomik, die die Steuerkurve mit ihren Sprüngen und Knicken erklären könnte. Die Grenznutzentheorie legt zu ideale Annahmen über menschliche Präferenzen zugrunde und bleibt empirisch zu unbestimmt. Die faktische Steuerprogression beruht auf politischen und psychologischen Gründen, die sich immer nur im jeweiligen gesellschaftlichen Kontext verstehen lassen. Der "Höchststeuersatz" (als Grenzwert des Grenzsteuersatzes; siehe oben) wurde auf 53% festgelegt, um Spitzenverdiener - so die Rechtfertigung - nicht zu entmutigen und Kapitalabwanderungen zu verhindern. Eine Progression, die sich 100% nähert, ließe sich politisch schlecht verkaufen, obwohl die Höherverdienenden in Deutschland mehr als Geringverdienende Gestaltungsmöglichkeiten haben, durch Abzüge das zu versteuernde Einkommen zu senken.

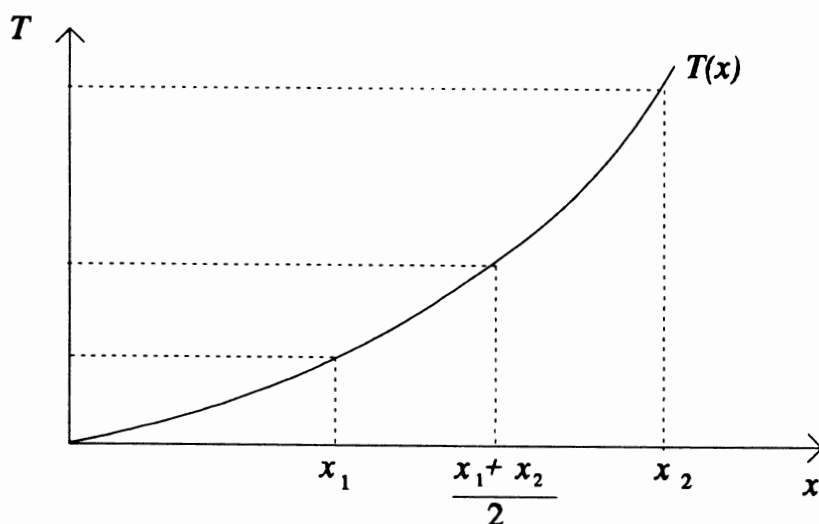
In diesem Zusammenhang scheint die Doppelbesteuerung im alten englischen Steuersystem gerechter. Hier wird jeder zweimal besteuert: einmal linear nach Abzug von Freibeträgen und ein zweites Mal progressiv ohne Berücksichtigung der sozialen Komponente. Die getrennte Besteuerung greift besser, weil die Höherverdienenden bei der zweiten Art keine Gestaltungsspielräume haben.

Als letzter Punkt wurde im Seminar die Frage "Was ist Splitting?" behandelt.

Eheleute können getrennt oder zusammen veranlagt werden. Das heißt, sind  $x_1$  und  $x_2$  ihre Einkommen, so besteht die Wahl zwischen

$$T(x_1) + T(x_2) \quad \text{bzw.} \quad 2 * T * \left( \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

Dies kann man an der Steuerkurve so erklären:



Wenn beide Ehepartner das gleiche Gehalt beziehen, ist das Splitting also kein Vorteil, liegen die Einkommen weit auseinander, ist es von großem Vorteil.

Abschließend wurde noch folgendes diskutiert:

Warum und wie soll das Thema "Einkommensteuer" in der Schule behandelt werden? Es gab folgende Vorschläge:

1. Darstellung des politischen und ökonomischen Hintergrundes.
2. Die Errechnung von Steuertarifen im Unterricht ist ein gutes Beispiel für die Verknüpfung des leider oft abstrakten Faches Mathematik mit der "Realität".
3. Anwendungsbeispiele, die jeden Steuerpflichtigen betreffen.

Anmerkung: In der Schule geht es aber meist nur um die mathematische Seite, während die ökonomische und politische vernachlässigt werden.

### TEIL 3: PREISBILDUNG

Protokollanten: Matthias Gehlen, Britta Glinz, Marion Grüber

#### **7. Sitzung (25.06.1990): Gründe für die Erstellung ökonomischer Modelle durch Wissenschaftler**

Thema der ersten Sitzung war die Marktpreisbildung, ein Vorgang, dessen theoretische Beschreibung für Laien schwer nachvollziehbar ist, wenn nicht die dahinter verborgene Mathematik verstanden wird. Hauptgegenstand dieser Sitzung war daher die Frage der Modellierung der ökonomischen Realität. Als Arbeitsgrundlage diente ein Textauszug<sup>1</sup> über die Existenzanalyse von Gleichgewichtspreisen in Modellen vollständiger Konkurrenz (vgl. Anlage)<sup>2</sup>. Existenzanalysen sind nur eine mögliche Betrachtungsform von idealen Marktconstellationen und führen zu anderen Modellen als z.B. Gleichgewichts-, Stabilitäts- oder Prozeßanalysen von 'derselben' Marktconstellation; aber nicht nur aus diesem Grunde gibt es nicht nur "das eine" Modell der vollständigen Konkurrenz: Für jede der konstitutiven Annahmen sind viele verschiedene Ausgestaltungen möglich: verschiedene lag-Strukturen, Marshall-Stabilität, Walras-Stabilität u.ä.. Das hier verwendete Beispiel - von K. J. Arrow entwickelt - gehört in die Modellierungen der sogenannten Arrow-Debreu-Welt. Dieser Text über die Existenzanalyse war als Hilfe gedacht herauszufinden, warum Ökonomen Modelle entwickeln, welche Eigenschaften die Modelle haben und warum sie diese haben. Als Lesehilfen wurden folgende zwei Fragen gestellt:

- 1.) Was sind Eigenschaften/Voraussetzungen des vorgestellten Preisbildungsmodells?
- 2.) Welche Annahmen macht das vorliegende Modell über Menschen?

Zunächst wurden Fragen zum Textverständnis und zu Grundbegriffen der Ökonomik geklärt. Die meisten Fragen hierzu kamen von Herrn Blum, der als Mathematiker und Nichtökonom einige grundlegende Ausdrücke erläutern wollte, die ihm durch die mathematische Einbindung verwirrend oder unbestimmt charakterisiert schienen. So bat er um Definitionen von Begriffen wie beispielsweise Produzent, Produktionseinheiten, Märkte, Indifferenzkurven etc. Nachdem alle Verständnisfragen "geklärt" waren, wurde auf das Problem eingegangen, warum in der Ökonomik Modelle überhaupt entworfen werden und warum sie dabei bestimmte Eigenschaften annehmen. Zu diesem Zweck folgte ein kurzer geschichtlicher Rückblick auf die Entwicklung der Ökonomik. In diesem sollte gezeigt werden - ohne daß das im Plenum recht verstanden wurde - vor welchem wissenschaftstheoretischen Problem Ökonomen stehen und gestanden haben und welche Antworten dominant geworden sind.

