

*Werner Blum*

## Fachrechnen / Technische Mathematik

1	Problemstellung	
2	Derzeitige Ziele, Konzeption und Inhalte der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule .....	S. 86
3	Mathematische Vorkenntnisse metallgewerblicher Berufsschüler .....	S. 88
4	Derzeitige mathematische Fachmethodik in der metallgewerblichen Berufsschule .....	S. 90
5	Zusammenfassende Kritik des mathematischen Unterrichts und Diskussion möglicher Veränderungen .....	S. 93
6	Allgemeine Ziele der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule .....	S. 96
7	Skizze einer Konzeption zur „Praktischen Mathematik“ in der metallgewerblichen Berufsschule .....	S. 98

### 1 Problemstellung

Im Berufsschulunterricht wie auch in Ausbildungsabschlußprüfungen des Metallgewerbes spielen *mathematische Inhalte* — wie z.B. Prozent- und Dreisatzrechnung, Formelumstellen oder geometrische Inhaltsberechnungen — eine erhebliche Rolle. Diese Inhalte sind im Berufsschulcurriculum in der Regel im *Fachrechnen* enthalten. In denjenigen Bundesländern, in denen das Fachsystem der Berufsschule durch ein Lehrgangs- oder Kurssystem abgelöst worden ist bzw. werden soll, gibt es statt des Fachrechnens entweder gesonderte Lehrgänge in „*Technischer Mathematik*“ oder eine völlige Einbindung der vorkommenden mathematischen Inhalte in die berufsbezogenen Lehrgänge.

Im folgenden sollen einige *didaktische Probleme der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule* diskutiert werden. In den Abschnitten 2 bis 5 wird der derzeitige Unterricht in Fachrechnen bzw. Technischer Mathematik bzw. in die Fachkunde eingebundener Mathematik (jeweils kurz: der „mathematische Unterricht“) im Hinblick auf Ziele, Konzeption, Inhalte und Methoden analysiert.<sup>1</sup> Ausgehend von einer Kritik an der derzeitigen Situation wird dann in den Abschnitten 6 und 7 eine modifizierte Konzeption mit partiell anderen Zielen und Methoden für die Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule vorgeschlagen.

## 2 Derzeitige Ziele, Konzeption und Inhalte der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule

Traditionell werden die berufsschulrelevanten mathematischen Inhalte vom *Fachrechnen* erfaßt<sup>2</sup>, das wöchentlich 1 bis 2 Stunden unterrichtet wird. Das Fachrechnen der Berufsschule ließ und läßt sich charakterisieren durch eine *enge Verbindung zwischen Mathematik und beruflicher Fachkunde*. So hat nach *Wolff* (1958) der Fachrechenunterricht „das Nahziel, die in den allgemeinen Schulen erworbenen Rechenfertigkeiten zu festigen und durch Beziehungen zum beruflichen Erleben zu vertiefen“ und als wichtigstes *Ziel* eine „Untermauerung der Fachkunde durch rechnerische Durchdringung“. Nach *Grüner*<sup>3</sup> soll das Fachrechnen „berufsnotwendige Rechenfertigkeiten vermitteln“ und „zum Verständnis technischer Vorgänge beitragen; die fachkundlichen Lehrinhalte sollen in ihm rechnerisch unterbaut oder vertieft werden“. Daneben werden für den Fachrechenunterricht zwar traditionell auch formale Ziele wie — nach *Grüner* (1955, S. 482) — „Erziehung zur Nüchternheit und zum klaren Denken“ postuliert. Dies scheint jedoch in der Unterrichtspraxis i. a. von untergeordneter Bedeutung zu sein. Wir kommen in Abschnitt 6 auf die Zielproblematik zurück.

Welcher Art diese Verbindung mathematischer mit fachbezogenen Themen ist, zeigt sich deutlich bei *Fachrechenbüchern*. Wie verschiedene Schulbuchanalysen<sup>4</sup> zeigen, gehören zum *Fachrechnen* i. w. drei Komponenten:

- a) mathematische Themen im engeren Sinne (wie Arithmetik, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Körper oder Trigonometrie);
- b) in Anwendungen eingebettete mathematische Themen, die unabhängig vom außermathematischen Sachverhalt ein eigenständiges mathematisches Gebiet konstituieren (insbesondere Prozent-, Dreisatz- und Mischungsrechnung);
- c) das eigentliche „Fachrechnen“, d. h. fachkundliche Themen (hier: Anfangsgründe der angewandten Physik), verwoben mit mathematischen Stoffinhalten; dies wird durch einfache betriebskundliche Rechnungen ergänzt.

Die zu a) und b) gehörigen Themen nehmen in den metallgewerblichen Fachrechenbüchern durchschnittlich weniger als ein Fünftel des gesamten Umfangs ein und stehen überwiegend am Beginn der Bücher<sup>5</sup>; über die Hälfte besteht aus Aufgaben.

Diese Einbindung der Mathematik in die Fachkunde bedeutet eine *Unterordnung* (*Grüner* 1955, S. 477) insofern, als auf einen eigensystematischen Aufbau der Mathematik verzichtet wird. Die Reihenfolge des Auftretens mathematischer Inhalte richtet sich i. w. nur nach der Fachkunde, welche sich ja traditionell an die Aufeinanderfolge der im Betrieb zu erlernenden manuellen Qualifikationen anlehnt.

Um die im Fachrechnen gestellten Anforderungen zu bewältigen, ist es besonders wichtig, über genügend Erfahrung im erfolgreichen Lösen von *Sachaufgaben* („Textaufgaben“) zu verfügen. Nach aller Erfahrung liegt die Hauptschwierigkeit

dabei beim Mathematisieren des gestellten Problems<sup>6</sup>, d.h. beim Finden des Ansatzes, z.B. Aufstellen einer Gleichung oder Zeichnen einer geometrischen Figur.

In einem Lehrgangssystem, welches für die Grundstufe des Berufsfelds Metalltechnik einen Kurs „*Technische Mathematik*“ vorsieht, sollen die benötigten mathematischen Hilfsmittel zu Beginn zusammengefaßt bereitgestellt werden, in der Hoffnung auf spätere Verfügbarkeit. In den Fachstufen auftretende zusätzliche mathematische Themen sind dann in die fachbezogenen Lehrgänge integriert.

Ein Lehrgangssystem, welches — wie in Hessen — für das Berufsfeld Metalltechnik *keinen* Kurs über „Technische Mathematik“ o.ä. enthält, scheint so die von mathematischen Themen erwartete „Untermauerung der Fachkunde durch rechnerische Durchdringung“ am konsequentesten anstreben zu wollen. Sämtliche mathematischen Inhalte tauchen jeweils an den Stellen der berufsbezogenen Lehrgänge auf, an denen sie als Hilfsmittel benötigt werden; sie werden in den Lehrplänen i.a. nicht explizit ausgewiesen, sondern sind nur implizit durch Formulierungen wie „... berechnen...“ erkennbar.