Zunächst wurde auf die Schwierigkeiten verwiesen, die bei Versuchen auftreten, zu gehaltvollen Verallgemeinerungen zu gelangen. Es sind dies Schwierigkeiten, die aus dem sozialen Gegenstand resultieren: Im Vergleich - etwa zur Physik als einer über lange Zeiträume naturwissenschaftlichen Leitdisziplin und wissenschaftlichen Paradedisziplin überhaupt - sind jeweils sehr viel mehr Variablen zu berücksichtigen, deren Verknüpfungen teils unklar oder unstet, teils nur in bestimmten Kontexten regelhaft scheinen.

<sup>1</sup> Das Beispiel war entnommen aus: Gerdsmeier, Gerhard: Grundlagenkritik preistheoretischer Modelle dargestellt an Informationsannahmen in Modellen vollständiger Konkurrenz, Berlin: Duncker & Humblot, 1972, S. 139 - 140. Zur Herkunft des Beispiels vgl. Anm. 3.

<sup>2</sup> Die Anlage findet sich hier im Text auf S. 61 - 62.



Dem Ökonomen bleiben hier nur wenige Möglichkeiten bei der Konstruktion von verallgemeinerndem Wissen. Entweder muß er - nach jedem Gegenbeispiel - den Anwendungsbereich seiner Allaussagen immer weiter einschränken, oder er muß seine Behauptung immer unbestimmter formulieren (und damit die Prognosekraft seiner Aussagen reduzieren). Beide Wege sind für eine "Theorie"bildung unbefriedigend. Drittens könnte er versuchen, Anwendungskontexte zu bestimmen, für die sich ein Bündel allgemeiner Tendenzaussagen gültig aufstellen läßt. Dieser Weg ist faktisch kaum beschränkt worden und würde wohl auch nicht in ein theoretisches "System" einmünden.

Gewählt wurde in der Ökonomik ein vierter Weg, bei dem in deutlicher Distanz zu den beobachtbaren Erscheinungen der Wirtschaftswelt Modelle konstruiert, untereinander vernetzen und zu Systemen (Theorien) ausgebaut wurden. Dieser Prozeß begann etwa mit der klassischen Ökonomik vor fast 200 Jahren. Nach Paradigmenwechseln traten das System der subjektiven Wertlehre und das der Grenznutzenschule, schließlich synthetisierend das neoklassische System daneben.

Bis zu diesem Punkt zeigt sich in all dem keine Besonderheit: Ähnliches ist in anderen Wissenschaften zu finden. Man macht sich von der Realität zunächst einmal "vereinfachende (ökonomische) Modelle"; diese könnte man - bei Bedarf und nach zulässigen Regeln - auch in mathematische Modelle *überführen*, Berechnungen von dort in das ökonomische Modell rückübersetzen und auf die "Realität" zu beziehen versuchen.

All das erklärt daher noch nicht den spezifischen Weg, der für die ökonomischen Modellierungen dominant wurde, der der "erfolgreichen Physik" abgeguckt war und bei deren Imitation man deren wissenschaftstheoretisches Konzept mit übernahm. Auch der Ökonom versucht, allgemeine Gesetze für "ideale" Kontexte zu formulieren, in der (für die Physik bewährten, für die Ökonomik irrigen) Erwartung, mit einer späteren "realistischen Umgestaltung" der Kontexte auch die Gesetzmäßigkeiten ins Realistische retten zu können.

Daß diese idealen ökonomischen Modellierungen in einen "Modell-Platonismus" (Albert) einmündeten, für dessen (empirisch irrelevante) "Weiterentwicklung" Variationen in den idealen Annahmen und eine ästhetisierende Behandlung der mathematischen Aspekte der Modelle maßgeblich wurden, ist das eine Ergebnis, welches festzuhalten ist. Das ausgegebene Beispiel der Existenzanalyse von Arrow steht für diese auf die Mathematik gerichtete (und gegenüber empirisch gehaltvollen Ansprüchen gleichgültige) ästhetisierende Tendenz, mit möglichst wenigen Annahmen und Gleichungen eine elegante Modellierung für eine Gesamtwirtschaft vorzulegen<sup>3</sup>. (Vergleiche zum Kontrast die sehr viel schlichtere Beschreibung eines gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichtsmodells, das allerdings mit gleichen Folgen ideal ist, im o.g. Text, aus dem das Beispiel der Existenzanalyse stammte.<sup>4</sup>)

Das zweite, das beim Übergang der Ökonomen zu "idealen Modellen" vor etwa 100 Jahren bemerkenswert ist, hat mit der Rolle der Mathematik zu tun. Aufgrund der Orientierung am wissenschaftstheoretischen Konzept der Physik war klar, daß auch die vermuteten oder zu entdeckenden ökonomischen Gesetze mathematisch zu formulieren waren. Nachdem einzelne Ökonomen (Gossen, Pareto, Walras u.a.) bereits gezeigt hatten, daß sich ökonomische Vorstellungen (in bestimmten Teilen) in mathematischen Modellen erfolgreich präzisieren und hinsichtlich der Widerspruchsfreiheit überprüfen lassen, lag es nunmehr nahe, die idealen neoklassischen Modelle von vornherein unter dem Aspekt der Mathematisierbarkeit zu entwickeln. Dies umso mehr, als "Realismus" oder mittelbare empirische Relevanz als Korrektiv bei der Modellbildung ausfielen. Das ökonomische Denken ging also nicht mehr einer Mathematisierung voran, sondern die Ma-

<sup>3</sup> Vgl. zum Originalbeispiel: K.J. Arrow, "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", in: *Econometrica* 22 (1954), S. 265-290.

<sup>4</sup> Gerdsmeier, Gerhard: *Grundlagenlagenkritik preistheoretischer Modelle*, a.a.O., S. 25f.

thematik beeinflusste die ökonomischen Konstruktionen maßgeblich (und tut es heute noch). Modellannahmen wie die unbegrenzte Teilbarkeit der Produkte, unendliche Anpassungsgeschwindigkeiten, die Nutzenvorstellungen der Wirtschaftssubjekte u.ä. sind einzig aus einem Primat der Mathematik erklärbar<sup>5</sup>.

Selbst in den gehaltvolleren, prognostisch relevanten Teilen der heutigen Ökonomik, in den ökonometrischen Modellen, bleibt die besondere Bedeutung der Mathematik spürbar: über die Güte von Modellierungen entscheiden in aller Regel letztlich statistische Kontrollkriterien und nicht vorgängige ökonomische Vorstellungen.

---

<sup>5</sup> Vgl. vertiefend: Gerdsmeyer, Gerhard (Hrsg.): *Schulbuch ohne Schule. 2. Arbeitsteilung. Vortreden zu einer Wirtschaftsdidaktik*, Kassel: GhK, 1990, S. 80 - 87.

## **Anlage:** Textauszug über die Existenzanalyse von Gleichgewichtspreisen in Modellen vollständiger Konkurrenz

2. Ausgangspunkt einer solchen Betrachtung sei der Aufsatz von Arrow und Debreu: Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy (1954)<sup>3</sup>, in dem ein relativ einfaches Modell entwickelt wurde, das später von einer Reihe von Autoren weiter verfeinert wurde, das aber für die eben formulierten Zwecke genügt und in bezug auf seine Vollständigkeit hinreichend abgesichert scheint<sup>4</sup>.

Arrow und Debreu formulieren im Gewande der Mengenlehre und linearen Algebra ein aus vier Bedingungen bestehendes System, für das sie einen Zustand — das Gleichgewicht — nachweisen, der seinerseits über vier Annahmen definiert wird.

Die Systemannahmen können verbal etwa folgendermaßen skizziert werden:

- I.a) Für jede der  $j$  Produktionseinheiten ( $j = 1, \dots, n$ ) gebe es  $Y_j$  mögliche Produktionspläne, die sich auf eine endliche Zahl von Gütern  $h$  ( $h = 1, \dots, l$ ) beziehen, die zumindest teilweise in den Unternehmungen hergestellt werden können. (Die Güter [Dienstleistungen eingeschlossen] werden auf einer endlichen Zahl von räumlich und zeitlich differenzierten Märkten ausgetauscht, wobei das gleiche Gut, auf zwei räumlich verschiedenen oder zeitlich verschobenen Märkten getauscht, wie zwei Güter behandelt wird; die Zahl der Märkte sei  $l$ .)
- Für jedes Gut und jede Unternehmung gebe es non-increasing returns to scale. Marktein- und -austritte sind frei.
- b) Ein Output ist ohne zumindest einen Input ausgeschlossen.
- c) Nicht der gesamte Output darf zugleich wieder Input sein.
- II. Für die endliche Zahl der  $i$  Nachfrager ( $i = 1, \dots, m$ ) ist der Konsum jedes der  $h$  Güter, das nicht (in bestimmten Grenzen) anbietbare Arbeitsleistung ist, nicht-negativ.
- Für jeden Konsumenten gibt es eine Menge  $X_i$  von Konsummöglichkeitenplänen (definiert ohne Budgetrestriktion). Das Anbieten verschiedener Arbeitsleistungen zur gleichen Zeit und die Konsumwahl solcher Kombinationen, die das Leben nicht erhalten, seien ausgeschlossen.
- III.a) Die Auswahl aus den Konsummöglichkeiten eines Subjekts erfolgt in Übereinstimmung mit der Präferenzordnung eines Subjekts, für die eine Nutzenfunktion gelte, die eine kontinuierliche Funktion der Konsummöglichkeiten sein soll.
- b) Es gebe bei keinem Nachfrager für irgendein Gut einen Sättigungspunkt.
- c) Die „Indifferenzflächen der Nutzenfunktion“ seien konvex.
- IV.a) Jeder der  $i$  Konsumenten ist mit Anfangsbeständen aller  $l$  Güter ausgestattet und erhält einen festen Gewinnanteil am Gewinn jeder der  $j$  Unternehmungen. In die Anfangsbestände eines jeden Subjekts können alle seine (in Gütern zahlbaren) Schulden und Guthaben eingeschlossen sein. Daneben mag es noch in Arbeitsleistungen ausgleichende Schulden oder Guthaben geben.
- Von jedem Gut muß der Konsument in irgendeiner Weise konsumieren und dennoch einen positiven Betrag am Markt anbieten

können<sup>5</sup>, denn das Gleichgewicht erfordert<sup>6</sup>, daß jedes Subjekt irgendein Vermögen besitzt oder irgendeine Arbeitsleistung bei positivem Preis am Markt anbieten kann.

- b) Für jeden Konsumenten gilt in bezug auf jede Unternehmung, daß der Gewinnanteil größer oder gleich Null ist und daß bei jeder Unternehmung die Summe der Anteile aller Konsumenten Eins ergibt.

Für ein ökonomisches System, das diese — hier verbal sehr vage beschriebenen — Annahmen erfüllt, soll ein Wettbewerbsgleichgewicht existieren.

Dieses Gleichgewicht wird über folgende Bedingungen definiert:

1. Für jede Unternehmung maximiert ein bestimmter Output-Plan aus allen Produktionsmöglichkeitsplänen bei gegebenen Gleichgewichtspreisen den Gewinn. Diese Output-Kombination sei gleichgewichtig.
2. Es gibt für jeden Konsumenten eine Kombination von Nachfragemengen, die seinen Nutzen innerhalb seiner Nutzenfunktion bei gegebenen Gleichgewichtspreisen maximiert, wobei die Summe der Geldausgaben für diese Nachfragemengen die Einkommenshöhe nicht überschreiten darf. Das Einkommen enthält drei Komponenten: Lohn, Erlöse durch den Verkauf aus den Anfangsbeständen der Güter und der (in Gütern ausdrückbaren) Guthaben sowie Gewinndividenden.
3. Die Preise auf den Märkten müssen nicht-negativ und dürfen nicht alle Null sein. Jeder Markt sei im Gleichgewicht, wenn angebotene und nachgefragte Mengen einander gleichen.  
Möglich bleibt, daß beim Preise Null für ein Gut das Gesamtangebot die Gesamtnachfrage übertrifft. Das sei der klassische Fall eines freien Gutes.
4. Für kein Gut darf beim Gleichgewichtspreis der Überschuß der Nachfragemenge über die Angebotsmenge aus Produktion und Anfangsbeständen positiv sein. Das Produkt aus Gleichgewichtspreis und der bei ihm herrschenden Überschußnachfrage muß für jedes Gut Null sein.

<sup>5</sup> Bei positivem Gleichgewichtspreis für ein Gut wird angenommen, daß der ganze Anfangsbestand angeboten wird, auch wenn Mengen dieses Gutes am Markt wieder nachgefragt werden.