Analysen von Lehrplänen (zum Fach- und zum Lehrgangssystem) und von Lehrbüchern ergeben, daß die im metallgewerblichen Berufsschulunterricht explizit oder implizit auftretenden *mathematischen Inhalte* — mit kleineren berufs- oder bundeslandspezifischen Abweichungen — grob die folgenden sind (Reihenfolge *nicht* nach Wichtigkeit):

- Zahlen, Grundrechenarten
- Variable, Terme, Termumformungen
- Einfache Potenz- und Wurzelrechnung
- Rechen-Hilfsmittel
- Prozentrechnung
- Größen, Rechnen mit Größen
- Dreisatzrechnung
- Einfache Gleichungen und Ungleichungen
- Formelumstellen
- Lineare Funktionen
- Tabellen, Diagramme, Graphen
- Darstellung und Berechnung geometrischer Figuren
- Darstellung und Berechnung von Körpern
- Pythagoras
- Strahlensätze
- Einfache Trigonometrie
- Einfachste Vektorrechnung

Wie vorhin schon deutlich geworden ist, reichen die mit diesen Inhalten verbundenen *Anforderungen* i.a. von der Taxonomie-Stufe „Wissen“ über „Erfassen“ bis zur Stufe „Anwenden“<sup>7</sup>, und zwar mit abnehmender Tendenz.

Man muß allerdings vermuten, daß im späteren *Berufsleben* weit *weniger* mathematische Inhalte tatsächlich direkt von Bedeutung sind. Zu diesem wichtigen Problem sind jedoch kaum verlässliche Aussagen möglich, da diesbezügliche Erhebungen mit großen methodischen Schwierigkeiten verbunden sind und deshalb bisher noch weitgehend fehlen. Aufgrund von Untersuchungen der Pädagogischen Arbeitsstelle des Deutschen Volkshochschulverbandes<sup>8</sup> scheinen in erster Linie die folgenden Inhalte in einer sehr großen Zahl von Metallberufen eine Rolle zu spielen:

Einfache Arithmetik mit Zahlen und Größen  
Prozentrechnung  
Dreisatzrechnung  
Tabellen, Diagramme, Graphen  
Quadrate und Quadratwurzeln  
Einfache geometrische Figuren und Körper

Dabei sind weniger Qualifikationen im Bereich formal-korrekt mathematischer Operationen als vielmehr auf dem Gebiet des *verständigen* — eventuell auch nur überschlagsmäßigen — *Erfassens von Situationen* gefragt.

Es wäre sehr wichtig, mehr derartige Arbeitsplatzanalysen zur Verfügung zu haben. Die hierbei gemachten Beobachtungen könnten dann Rückwirkungen auf das Berufsschul-Curriculum haben; ich komme in Abschnitt 6 hierauf zurück.

### 3 Mathematische Vorkenntnisse metallgewerblicher Berufsschüler

Fast alle der in Abschnitt 2 aufgezählten berufsschulrelevanten mathematischen Inhalte gehören zum verbindlichen Stoff der Klassen 5 bis 9 in sämtlichen Schularten der Sekundarstufe I; lediglich Trigonometrie, Vektorrechnung und Teile der Raumgeometrie sind erst in Klasse 10 angesiedelt. Daher könnte man bei oberflächlicher Betrachtung versucht sein, in der Berufsschule auf eine eigenständige Thematisierung dieser Inhalte zu verzichten und sie bei Bedarf sofort anzuwenden, etwa so, wie dies in einem Lehrgangssystem ohne gesonderten Lehrgang zur „Technischen Mathematik“ geschieht. Tatsache ist jedoch, daß bei sehr vielen Berufsschülern nur zu einem ganz geringen Maße auf derartige mathematische *Vorkenntnisse* aus der Sekundarstufe I zurückgegriffen werden kann. Dies zeigen übereinstimmend sämtliche hierzu in den letzten Jahren und Jahrzehnten angestellten Erhebungen.<sup>9</sup> Mangelnde Rechenfertigkeiten bei Berufsschülern sind also keine neue Erscheinung, die etwa auf die sogenannte „neue Mathematik“ in Grundstufe und Sekundarstufe I zurückzuführen wäre! Weiter läßt sich feststellen, daß der Berufsschüler seine vorhandenen Vorkenntnisse oft nicht nutzen kann, da er bei vielen Sachaufgaben gar nicht bis zur mathematischen Formulierung durchdringt (vgl. die Bemerkungen zu Sachaufgaben in Abschnitt 2).

Obwohl Berufsschulklassen oft recht heterogen zusammengesetzt sind, sollen doch zwei mögliche *Gründe* (von vermutlich mehreren) herausgearbeitet werden, die gemeinsam derartige *Defizite* begünstigen könnten (vgl. *Lörcher* 1978). Zum *einen* sind wesentliche Teile der berufsschulrelevanten mathematischen Themen, insbesondere die Grundrechenarten, Prozentrechnung, das Rechnen mit Größen inklusive Dreisatzrechnung und elementare Geometrie, bereits Stoff der Klassen 5 bis 7; sie liegen also zeitlich weit zurück und sind dazwischen oft nicht mehr genügend behandelt worden. Dies erklärt teilweise die Defizite bei Berufsschul-Eingangstests. Zum *zweiten* sind die meisten dieser Themen in der Sekundarstufe I wohl in anderer Weise erarbeitet worden als dies in der Berufsschule gebraucht wird. *Lörcher* (1978, S. 182) spricht in diesem Zusammenhang sogar von „gravierenden Diskrepanzen“ zwischen „den im Mathematikunterricht der Haupt- und Realschulen vermittelten und den später benötigten Kenntnissen“. So benötigt der metallgewerbliche Berufsschüler — unabhängig, ob dem Berufsschulunterricht eine der in Abschnitt 2 beschriebenen curricularen Konzeptionen oder die in Abschnitt 7 entwickelte modifizierte Konzeption zugrundeliegt — viel weitergehende Fähigkeiten im *Umgehen mit algebraischen und geometrischen Formeln*, im *Lesen von Zeichnungen* oder im *Interpretieren von Tabellen und Diagrammen*, als sie der Mathematikunterricht der Sekundarstufe I bereitstellt; insbesondere bei der Geometrie können Vorkenntnisse und Anforderungen erheblich auseinanderklaffen. Vor allem begegnet dem S I-Schüler die Mathematik weit seltener in situationsgebundener Form, d.h. in Zusammenhang mit echten *Anwendungen*, als später dem Berufsschüler. Dies erklärt teilweise die Defizite bei der Behandlung von Sachaufgaben im Fachrechenunterricht.

Es ist m.E. nicht primäre Aufgabe der allgemeinbildenden Schulen in der Sekundarstufe I, auch nicht der Haupt- und Realschulen, auf die Anforderungen der berufsbildenden Schulen in der Sekundarstufe II vorzubereiten. Trotzdem sollte bei Lehrern, Lehrbuch- und Richtlinienautoren der S I-Schulen zumindest bekannt sein, welche mathematischen Inhalte in welcher Form in der Berufsschule benötigt werden. Des weiteren dürften Qualifikationen wie die eben genannten unabhängig von S II-Anforderungen auch als Ziele der Sekundarstufe I unbestritten sein. Daher ist es legitim, aus der Sicht der Berufsschule *Forderungen* zu stellen a) nach stärkerer Gewichtung der relevanten Themen aus Arithmetik, Sachrechnen, Algebra und Geometrie im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I sowie b) nach deren genügender Einbindung in außermathematische Anwendungen (vgl. dazu auch *Vollrath* 1975 und *Lörcher* 1978).