<sup>6</sup> Das gilt für den Fall, daß nur ein Gut einen positiven Preis hat.

## 8. Sitzung (02.07.1990): Modellbildung in ökonomischen Fachbüchern

Im Zusammenhang mit der Darstellung von Modellbildungen in ökonomischen Fachbüchern referierte eine Kommilitonin zum Thema: "Mathematisierung des Lehrstoffs der Wirtschaftslehre in der Berufsschule". Sie beschränkte ihre Betrachtung dabei auf Bücher im Rahmen der Ausbildung zum Einzelhandelskaufmann und bezog sich dazu auf ein Schulbuch<sup>1</sup>, aus dem sie drei Beispiele auswählte. Anhand dieser Beispiele sollte die Rolle untersucht werden, die die Mathematik darin spielt. Als Strukturierungshilfe für diese Sitzung wurden wieder zwei Fragen formuliert, die folgendermaßen lauteten:

1. Welche Inhalte tauchen in Lehrbüchern auf?
2. Welche Typen von mathematischen Betrachtungen tauchen in ihnen auf?

Die Darstellung holte weiter aus und begann mit einem Hinweis auf das BBiG<sup>2</sup>. Laut BBiG soll den Berufsschülern fachliche Kompetenz für ihren späteren Beruf vermittelt werden. Die Referentin betonte, daß es dazu notwendig sei, den Schülern die realen wirtschaftlichen Vorgänge zu erschließen. Dieses sollte ihrer Ansicht nach nicht durch Aneinanderreihen von Informationen über einzelne Fakten geschehen, sondern durch Versuche, wirtschaftliche Zusammenhänge durchsichtig zu machen. Realiter wird bei den Versuchen, Zusammenhänge zu erklären, mehr oder weniger unausgesprochen auf ökonomische Modelle zurückgegriffen. Diese (fast durchgängig) idealen Vereinfachungen werden für die Schüler noch weiter vereinfacht, dabei aber häufig in ihrer mathematischen Darstellung belassen. Für die Schüler wird dabei nicht kenntlich gemacht, daß es sich hier um die didaktische Reduktion von etwas fachwissenschaftlich bereits Reduziertem handelt (Abbilddidaktik<sup>3</sup>). Es wird dabei dem Eindruck Vorschub geleistet, daß ein mathematisch gefaßtes Beispiel im Grundsatz auch empirisch relevant sei.

In ihrem ersten Beispiel zeigte die Referentin, wie im Lehrbuch die Interpretation des Unterrichtsgegenstandes "Markt- und Preisbildung" durch Rückgriffe auf mathematische Modelle erfolgt, denen unausgesprochen ökonomische Modellierungen zugrunde liegen. Der Vorgang der Preisbildung wird "erklärt", indem die komplexen, realen Wirtschaftsabläufe (ohne Hinweise auf zwischengeschaltete ökonomische Modelle) in einer erdachten Situation an der Börse abgebildet werden. Diese Börsensituation stellt eine ideale, reduzierte Welt dar. Ein Zahlenbeispiel wird herangezogen und gibt vor, faktisch eine konkrete Situation zu beschreiben:

Kaufaufträge (= Nachfrage)	Verkaufsaufträge (= Angebot)
50 dt <sup>4</sup> zu 60,— DM	30 dt zu 60,— DM
45 dt zu 61,— DM höchstens	45 dt zu 61,— DM mindestens
20 dt zu 62,— DM höchstens	85 dt zu 62,— DM mindestens
70 dt zu 63,— DM höchstens	40 dt zu 63,— DM mindestens
20 dt zu 64,— DM höchstens	35 dt zu 64,— DM mindestens

**Tab. 1:** Situation an einer Warenbörse; *Quelle:* Hartmann u. Härter, S. 85/86.

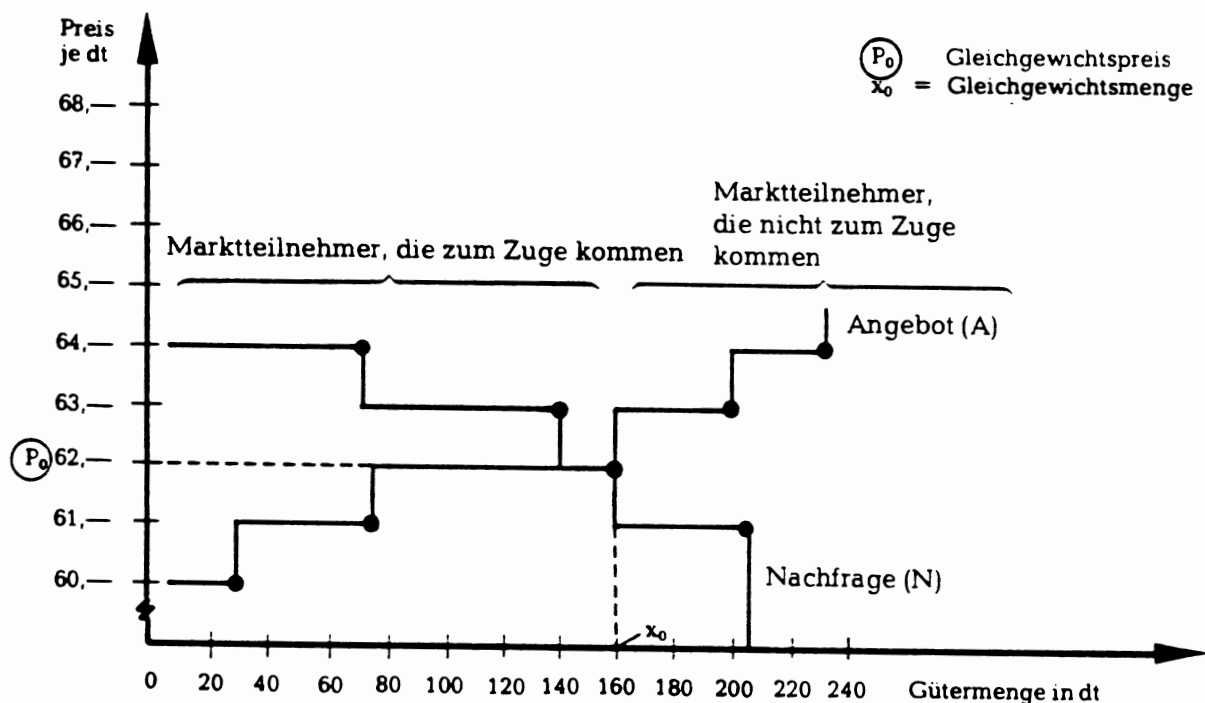
- 1 G. Hartmann und F. Härter, *Die Grundbildung des Kaufmanns*, Rinteln: Merkur, 1983.
- 2 Abkürzung für Berufsbildungsgesetz.
- 3 Abbilddidaktik beinhaltet die formale Reduktion fachwissenschaftlicher Ausgangsaussagen zu weniger komplexen Aussagen, ohne Rückgriff auf sonstige didaktische Prinzipien (z.B. Subjektivität, Erfahrung, Verstehen, Perspektivität etc.).
- 4 Abkürzung für Dezitonne

Die Zahlenwerte aus Tabelle 1 werden dazu verwendet festzustellen, bei welchem Preis (Kurs) der höchste Umsatz erzielt werden kann. Dazu muß berechnet werden, welche Umsätze (= Menge x Preis) bei den einzelnen Preisen möglich sind. (Anmerkung: Es wird nicht erklärt, warum man diese Berechnungen erstellen soll und was hier "möglich" heißt). Die errechneten Daten sind in (der nachstehenden) Tabelle 2 wiederzufinden. Die Zahlenwerte der Tabelle 2 werden sodann in ein Koordinatenkreuz (Abb. 1 auf der folgenden Seite) übertragen. Aufgrund dieser variierten mathematischen Darstellung des gleichen Sachverhalts, soll den Schülern gezeigt werden, daß ein Schnittpunkt zwischen

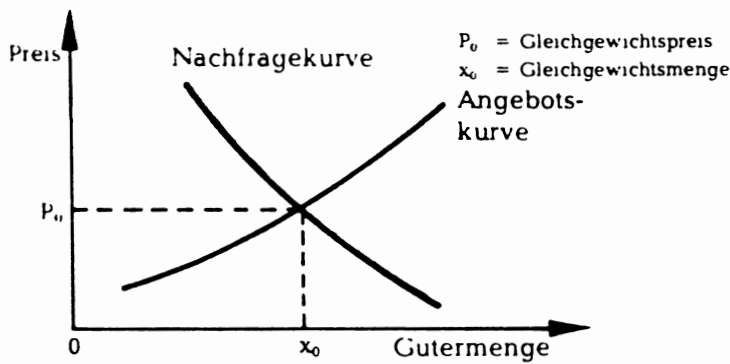
mögliche Preise (Kurse)	durchführbare Kaufaufträge (Nachfrage)	durchführbare Verkaufsaufträge (Angebot)	umsetzbare Menge
60,— DM	205 dt <sup>1</sup>	30 dt <sup>3</sup>	30 dt
61,— DM	205 dt	75 dt	75 dt
62,— DM	160 dt <sup>2</sup>	160 dt	160 dt
63,— DM	140 dt	200 dt	140 dt
64,— DM	70 dt	235 dt	70 dt

**Tab. 2:** Darstellung der Umsätze bei den einzelnen Preisen; *Quelle:* Hartmann u. Härter, S. 85/86.

Angebots- und Nachfragekurve den sogenannten Gleichgewichtspreis darstellt. Dieser Preis stellt den Wert dar, zu dem der höchste Umsatz erzielt werden kann. In Tabelle 2 ist er gekennzeichnet durch die Umrandung der dritten Zeile, in der die Zahlenwerte der



**Abb. 1:** Graphische Darstellung der Angebots- und Nachfragewerte; *Quelle:* Hartmann u. Härter, S. 85/86.



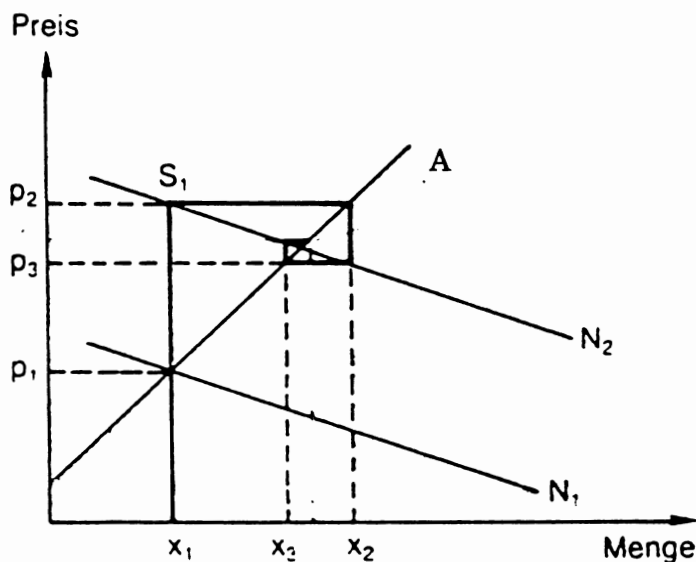
**Abb. 2:** Darstellung der Angebots- und Nachfragekurve; *Quelle:* Hartmann u. Härter, S. 85/86.

durchführbaren Kaufaufträge denen der durchführbaren Verkaufsaufträge entsprechen. (Es wird in der Schulbuchdarstellung nicht deutlich gemacht, daß mit dem Maß "größte umsetzbare Menge" und "Angebotsmenge gleich Nachfragemenge" zwei verschiedene Gleichgewichtsdefinitionen eingeführt werden. Es wird nicht gezeigt, unter welchen Annahmen sie gleichwertig werden und warum nicht nur die zweite und übliche verwendet wird.)

In Abbildung 2 soll den Schülern der gleiche Sachverhalt in einer dritten Variation näher gebracht werden. Dies ist die Darstellung der Angebots- und Nachfragekurve, in der keine Stufen (wie in Abb. 1) zu finden sind; die Veränderung beruht auf der Vorgabe, daß eine so große Zahl von kleinen Anbietern und Nachfragern existiert, daß der Einfluß eines jeden vernachlässigt werden darf.

Im Seminar wurde vermutet, daß sich diese graphische Darstellung für Schüler als problematisch erweist, weil sie (insbesondere bei Abbildung 1) dazu verleitet werden, die Kurven als Beschreibung zeitlicher Verläufe zu betrachten. Zeitabläufe spielen in dieser Abbildung jedoch keine Rolle. Dargestellt sind alternative Merkmalsausprägungen zu einem Zeitpunkt.