Als unterrichtliche Konsequenz solcher Defizite schlägt u.a. *Heidrich* (1973) vor, daß der Lehrer die individuellen mathematischen Vorkenntnisse mittels — nicht in die Benotung eingehender — zielorientierter *Eingangstests* ermittelt und sodann versucht, eventuelle Defizite allmählich abzubauen. Auf Möglichkeiten zur „Wiederholung“ mathematischer S I-Stoffe — vorangehender Wiederholungsblock oder integrierte Wiederholung? — werde ich in Abschnitt 7 nochmals kurz eingehen.

#### 4 Derzeitige mathematische Fachmethodik in der metallgewerblichen Berufsschule

Die von der Zielsetzung her (vgl. Abschnitt 2) wichtigste und i. w. unbestrittene Funktion der Mathematik als *Hilfe* für die Fachkunde bedeutet in der unterrichtlichen Praxis, daß mathematische Inhalte oft in folgender Art vermittelt werden: Der jeweils zu behandelnde Stoff (z. B. ein Verfahren zum Lösen von Dreisatzaufgaben, eine geometrische Formel oder ein Verfahren zum Umformen von Gleichungen) wird anhand eines „Muster-Beispiels“ eingeführt, danach oder parallel dazu — oder auch ohne einführendes Beispiel sofort — allgemein *in Rezeptform* („Merke“) *vermittelt*, gegebenenfalls an vielen Beispielen eingeübt und schließlich vom Schüler bei fachkundlichen Aufgaben — notgedrungen — ohne tieferes Verständnis *schematisch angewandt*. Begründungen fehlen meist völlig. Eine systematische Erarbeitung von Strategien zur Bewältigung von Sachaufgaben erfolgt nur selten. Die verwendeten Begriffe und Methoden entstammen meist der *traditionellen Hauptschul-Mathematik* der 50er Jahre, die vom Ideal der „volkstümlichen Bildung“ geprägt war. Neuere fachmethodische Hilfsmittel, die im allgemeinbildenden Schulwesen während des letzten Jahrzehnts jene traditionellen Verfahren abgelöst haben oder ihnen ergänzend zur Seite getreten sind, sind in der Berufsschule noch weitgehend unbekannt. Hierzu im folgenden einige *Beispiele aus neueren Fachrechenbüchern*:

- 1 Die *Dreisatzrechnung* (sogenannte „Schlußrechnung“) wird in den Fachrechenbüchern stets in traditioneller Weise und rezepthaft dargestellt.  
Beispiel<sup>10</sup>:

Jede einfache Dreisatzaufgabe enthält drei Zahlenangaben, aus denen man die Antwort berechnen kann. Hierzu benötigt man „drei Sätze“, die der Rechnung ihren Namen geben:

- ① **den Behauptungssatz**, der aussagt, was wir wissen,
- ② **den Mittelsatz**, der von der Mehrheit auf die Einheit schließt,
- ③ **den Schlußsatz**, der von der Einheit auf die neue Mehrheit schließt.

Bei der Dreisatzrechnung unterscheidet man **gerade** und **umgekehrte Verhältnisse**.

##### Gerade Verhältnisse

Bei **geraden** Verhältnissen nehmen beide Zahlenangaben des Behauptungssatzes gleichzeitig entweder zu oder ab.

Je mehr, desto mehr; Je weniger, desto weniger!	
Zunahme	
Stahlmenge in kg	100 200 300 400 500
Stahlpreis in DM	76 152 228 304 380
Zunahme	

Merke: Teile bei geraden Verhältnissen im Mittelsatz ② und multipliziere im Schlußsatz ③!

Abb. 1

##### Ungerade Verhältnisse

Bei **umgekehrten** Verhältnissen nimmt eine Zahlenangabe des Behauptungssatzes zu, während die andere abnimmt.

Je mehr, desto weniger; Je weniger, desto mehr!	
Zunahme	
Anzahl der Arbeiter	1 2 3 4 5
notwendige Stunden	120 60 40 30 24
Abnahme	

Merke: Multipliziere bei ungeraden Verhältnissen im Mittelsatz ② und teile im Schlußsatz ③!

Ich will auf die Dreisatzrechnung exemplarisch ausführlicher eingehen. Die grundlegende Analyse der traditionellen Schlußrechnung durch *Kirsch*<sup>11</sup> trifft auch auf die heutigen Fachrechenbücher zu:

- a) Es „fehlt der Hintergrund des allgemeinen Zuordnungsbegriffs. Bei dem Schüler entsteht der Eindruck, jede Je mehr-desto mehr-Zuordnung . . . sei eine Proportionalität<sup>12</sup> und jede Je-mehr-desto weniger Zuordnung . . . sei eine Antiproportionalität“<sup>12</sup>.
- b) „Indem von ‚Schlüssen‘ die Rede ist, entsteht . . . der Eindruck, es handele sich bei den für Proportionalitäten bzw. Antiproportionalitäten charakteristischen Regeln<sup>12</sup> um rein logische Gesetze. Abweichungen in konkreten Situationen, z.B. infolge der Gewährung von Mengenrabatt, werden als ‚unlogisch‘ hingestellt oder — was noch schlimmer ist — dahingehend interpretiert, daß es in der Praxis sowieso anders aussehe als im Unterricht.“
- c) „Indem von ‚Rechnung‘ die Rede ist, entsteht der Eindruck, die Schlußrechnung sei nur eine neue Rechnungsart, vergleichbar etwa der Bruchrechnung oder der Prozentrechnung. Demgegenüber ist zu betonen, daß es bei der sogenannten Schlußrechnung um die Erfassung realer Situationen mittels mathematischer Modelle geht. Diese Modelle sind die Begriffe Proportionalität und Antiproportionalität und die hierfür charakteristischen Regeln. . . Ihre Anwendbarkeit ist . . . nicht denknotwendig, sondern muß in jedem konkreten Fall geprüft werden.“
- d) Die traditionelle Schlußrechnung ist „geprägt durch die Betonung starrer Lösungsschemata.“

- 2 Bei der *Prozentrechnung* findet man in den Büchern überwiegend eine rezepthaft aufbereitete Dreisatzmethode.  
 Beispiel<sup>13</sup>:

Die Prozentrechnung ist eine einfache Dreisatzrechnung.

Alle Größen werden hierbei auf 100 bezogen.

Aufgrund zweier gegebener Größen ist die dritte zu berechnen.

**Beispiel**

Für eine Tür betrug der Blechbedarf 3,6 m<sup>2</sup>, der Verschnitt 0,18 m<sup>2</sup>.  
 Berechne den Verschnitt in %!

**Lösungsgang in 3 Schritten**

			<b>Anmerkung</b>	
Angabe:	3,6 m <sup>2</sup>	≙ 100%	3,6 m <sup>2</sup>	≙ Grundwert
Einheit:	1 m <sup>2</sup>	≙ $\frac{100}{3,6}$		
Antwort:	0,18 m <sup>2</sup>	≙ $\frac{100 \cdot 0,18}{3,6}$	0,18 m <sup>2</sup>	≙ Prozentwert
		= <u>5%</u>	5%	≙ Prozentsatz

Abb. 2

- 3 Bei der *Berechnung* von Flächeninhalten und Umfängen ebener *Figuren* bzw. von Rauminhalten und Oberflächen räumlicher *Körper* werden fast stets die Berechnungs-Formeln ohne jegliche Begründung gegeben.  
Beispiel<sup>14</sup>:

### Kreisfläche

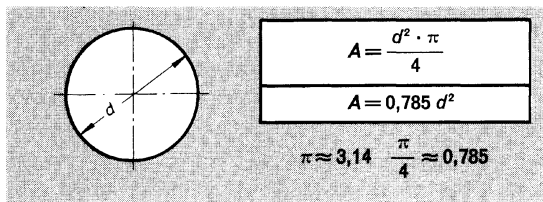


Abb. 3

Auch der Satz des Pythagoras wird stets ohne Begründung gegeben und nur am Standardbeispiel  $3^2 + 4^2 = 5^2$  veranschaulicht.

- 4 In der *Gleichungslehre* werden Variable (Platzhalter) wie früher üblich „allgemeine Zahlen“ bzw. „Unbekannte“ genannt. Von „*der* Unbekannten“ wird selbst dann gesprochen, wenn die gegebene Gleichung mehr als eine Lösung hat (die Gleichung wird dann unvollständig, also falsch gelöst).  
Beispiel<sup>15</sup>:

Zur Berechnung des unbekanntes Gliedes einer Gleichung formt man die Gleichung in der Regel so um, daß das gesuchte Glied *links* vom Gleichheitszeichen und *allein* steht.

Bei Übungsaufgaben für das Buchstabenrechnen wird der gesuchte Wert mit *x* oder *y* bezeichnet.

### Potenzgleichungen

Auf beiden Seiten der Gleichung muß die Wurzel gezogen werden.

Beispiele:

$$\begin{array}{l}
 x^2 = 49 \quad \sqrt{\phantom{x}} \\
 \sqrt{x^2} = \sqrt{49} \\
 x = 7
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 (y + 5)^2 = 81 \quad \sqrt{\phantom{y}} \\
 \sqrt{(y + 5)^2} = \sqrt{81} \\
 y + 5 = 9 \quad -5 \\
 y = 9 - 5 = 4
 \end{array}$$

Abb. 4

Das Umformen von Gleichungen geschieht in manchen Büchern rein rezeptmäßig und ohne jegliche methodische Hilfe.

Beispiel<sup>16</sup>:

$$\begin{array}{l}
 a = b + c \\
 a - b = c \\
 c = a - b
 \end{array}
 \qquad
 \text{Jeder Pluswert, der in einer Gleichung die Seite wechselt, wird zum Minuswert.}$$

Abb. 5

Bis auf eine Ausnahme ist das einzige methodische Hilfsmittel, das in den Büchern verwendet wird, die Waage.

Beispiel<sup>17</sup>:



**Regeln zum Formelumstellen:**

**1. Regel:** Beim Umstellen der Gleichungen (Formeln) muß wie bei der Waage das Gleichgewicht erhalten bleiben. Auf der linken Seite der Gleichung müssen daher die gleichen Veränderungen vorgenommen werden wie auf der rechten Seite.

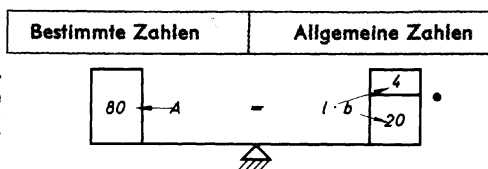


Abb. 6


80	= 4 · 20		A	= l · b
80 + 4	= 4 · 20 + 4		A + 4	= l · b + 4

Einige der Bücher, welche das Waagemodell verwenden, veranschaulichen das Umformen von Gleichungen recht sorgfältig. Auf die Einschränkungen des Waagemodells (nur für positive Zahlen sinnvoll; nicht alle Umformungen darstellbar; nur für eindeutig lösbare Gleichungen verwendbar) wird jedoch nirgends eingegangen.

Gelegentlich werden Formeln in allen umgestellten Fassungen angegeben, um Umformungen überflüssig zu machen.

Weitere Beispiele ließen sich anschließen. Ich verzichte auf weitere Analysen von Fachrechenbüchern und gehe auch auf die hierin zahlreich enthaltenen fachmathematischen Unkorrektheiten nicht einzeln ein.

Das zuletzt angesprochene zentrale Gebiet der Algebra, genauer das Umformen von Gleichungen bzw. das „*Formelumstellen*“, wird auch in der berufspädagogischen Literatur diskutiert. Hier finden sich z.B. Vorschläge, Umformungen mittels Magnet-Brettern, Maschinen, Papptäfelchen o.ä. zu veranschaulichen.<sup>18</sup>

Bekannt ist auch das „Ohmsche Dreieck“  : Die gesuchte Größe muß abgedeckt werden. Derartige, von erfahrenen Berufsschulmethodikern entwickelte Hilfen sind für viele Schüler sehr wichtig und womöglich unersetzlich. Sie können jedoch das Bemühen um eine verständige Grundlegung, die erst ein längeres Behalten und ein Übertragen auf andere Situationen ermöglicht, nicht ersetzen; mehr dazu in Abschnitt 7.

## 5 Zusammenfassende Kritik des mathematischen Unterrichts und Diskussion möglicher Veränderungen

Die in Abschnitt 4 deutlich gewordenen fachlichen und methodischen *Unzulänglichkeiten* der in der metallgewerblichen Berufsschule betriebenen Mathematik haben vielerlei Ursachen. So könnte und müßte sicherlich in der *Aus- und Fortbildung* der Gewerbelehrer mehr als bisher dafür getan werden, neuere fachwissenschaftliche und fachdidaktische Hintergründe der Berufsschulmathematik

bekannt zu machen; ich kann auf dieses äußerst wichtige Problem hier nicht näher eingehen. Weiter fühlen sich Lehrer und Schulbuchautoren wohl an vielen Stellen auch gegen ihr „pädagogisches Gewissen“ dazu gezwungen, aufgrund der *Stofffülle* auf eine fachlich und methodisch befriedigende Klärung der verwendeten mathematischen Verfahren zu verzichten und den „schwarzen Peter“ den abgebenden Schulen der Sekundarstufe I zuzuspielen.

Der Hauptgrund für eine Vermittlung mathematischer Inhalte in der vorhin analysierten rezepthaften und der traditionellen Hauptschulmathematik entsprechenden Weise ist wohl der, daß man auf diese Art möglichst gut die im Durchschnitt zu erwartenden *Fähigkeiten des Berufsschülers* berücksichtigen möchte. Der metallgewerbliche Berufsschüler wird in der Regel stärker sach- und beispielgebunden denken und wird schwerer theoretisch motivierbar sein als Vollzeitschüler gleichen Alters. Daher gibt es in der Berufsschule kein dem Fach Mathematik an Vollzeitschulen vergleichbares Fach, da ein dementsprechender Grad der Formalisierung und Abstraktion die meisten Berufsschüler intellektuell überfordern und zudem demotivieren würde.