An dieser Stelle folgte ein Exkurs über das Modell des Schweinezyklus', um kontrastierend zu schauen, was es bedeutet, wenn ein "statisches Modell" durch die Einführung von Variablen mit unterschiedlicher Periodisierung "dynamisiert" wird:



**Abb. 3:** Darstellung des Schweinezyklus

Zur Erläuterung der Abbildung 3: Ausgangspunkt sei der Schnittpunkt von Kurve A mit  $N_1$  (in  $p_1, x_1$ ). Steigt die Nachfrage (Kurve  $N_2$  gilt), dann können die benötigten Mengen nicht sofort in größerer Zahl angeboten werden, wenn unterstellt wird, daß die Angebotsmengen einer Periode  $t$  einzig von dem in der Vorperiode  $t-1$  gültigen Preis abhängen. Nach den Gesetzen des Preismechanismus ergibt sich aus der erhöhten Nachfrage für die Angebotsmenge  $x_1$  ein höherer Preis ( $p_2$ ), der bei der bisherigen Menge ( $x_1$ ) auf der neuen Nachfragekurve ( $N_2$ ) liegt. Die Anbieter sind nun bereit, für die Periode  $t+1$  zu dem neuen Preis ( $p_2$ ) eine größere Angebotsmenge ( $x_2$ ) auf den Markt zu bringen; es entsteht ein Angebotsüberhang. Dieses Überangebot ( $x_2 - x_1$ ) erfordert annahmegemäß ein Sinken des Preises auf  $p_3$ , da die Nachfrager nur zu diesem Preis die Menge  $x_2$  abzunehmen bereit sind. Bei diesem neuen Preis ( $p_3$ ), der sich aus der Nachfragekurve ( $N_2$ ) ergibt, wollen und können die Anbieter aber wiederum in Periode  $t+2$  nur eine geringere Menge ( $x_3$ ) anbieten, die sich entsprechend der Angebotskurve (A) ergibt usw.. - Bei strenger Betrachtung sind das statische und das dynamische Modell "unvergleichbar". So enthält das eine die Angebotsfunktion  $x_t = f(p_t)$ , das andere stattdessen die Funktion  $x_t = f(p_{t-1})$ .

Abschließend merkte die Referentin einige Kritikpunkte zur Vorgehensweise der Lehrbuchautoren Hartmann u. Härter an:

1. Die dem Modell zugrundeliegenden Prämissen sind in der wirtschaftlichen Realität selten auch nur annähernd anzutreffen. Daraus ergibt sich gleich der nächste Punkt:
2. Das Modell kann die wirtschaftliche Realität kaum erklären.

Dennoch wird dieser Tatbestand häufig ignoriert - etwa wenn gesellschaftliche Gruppen Forderungen (z. B. bei Tarifverhandlungen) daraus ableiten oder Zustände bzw. Spielregeln (z. B. marktwirtschaftliche Prinzipien) legitimieren wollen. Es zeigt sich also, daß die idealen Modelle trotzdem gesellschaftliche Relevanz haben! In schulischen Unterrichten und Lehrmitteln wird das Modell üblicherweise nicht als ideales Modell vorgestellt und in dieser Hinsicht erläutert. Vielmehr wird trotz seiner Realitätsferne so getan, als könne es Realität erklären. Das heißt, man muß befürchten, daß Schüler lernen, statt die komplexe Realität besser zu durchschauen, eine undurchschaute Welt (aufgrund schlagender mathematischer Beweise) in prästabilisierter Harmonie wahrzunehmen und zu akzeptieren.

In ihrem zweiten Beispiel - es bezieht sich auf Arbeitsteilung - ging die Referentin wiederum darauf ein, daß Mathematik zur Erklärung bestehender Sachverhalte herangezogen wird. Tatsächlich ist es für ökonomisches Denken konstitutiv, daß soziale, physische, informationelle, technische Prozesse und Sachverhalte in Geldbeträge "übersetzt" werden, die dann nach spezifischen Kalkülen weiterbearbeitet werden. Insoweit sind Zahlen und Beträge das Bezugssystem unseres wirtschaftlichen Handelns. Daher liegt es nach Auffassung der Referentin nahe, in der Wirtschaft vorgefundene Tatbestände mittels "Zahlenlogik" zu erläutern. Auch das Lehrbuch von Hartmann und Härter verfährt auf diese Weise. Ein ihm entnommenes Beispiel stellt die "Bedeutung" der Arbeitsteilung vor. In einer ersten Tabelle (Tab. 3) werden die Arbeitsergebnisse von drei Personen (A,B,C) in Zahlen festgehalten, die annahmegemäß nicht arbeitsteilig arbeiten.

Arbeitsaufgabe	Personen			Gesamterzeugung („Sozialprodukt“)
	A	B	C	
Waffen herstellen (in Stück)	2	3	1	6
Wild erlegen (in Stück)	5	3	4	12
Früchte sammeln (in kg)	1	2	3	6

**Tab. 3:** Darstellung des Produktionsergebnisses von drei Personen. *Quelle:* Hartmann und Härter, S. 23/24.



Tabelle 3 stellt die Arbeitsergebnisse von drei Personen dar, die jeweils drei Tätigkeiten mit jeweils gleichem Zeitaufwand ausüben, jedoch personenabhängig drei verschiedene Ergebnisse je Tätigkeit erzielen.

Tabelle 4 geht davon aus, daß nun jede der drei Personen nur jenen Tätigkeitsbereich übernimmt, bei dem sie zahlenmäßig vergleichsweise am besten abgeschnitten hat. Durch diese Spezialisierung, der annahmegemäß individuelle Fähigkeiten entsprechen, wird das Gesamtergebnis in dieser Darstellung für jedes Produkt zahlenmäßig gesteigert.

Arbeit	Personen			Gesamterzeugung („Sozialprodukt“)
	A	B	C	
Waffen herstellen (in Stück)	—	9	—	9
Wild erlegen (in Stück)	15	—	—	15
Früchte sammeln (in kg)	—	—	9	9

**Tab. 4:** Darstellung des Produktionsergebnisses bei individueller Spezialisierung auf einen Tätigkeitsbereich. *Quelle:* Hartmann und Härter, S.24.

Mit Hilfe der beiden Darstellungen in den Tabellen 3 und 4, die in ähnlicher Form auch in anderen Berufsschulbüchern auftauchen, wird im Gewande einer einfachen mathematischen Rechnung zu "beweisen" versucht, daß Arbeitsteilung wirtschaftlich ist.