Doch hat ein Eingehen auf das Fähigkeitsspektrum in Berufsschulklassen notwendig eine solch eingeschränkte Zielsetzung und eine solche Methodik für die Mathematik zur Folge, wie sie derzeit — zumindest in den Fachrechenbüchern — dominieren? Ich meine: nein! Es gibt nämlich praktikable Alternativen zu den Extremen „Mathematik als rezepthaft bzw. mit traditionellen Methoden vermitteltes und adhoc eingesetztes Werkzeug“ und „Mathematik als eigenständiger, formale Ziele verfolgender Gegenstand, vermittelt in einem Fach, das sich methodisch am derzeitigen Unterricht in Realschule oder Gymnasium orientiert“. Ich werde in den Abschnitten 6 und 7 genauer erläutern, weshalb ich — in Übereinstimmung mit einer großen Zahl von Gewerbelehrern — diese beiden Positionen ablehne und statt dessen eine andere Konzeption vorschlage.

Nun könnte man sich ungeachtet aller Einwände mit der derzeitigen Praxis vielleicht dann einverstanden erklären, wenn die Ergebnisse des Unterrichts im Hinblick auf die *Lehrabschlussprüfungen* zufriedenstellend wären. Denn letztlich muß sich jede Konzeption an ihrem tatsächlichen Effekt messen, nicht an der Stimmigkeit der zugehörigen theoretischen Begründungen oder der Qualität dessen, was an der Tafel, im Lehrbuch oder im Kopf des Lehrers steht. Es ist allerdings zweifelhaft, ob die derzeitigen Lehrabschlussprüfungen in bezug auf die Mathematik geeignete Messinstrumente darstellen. Klammern wir grundsätzliche Fragen aus und betrachten wir die Leistungen metallgewerblicher Berufsschüler im mathematikbezogenen Teil der Abschlußprüfungen, so zeigt sich insgesamt ein unbefriedigendes Bild.

*Ploghaus* (1967, a, b, c) hat in einer umfassenden Untersuchung den „erschreckend niedrigen Leistungsstand im Fachrechnen bei der Lehrabschlussprüfung“ bestätigt gefunden: Etwa die Hälfte aller Arbeiten zweier ausgewerteter Prüfungstermine war bzgl. Fachrechnen nicht ausreichend. Nur ein Drittel der gestellten Fachrechenaufgaben waren richtig gelöst. Die Fehler rührten zu etwa einem Drittel von bloßen Rechenfertigkeiten (Grundrechenarten, Formelumstellen etc.) her; über die Hälfte der Fehler entsprang Schwierigkeiten im Mathematisieren der gestellten Sachprobleme.

Die von *Ploghaus* ermittelten Ergebnisse dürften wohl auch heute nicht anders aussehen. Neben „1. mangelhaften Grundlagen im Rechnen aus der Volksschulzeit“ und „4. dem teilweise zu hohen Schwierigkeitsgrad der von den Kammern gestellten Fachrechen-Prüfungsaufgaben“<sup>19</sup> nennt *Ploghaus* (1967, a, S. 347) als mögliche Ursachen auch eine „2. nicht optimale Gestaltung des Lernprozesses im Fachrechnen durch den Berufsschullehrer, teilweise zurückzuführen auf 3. die fehlende umfassende Didaktik und Methodik des Fachrechnens“. Daher ist es auch bei Würdigung der Prüfungsergebnisse notwendig, über mögliche *Änderungen* der derzeitigen Situation nachzudenken, genauer: zu versuchen, diese Situation durch Änderung von Zielen, Inhalten bzw. Methoden zu *verbessern*.

In jüngster Zeit gibt es nun vereinzelte Versuche, den mathematischen Unterricht in der Teilzeit-Berufsschule durch Hinzunahme mathematischer *Grundlagen* wie Mengen oder Logik zu „modernisieren“ und dadurch zu verbessern. Wie sich aber etwa an einem derart „modernisierten“ Algebrabuch für Berufsfach- und Berufsaufbauschulen oder an neueren kaufmännischen Arithmetikbüchern exemplarisch zeigen läßt, werden diese neuen Inhalte nur vorweg aufgepfropft und belasten den Schüler unnötig, während die Anwendungsaufgaben im alten Stil gelöst werden. Es wäre fatal, wenn die zum Glück wohl abebbende „Strenge- und Strukturenwelle“ im allgemeinbildenden Schulwesen nun die Berufsschule erreichen würde und wenn dadurch derart zweifelhafte Neuerungen in die Berufsschule dringen würden. Verbesserungen werden auf keinen Fall dadurch erreicht, daß man einfach neue Inhalte wie „Mengenlehre“ und Aussagenlogik isoliert in die Berufsschule einführt. Behutsames Verändern von Zielsetzungen und vor allem von Methoden ist weit wichtiger als überstürztes Auswechseln von Inhalten!

Ein anderer Reform-Ansatz zielt auf eine Veränderung des mathematischen Unterrichts im Rahmen einer *Verknüpfung von allgemeiner und beruflicher Bildung* in der Sekundarstufe II. Am weitestgehenden ist auf diesem Gebiet bisher der Kollegstufenversuch Nordrhein-Westfalen. Die organisatorischen und curricularen Reformen für dieses Schulmodell haben das Ziel, alle schulischen Bildungsgänge in der Sekundarstufe II einschließlich der schulischen Anteile von Bildungsgängen im dualen System (sowie von Lernprogrammen für Jugendliche ohne Ausbildungsvertrag<sup>20</sup>) in einem Kurssystem zu integrieren.<sup>21</sup> Dabei sollen alle Bildungsgänge „wissenschaftsorientierte“ und „berufsorientierte“ Züge aufweisen. Für die uns hier interessierenden berufsqualifizierenden Bildungsgänge (in Metalltechnik und in anderen Berufsfeldern) sind bisher zwei Kurse zur Mathematik entwickelt worden,<sup>22</sup> nämlich für Berufsschüler ohne Hauptschulabschluß ein einjähriger „Elementarkurs“ sowie für Berufsschüler mit Hauptschulabschluß ein zweijähriger „Grundkurs“; geplant sind zweijährige Kurse „Funktionen“ und „Anwendungen der Mathematik“. Die Kurse nehmen in der Regel zwei Wochenstunden in Anspruch. Sie sind in Form von Bausteinen zusammengesetzt und sollen von didaktischen „Leitlinien“ wie „präzises Argumentieren“ oder „algorithmisches Denken“ durchzogen sein.<sup>23</sup> Der Anwendungsaspekt soll durchgängig erkennbar sein.

Ich werde auf diese und andere Modelle für integrierte Oberstufen im folgenden nicht näher eingehen. Vielmehr mache ich — teilweise unter Weiterentwicklung von Anregungen, die insbesondere *Grüner* (1975), *Hauptmeier* (1969), *Heidrich* (1973) und *Schröter* (1974) gegeben haben — in den beiden nächsten Abschnitten in knapper Form einige eigene Vorschläge für eine Veränderung von Zielsetzung und methodischer Konzeption der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule.

## 6 Allgemeine Ziele der Mathematik in der metallgewerblichen Berufsschule

Auf allgemeine Erziehungsziele (wie „Mündigkeit“ oder „Berufliche Tüchtigkeit“) gehe ich hier nicht ein; vielmehr nenne ich einige *Ziele*, die mit der Vermittlung *mathematischer Inhalte* in der Berufsschule angestrebt werden sollten.

*Erstens* sollen mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten dazu beitragen, relevante *außermathematische Probleme zu beschreiben, besser zu verstehen und besser zu bewältigen*. Ein Problem heiße „relevant“, wenn es aus der derzeitigen oder absehbar zukünftigen beruflichen oder alltäglichen Umwelt der Schüler stammt und „herausfordernden“ Charakter besitzen kann.<sup>24</sup> Um einer Stoffüberfüllung vorzubauen, muß das primär *inhaltsbestimmende* Ziel natürlich bei der Unterstützung der beruflichen Fachkunde liegen.

*Zweitens* soll auch der mathematische Unterricht einen Beitrag zur Erhöhung der *Chancengerechtigkeit* leisten, indem er mögliche Übergänge zu Vollzeitschulen nicht verbaut<sup>25</sup> und allgemein die Bildungsmotivation der Schüler zu fördern versucht.

*Drittens* sollen auch *formale* Ziele verfolgt werden,<sup>26</sup> d.h. die Beschäftigung mit mathematischen Inhalten soll auch<sup>27</sup> zur Förderung „kognitiver Strategien“ — wie der Fähigkeit zum Argumentieren — und „intellektueller Techniken“ — wie der Fähigkeit zum Analogisieren — beitragen.

Sicherlich klingen das zweite und noch mehr das dritte Ziel trotz ihrer vorsichtigen Formulierung für die Berufsschule recht anspruchsvoll, und eine zu starke Betonung dieser Ziele würde eine mit dem Bildungsauftrag der Berufsschule m.E. nicht verträgliche Angleichung an die allgemeinbildenden Schulen nach sich ziehen. Doch auch die Berufsschule muß solche Ziele beachten, wenn sie ihren pädagogischen Anspruch nicht aufgeben will. Eine enge, rein auf berufspraktische Fertigkeiten abzielende Berufsausbildung ist gerade bei der heutigen Situation auf dem Arbeitsmarkt unvertretbar.

Das erste Ziel bestimmt i.w. die Inhalte und betont so den Hilfscharakter der Mathematik in einer Weise, welche den mathematischen Unterricht an der Berufsschule vom Mathematikunterricht an allen anderen Schularten des allgemeinen und des beruflichen Bildungssystems deutlich unterscheidet. Demgegenüber haben das zweite und das dritte Ziel vor allem Konsequenzen hinsichtlich der Art des unterrichtlichen Vorgehens. Während das erste Ziel (vor allem dessen Komponenten „beschreiben“ und „bewältigen“) ein *Handhaben-können* der

Mathematik vom Schüler verlangt, folgt aus den beiden anderen Zielen, daß dieses Umgehen mit der Mathematik nicht blind-mechanisch und rezepthaft, sondern *verständlich* erfolgen soll. Kurz zusammengefaßt: Der Schüler soll das mathematische Handwerkszeug in Anwendungssituationen verständlich handhaben können.

Nach dem bisher dargelegten ist klar, daß sich eine den genannten Zielen entsprechende grobe Inhalts-Liste kaum von der Liste aus Abschnitt 2 unterscheidet. *Inhaltliche Modifikationen* gegenüber einem sich als bloße Hilfe für die berufliche Fachkunde verstehenden Fachrechenunterricht können sich bei der Gewichtung und genaueren inhaltlichen Ausfüllung der einzelnen mathematischen Gebiete ergeben. So wird ein Unterricht, der sich auch außerfachkundlichen Anwendungen öffnet, den einfachen *Funktionen* sowie der graphischen und rechnerischen Darstellung und Auswertung von *Daten* (elementare „beschreibende Statistik“) stärkere Beachtung widmen, um zwei wichtige Beispiele zu nennen. Die Modifikationen können sowohl im Hinzufügen neuer als auch im Ausschneiden traditioneller Inhalte bestehen. So können Beobachtungen über am Arbeitsplatz benötigte mathematische Qualifikationen (vgl. Abschnitt 2) zu einer Reduktion der behandelten algebraischen und geometrischen Formeln führen. Es wäre jedoch falsch, Beobachtungen über derzeit gefragte *spezielle* Anforderungen im Berufsleben kurzschlüssig im Curriculum zu berücksichtigen. Notwendig wären Aussagen über *allgemeinere* mathematikbezogene Qualifikationen. Solche Aussagen liegen jedoch nur in Ansätzen vor.<sup>28</sup>

Eine Rechtfertigung von Inhalten für die Berufsschule schließt noch nicht deren Rechtfertigung als Lehrabschluß-Prüfungstoff mit ein. „Denn was Hilfe zum Verstehen war, muß nicht zugleich abfragbares Wissen sein“ (Ploghaus 1967, a, S. 347). Daher bleibt auch bei Akzeptieren des hier entwickelten erweiterten Zielkatalogs die gesonderte Problematik der Abschlußprüfungen noch zu diskutieren, was hier nicht geschehen soll.

Ich habe<sup>29</sup> vorgeschlagen, für eine Mathematik in der Berufsschule, welche die vorhin genannten Ziele verfolgt, den Terminus „*Praktische Mathematik*“ zu verwenden. „Praktisch“ ist diese Mathematik, weil ihr wichtigstes Anliegen eine Unterstützung außermathematischer Situationen ist; doch wenn auch die große Mehrzahl dieser Situationen technikbezogen ist, so wäre die Bezeichnung „technisch“ für diese Mathematik doch eine Einschränkung. Um „Mathematik“ handelt es sich, weil eine Ausweitung fachkundlichen Rechnens im Hinblick auf größere Durchlässigkeit und auf Berücksichtigung auch formaler Ziele diesen Namen verdient.

## 7 Skizze einer Konzeption zur „Praktischen Mathematik“ in der metallgewerblichen Berufsschule

Das Ziel einer verständigen Handhabung mathematischer Begriffe, Verfahren und Resultate kann nicht erreicht werden, wenn die Mathematik „sporadisch und wenig sinnvoll in die Fachkunde eingestreut zu deren mehr oder weniger entbehrlichem Anhänger“ abgewertet wird (Heidrich 1973, S. 699). Vielmehr muß<sup>30</sup> zur Erreichung der Ziele aus Abschnitt 6 ein mathematisch *stimmiger Aufbau* der berufsschulrelevanten mathematischen Inhalte gewährleistet sein. Nur so kann die benötigte Mathematik auch ökonomisch entwickelt werden, und nur so können gemeinsame mathematische Strukturen verschiedener Anwendungssituationen herausgearbeitet werden, was erst Verständnis sowie Übertragung auf neue Situationen ermöglicht. Weiter gestattet ein solcher Aufbau eher — falls überhaupt möglich — eine Aufarbeitung von S I-Defiziten und einen Ausgleich der oft weit auseinanderliegenden Eingangsvoraussetzungen der Schüler (vgl. Abschnitt 3).