Kritische Einwände der Referentin folgten der Darstellung dieses wirtschaftstheoretischen Modells:

1. Zum einen wurde darauf verwiesen, daß Modelle/Beispiele nützlich sind, wenn es darum geht, den Gehalt bestimmter Begriffe oder Prinzipien zu illustrieren, daß aber die Beispiele nicht mehr beliebig gewählt werden dürfen, wenn sie zugleich gehaltvolle Beschreibungen der Welt sein sollen - wie das hier nahegelegt wird. Im hier verwendeten Modell wurde ein Mißbrauch der Mathematik für ideologische Zwecke erkennbar. Eine Abschätzung von Produktivitäts- und Wohlstandszuwächsen würde die Beschäftigung mit Menschen verlangen, bei der ihre tatsächlichen Neigungen, Verhaltensmöglichkeiten usw., die tatsächlichen sozialen und technischen Kontexte, die organisatorischen Bedingungen, Macht- und Verteilungsfragen usw. berücksichtigt werden. Das sei dann ein schwieriges Unterfangen. Hier werde wiederum auf ein mathematisches Modell zurückgegriffen, welches im Grunde genommen jedoch verworfen oder zumindest geändert werden müßte, um verlässlich zu sein. Vorgestellt wurde ja nur die mathematisch geschönte Vulgarisierung des Theorems der komparativen Kosten von Ricardo.

2. Zum anderen wurde die Befürchtung geäußert, daß auch dieses Modell gesellschaftliche Relevanz hat. Dieses Modell lege es nahe, eine Atomisierung der Handlungsvollzüge in allen Bereichen anzustreben. Dabei würden die Grenzen des Modells (sowie kontraproduktive Effekte) außer Acht gelassen wie auch die Rigidität der Kernaussage des Modells. Diese lautet: Spezialisierung ist immer "positiv", da sie mit größerer Effektivität verbunden ist. Beispielsweise werden organisatorische Bedingungen ausgeblendet, die jede Spezialisierung mit sich bringt. Man stelle sich einmal vor, es gäbe nur Fachärzte, die sich jeweils bloß in ihrem Spezialgebiet sehr gut auskennen, dann wären Krankheitserkennung und -behandlung vermutlich nicht "effektiv".

In einem dritten Beispiel ging die Referentin auf Versuche ein, ökonomische Fachbegriffe mit Hilfe mathematischer Darstellungsmöglichkeiten zu behandeln. Begriffe der wirtschaftlichen Fachterminologie sollen hierbei über Tabellen, graphische Darstellungen oder Kreislaufschemas miteinander in Bezug gesetzt oder gegeneinander abgegrenzt werden. Aus dem Lehrbuch von Hartmann und Härter wurde als Beispiel eine

tabellarische Darstellung herangezogen, die einen zusammenfassenden Überblick über Marktformen vermitteln soll.

Die Referentin charakterisierte diese Darstellung als gelungene Anwendung von Mathematik: die in ihr enthaltenen Begriffe seien klar definiert, voneinander abgegrenzt und zueinander in Beziehung gesetzt. Die Frage, ob tatsächlich eine Mathematisierung vorliegt, konnte im Seminar nicht eindeutig beantwortet werden. Zwar enthält die Tabelle Zuordnungen und sogar eine Rangordnung quantifizierender Elemente (viele, wenige, einer), dennoch scheint der Ausdruck "Mathematisierung" hier hoch gegriffen und verdeckt den bloß synoptischen Charakter der Darstellung. Diese Darstellung beruht auf einer didaktisch rigorosen, klassifikatorischen Reduktion von bereits vorweg modellierten Systemen - nämlich den oben beschriebenen Preisbildungsmodellen. Die Tabelle enthält lediglich wenige aus den Modellen entnommene Punkte. Die Frage, ob die Tabelle eine Mathematisierung eines Sachverhalts beinhaltet, blieb im Seminar daher unbeantwortet und wurde uneinheitlich diskutiert. Es steht jedem offen, für sich eine Antwort zu finden.

Zahl der Anbieter	Marktbeschaffenheit	Preisbildung
viele	vollkommene polypolistische Konkurrenz	Bildung eines Einheitspreises; der einzelne Anbieter bzw. Nachfrager hat keinen Einfluß auf den Preis
	unvollkommene polypolistische Konkurrenz	Es gibt mehrere Preise für ein Gut; der einzelne Anbieter hat einen geringen Spielraum bei der Preisfestsetzung
wenige	vollkommene oligopolistische Konkurrenz	Bildung eines Einheitspreises durch abgestimmtes Verhalten der Oligopolisten
	unvollkommene oligopolistische Konkurrenz	Es gibt unterschiedliche Preise für eine Güterart; Oligopolisten müssen die Reaktion ihrer Konkurrenten bei Preisänderungen und/oder Produktänderungen berücksichtigen
einer	vollkommenes Monopol	Der Monopolist kann nur einen Preis für ein Gut verlangen; er ist in der Preissetzung unabhängig
	unvollkommenes Monopol	Der Monopolist kann Preise differenzieren (z. B. Tag- und Nachtstromtarif).

**Tab.5:** Zusammenfassender Überblick über die Marktformen. *Quelle:* Hartmann und Härter, S. 94.

Als Einschub zu diesem Aspekt wies Herr Blum auf sechs Punkte hin, in denen sich für ihn besonders deutlich eine Verschränkung der Mathematik mit Inhalten wirtschaftlicher Unterrichte zeige:

1. Elementares Wirtschaftsrechnen
2. Erfüllung bestimmter Funktionen in der Wirtschaftstheorie
3. Anwendung mathematischer Verfahren zur Optimalplanung
4. als Ausdruck für Relationen in wirtschaftlichen Zusammenhängen/Situationen
5. als Grundlage für die Wirtschaftsstatistik
6. Anwendung globaler mathematischer Modelle zur Erklärung der ökonomischen Welt (z.B. Arrow/Debreu)

### 3. Sitzung (09.07.1990): Didaktische Konzeptualisierung im Rechnungswesen

Abschließend befaßte sich das Seminar mit Fragen des Rechnungswesens. Wenn die oben vorgestellte Überlegung gilt, daß es für das ökonomische Denken charakteristisch ist, daß sie über die Welt ein Netz monetärer Bewertungen zieht und diese Bewertungen nach vorgestanzten Verfahren verarbeitet werden, dann kommt dem Rechnungswesen eine zentrale Position in der Ökonomik zu. Für den mit dem Rechnungswesen verbundenen Aspekt ökonomischen Denkens läßt sich die Mathematik gar nicht wegdenken: Bilanzen, Buchungen, Kennziffern u. ä. ergeben sich aus mathematischen Behandlungen des Gegenstandes. Hier genau setzt das didaktische Interesse an dem Thema an. Da zu beobachten ist, daß in den Unterrichten zum Rechnungswesen häufig nur noch Mathematik steril angewendet wird und dem Lernenden die ökonomische Bedeutung der mathematischen Handlungen gar nicht mehr bewußt werden, stellt sich die Frage, wie dieser Erscheinung Einhalt geboten werden könnte. Zu diesem Problem wurde ein Aufsatz aus dem Buch *Berufsausbildung im Einzelhandel: Beiträge zur Neuordnung und Kritik*<sup>1</sup> referiert.