Ein derart „stimmiger“ Aufbau der Mathematik bedeutet jedoch keineswegs, daß ein Fach Mathematik in der Berufsschule eingerichtet wird, das den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I fortsetzen bzw. auch nur wieder „auffrischen“ wollte. Ich habe schon in Abschnitt 5 Argumente hiergegen vorgebracht, insbesondere die Tatsache, daß eine derartige Lernorganisation an den Interessen der großen Mehrzahl der Schüler vorbeigehen und keine Motivation erzeugen würde<sup>31</sup>. Weiter kann eine anwendungsferne „reine“ Mathematik nicht die angestrebten Qualifikationen vermitteln, die ja i.w. im verständigen Umgehen mit Mathematik in Anwendungssituationen bestehen. Dieselben Argumente sprechen auch gegen einen vorneweggestellten „Eingangskurs“ in Mathematik, der S I-Defizite aufarbeiten und die benötigten Inhalte auf Vorrat bereitstellen wollte. Vielmehr müssen die mathematischen Gegenstände stets *praxis- und anwendungsbezogen* unterrichtet werden, d.h. die Mathematik soll sich entwickeln durch Mathematisierung von realen Problemen aus Berufspraxis und Umwelt und soll nach innermathematischer Weiterführung wieder auf solche Probleme angewandt werden. Damit ist auch die Frage am Ende von Abschnitt 3 beantwortet: Die *Wiederholung* von S I-Stoffen, insbesondere auch der Grundrechenarten, geschieht „*permanent und immanent*“, nicht einmalig en bloc.

Um die Fähigkeit der Schüler zu steigern, *Sachprobleme* erfolgreich zu bearbeiten, sollten nicht nur viele solcher Aufgaben behandelt, sondern auch mit den Schülern gezielt *Strategien* hierfür besprochen werden.

Vollrath<sup>32</sup> nennt zwei wichtige Strategien A und B, wobei bei A die gesuchte Größe, bei B die Beziehungen zwischen den auftretenden Größen im Vordergrund stehen; dabei scheint mathematisch schwächeren Schülern Strategie A mehr zu liegen. Ploghaus (1967, c S. 524 ff.) gibt einige wertvolle Hinweise zum Lösen von Sachaufgaben; z.B. schlägt er vor, stets zuerst nach dem Gesuchten zu fragen (was i.w. Strategie A bei Vollrath entspricht). Kirschner (1974) oder Womba-

cher (1978) analysieren anhand von berufsschulbezogenen Beispielen den Prozeß des Mathematisierens, der ja wie gesagt den schwierigen Kern des Lösens von Sachproblemen ausmacht, und ziehen Folgerungen für den gewerblichen Berufsschulunterricht. Insbesondere plädieren beide dafür, auf den Mathematisierungsprozeß stets großen Wert zu legen, im Sinne von Grüner (1955, S. 484): „Die Ableitung ist stets wichtiger als die Formel selbst“.<sup>33</sup>

Ein „stimmiger“ Aufbau der Mathematik bedeutet auch keineswegs, daß man der derzeit gymnasium-üblichen Fachsystematik folgen und jedes Thema sofort in einer formal-exakten und abschließend gemeinten Fassung behandeln müßte. Vielmehr ist es selbstverständlich — wie bisher schon — notwendig, an das *Vorverständnis* der Schüler anzuknüpfen und *Vereinfachungen* vorzunehmen, die aber nichts verfälschen und ausbaufähig sind.<sup>34</sup> So sollte z.B. der mathematische Aufbau keinesfalls mit „Mengenlehre“ und/oder Logik beginnen, mehr noch: Diese sogenannten Grundlagen sollten überhaupt keine eigenständigen Unterrichts-Themen sein. Einige wichtige *Sprech- und Schreibweisen der heutigen Schulmathematik* sollten jedoch auch im Berufsschulunterricht benutzt werden, und zwar genau dann, wenn sie sich im jeweiligen Kontext als Hilfe anbieten. Dies ist eigentlich selbstverständlich, da die Schüler bereits mit entsprechenden Vorkenntnissen die Sekundarstufe I verlassen. Methodisch bedeutet die Forderung nach Vereinfachungen u. a., daß an allen geeigneten Stellen adäquate Darstellungen und Stufungen der Strenge gewählt werden, d.h. verbale statt bzw. vor formalen Formulierungen, beispielgebundene statt bzw. vor allgemeinen Begründungen usw. Weiter sollten — neben einigen bewährten — auch einige für Berufsschulen *neue methodische Hilfsmittel* benutzt werden, um zu versuchen, über die bloße Rezeptebene hinauszukommen und den Effekt des Unterrichts zu verbessern. Dabei kann auf Überlegungen und Erfahrungen zurückgegriffen werden, die für das allgemeinbildende Schulwesen bereits seit vielen Jahren vorliegen; zwei *Beispiele* hierzu (Beispiel A bzw. B gehört zu Beispiel 1 bzw. 4 aus Abschnitt 4):

- A In der *Dreisatzrechnung* kann der Zuordnungsgedanke stärker betont werden. Ein (verbales, nicht formales) Festhalten der charakteristischen Eigenschaften von Proportionalitäten bzw. Antiproportionalitäten, unterstützt durch graphische Darstellungen, ermöglicht verständige, situationsadäquate Lösungen; bei den zwei Beispielen aus Abschnitt 4:

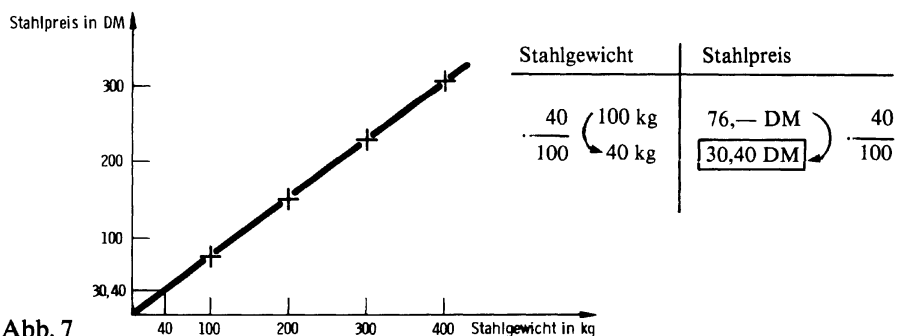
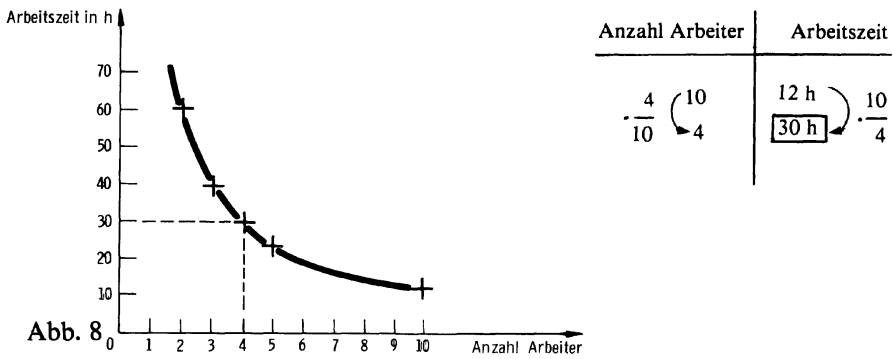
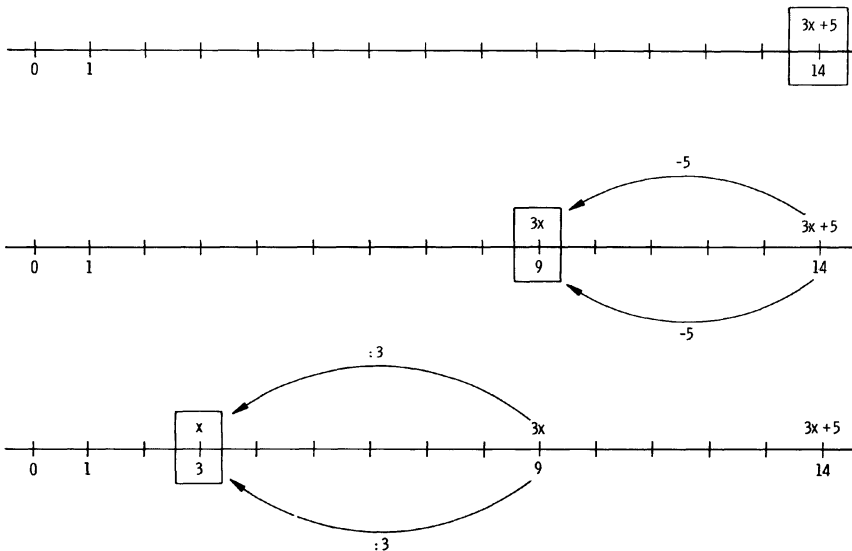