Als erstes wurde herausgestellt, daß zumindest für den Anfangsunterricht kaum eine praxisorientierte Differenzierung zwischen den einzelnen Berufen wie z.B. Industrie-, Bank-, Großhandels-, Versicherungskaufmann etc. gemacht wird. Demgegenüber hätten die Schüler (Auszubildenden) eine relativ genaue Vorstellung von den Inhalten ihres zukünftigen Berufes, wie z.B. von den Waren und Preisen etc. in ihrem Wirkungsfeld. Als Teilnehmer am Wirtschaftsleben haben sie durch persönliche Erfahrungen Waren und Preise kennengelernt. Daher haben sie sowohl eine Vorstellung von dem ökonomischen Ablauf des günstigen Einkaufs von Waren und deren Verkauf zu einem möglichst hohen Preis als auch von der Tatsache, daß Geld ausgegeben und eingenommen wird. Abstrakte Inhalte wie beispielsweise eine Bilanz sind ihnen jedoch oftmals völlig fremd. Dennoch müssen sie damit vertraut gemacht werden, da Buchführung das Kernstück des Rechnungswesens ist, und somit auch solche Inhalte wie eine Bilanz Hauptgegenstand des Unterrichts darstellen. Im ungünstigsten Fall wird den Schülern lediglich die Fertigkeit des Buchens vermittelt, und aus ihnen nicht nachvollziehbaren Gründen entstehen Bilanz und Konten.

Dagegen steht die Forderung, im Wirtschaftsunterricht Bezug zur Berufspraxis in einer Weise herzustellen, in der Einnahmen und Ausgaben von ganz zentraler Bedeutung sind. Anstelle der bisherigen Vermittlungsweise schulischer Inhalte könnte eine didaktische Umstellung der Inhalte vorgenommen werden und mit Hilfe sinnvoller Fallbeispiele aus dem Erlebnisbereich der Auszubildenden ein Einstieg ins Rechnungswesen gefunden werden. Dabei ist den Schülern ebenfalls zu vermitteln, daß sowohl die Wirtschaftssubjekte der privaten Haushalte, denen sie selbst angehören, als auch der Staat den Etat auf Zahlungen begründen.

Als Ursachen für Lernwiderstände, geringe oder fehlende Schülermotivation und schlechte Unterrichtserfolge werden von H.F. Gross folgende Faktoren angeführt:

---

<sup>1</sup> H.F. Gross, "Problemfach 'Rechnungswesen' - Didaktische Überlegungen zur Überwindung einer Bildungsbarriere für Auszubildende in Verkaufsberufen", in: G. Kutscha und H. Schanz (Hrsg.), *Berufsausbildung im Einzelhandel: Beiträge zur Neuordnung und Kritik*, Stuttgart: Holland und Josenhans, 1988, S.135-152.

- mangelhafter oder fehlender Bezug zur Erlebniswelt der Auszubildenden
- begrifflich-abstrakte Orientierung an rein formal erklärten Gebilden wie dem Inventar und den Bilanzen
- der Beginn mit dem Ende; dies soll heißen, daß im allgemeinen mit der Bilanz begonnen wird, die eigentlich als Ergebnis ökonomischer Prozesse und ihrer Abbildungen am Ende steht.

Als didaktische Konsequenz aus diesen Resultaten wird von dem Autor folgendes gefordert:

1. Berücksichtigung der Erlebniswelt der Auszubildenden.
2. abstrakt-formale Begriffe zu Beginn meiden oder diese mit nachvollziehbarem Inhalt füllen
3. die Formalsprache des Rechnungswesens durch nachvollziehbares, wirtschaftliches Handeln aus der Erlebniswelt füllen
4. den Entstehungsprozeß neuer und komplexer Strukturen im gesamten Unterrichtsverlauf sichtbar erhalten.

Der Erfolg eines solchen praxisbezogenen Unterrichts ist meßbar besser, wie bei Unterrichtsversuchen am Oberstufenzentrum (OSZ) Handel, am OSZ Verkehr und in einzelnen Klassen der vollschulischen Berufsgrundbildung in Berlin (West) festgestellt wurde.

Aufgrund dieser Resultate fordert H.F. Gross in seinem Beitrag, daß Schüler nicht bloß Begriffe und Definitionen vom Lehrer genannt bekommen, da sie deren Sinn und Gesamtzusammenhang nicht erfassen/verstehen können. Statt dessen sollten ihnen neue Sachverhalte zunächst inhaltlich erläutert und verständlich gemacht werden bevor eine Begriffsdefinition erfolgt.

Des weiteren ist es problematisch, wenn die Schüler ihnen bereits bekannte Begriffe wie z.B. Kapital<sup>2</sup> mit neuen, ausführlicheren Inhalten definiert bekommen. Als Beispiel hierfür kann die Differenzierung des Begriffs 'Kapital' innerhalb des Rechnungswesensbereichs in Real-, Nominal-, Produktiv-, Betriebs-, Eigen- und Fremdkapital angeführt werden. Hinzu kommt das Problem, daß der gleiche Begriff (Kapital) in verschiedenen Fächern wie Rechnungswesen, Volkswirtschaftskunde und Wirtschaftslehre mit unterschiedlichen Inhalten versehen wird.

Bleibt zum Schluß zu bemerken, daß es, um alle folgenden Schritte im Unterricht verstehen zu können, nötig ist, die vorhergehenden Schritte richtig verstanden und verarbeitet zu haben. Dies setzt voraus, daß in der Gesamtkonzeption des Unterrichts die einzelnen Lernschritte nicht zu groß sein dürfen und eine regelmäßige Lernzielkontrolle stattfinden muß.

Alle von H.F. Gross aufgestellten Forderungen lassen sich nur gegen die bestehenden Curricula durchsetzen. Die Lernziele z.B. sollten nicht mehr überregional verordnet werden, da sie über längere Zeit die Fortentwicklung und Verbesserung des Buchführungsunterrichts behindern würden. Es gibt demzufolge nur die Möglichkeit zumindest alternative Curricula zu entwickeln.

---

<sup>2</sup> Für Schüler ist der Begriff Kapital zunächst lediglich ein Synonym für den des Bargelds. Bei der Neudefinition im Wirtschaftsunterricht können sie ihr herkömmliches, relativ eingeschränktes Begriffsverständnis nicht auf die neuen Inhalte übertragen, da es vollkommen von diesem differiert.