Abb. 7



Man vergleiche hierzu neuere Schulbücher der Sekundarstufe I.<sup>35</sup>

- B** Das mechanische „Auf-die-andere-Seite-Schaffen“ beim *Gleichungslösen* und beim *Formelumstellen* kann ebenfalls mit Hilfe des Zuordnungsgedankens fundiert werden; Beispiel:  
 Zu lösen ist die Gleichung  $3x + 5 = 14$ .  
 Wir verwenden die Zahlengerade und bauen den Term  $3x + 5$  schrittweise so ab, wie er aufgebaut worden ist, nämlich:





Solche Hilfsmittel sollen die Waage nicht verdrängen, sondern nur an ihre Seite treten und sie dann ersetzen, wenn sie nicht mehr verwendbar ist. Genauer zu einer „gemäßigt modernen“ Gleichungslehre ist bei *Vollrath*<sup>36</sup> zu finden. Seine wie auch *Schröters* (1973) (bereits didaktisch reduzierten) wertvollen Vorschläge müßten vor einer Verwendung in der Berufsschule noch stärker adressatengerecht aufbereitet werden. Man vergleiche auch neuere S I-Schulbücher.

Weiter wird der elektronische *Taschenrechner* zweifellos auch den Unterricht in der Berufsschule stark verändern. Bzgl. Fragen zum Thema Taschenrechner im beruflichen Schulwesen verweise ich auf die Überlegungen von *Bardy* (1978) sowie die dort angegebene Literatur.

Diese kurze beispielhafte Aufzählung einiger Möglichkeiten für methodische Neuerungen muß genügen. Ich plädiere dabei also nicht für eine unkritische Anpassung an die Fachmethodik allgemeinbildender Schulen, sondern für deren kritische Prüfung im Hinblick auf — gegebenenfalls modifizierte — Übernahme geeigneter Teile. Auf jeden Fall sollten methodische Ansätze wie die oben skizzierten Beispiele nach und nach in der Berufsschule bekannt werden, um Erfahrungen hiermit zu ermöglichen. Ein weiterer Vorteil der Verwendung methodischer Hilfsmittel, die in den letzten Jahren erfolgreich in der Sekundarstufe I eingesetzt worden sind, liegt auf der Hand: Hierdurch wird das Anknüpfen an Vorkenntnisse und der Ausgleich unterschiedlicher Eingangsvoraussetzungen beträchtlich erleichtert.

Ich habe nun drei *curriculare Prinzipien* für eine „Praktische Mathematik“ in der Berufsschule entwickelt:

- Beachtung eines mathematisch stimmigen Aufbaus
- Steter Anwendungsbezug
- Berücksichtigung verschiedener fachmethodischer Vorschläge.

Eine *konzeptionelle Realisierung* dieser Grundsätze erfordert eine Gliederung der zu behandelnden mathematischen Inhalte in stimmige Sequenzen<sup>37</sup>, wobei die jeweiligen Schüler-Voraussetzungen berücksichtigt werden müssen und eine Abstimmung mit den zu behandelnden Anwendungsproblemen, insbesondere denen aus der Fachkunde, erfolgen muß. Eine solche wechselseitige Koordination zwischen Mathematik und anderen Fächern gestattet dann einen parallelen Aufbau<sup>38</sup>, wobei zu Anfang mathematische Lernziele dominieren. Jedes mathematische Thema wird unter Berücksichtigung fachmethodischer Überlegungen von den Schülern verständlich erarbeitet und im folgenden als Hilfsmittel angewandt, insbesondere in der Fachkunde. Mit dem Anwachsen des zur Verfügung stehenden mathematischen Instrumentariums können auch die behandelten Fachkunde-Themen mathematisch anspruchsvoller werden. Dabei wird, wie Erfahrungen<sup>39</sup> zeigen, der zu Beginn im Vergleich zur bisherigen Praxis höhere Zeitaufwand für mathematische Lernziele durch Zeitgewinn bei der später folgenden verständigen Anwendung wieder kompensiert. Ich verzichte hier auf genauere Ausführungen und verweise auf die analogen Überlegungen für das Berufsfeld Elektrotechnik in *Blum* (1976, S. 680 ff.).

Zur *schulpraktischen Realisierung* dieser Konzeption hier nur so viel: Wenn gewisse Randbedingungen erfüllt sind, läßt sich die skizzierte Konzeption in *jedem* System verwirklichen, d.h. sowohl — mittels einer Neu-Definition des Fachrechnens — im Fachsystem als auch — durch geeignete Ausfüllung eines Lehrgangs zur Technischen Mathematik bzw. durch entsprechende Anreicherung fachkundlicher Lehrgänge — im Kurssystem.<sup>40</sup> Genaueres ließe sich nur bundesland- bzw. schul- bzw. klassenspezifisch festlegen. Jedenfalls ist wohl deutlich geworden, daß diese Konzeption keine große Reform der Berufsschule an Haupt und Gliedern erfordert, sondern „nur“ deren — ohne jeden organisatorischen Aufwand mögliche! — schrittweise Öffnung gegenüber neueren Zielen, Inhalten und Methoden. Da hier nur Denkanstöße gegeben werden sollten, will ich meine Überlegungen hiermit abschließen.

Zusammenfassend kann ich feststellen: Sowohl wegen der Anforderungen des Arbeitsmarktes als auch aufgrund der wie geschildert korrekturbedürftigen Situation des mathematischen Unterrichts in der metallgewerblichen Berufsschule sind diesbezügliche curriculare *Veränderungen* nötig, natürlich mit der gebotenen Behutsamkeit unter Berücksichtigung von Lehrer-Erfahrungen und Schüler-Fähigkeiten. Sicherlich wird es auch bei stärkerem Einbezug der außerfachkundlichen Lebensumwelt der Berufsschüler, bei Verwendung neuerer methodischer Instrumentarien und bei Thematisierung von Strategien für Sachprobleme weiterhin nicht immer einfach sein, bei gegebener Aufgabe einen Ansatz zu finden, eine Formel richtig umzustellen, ein Ergebnis korrekt auszurechnen und mit vernünftiger Genauigkeit anzugeben usw. Aber diese Neuerungen müßten nach nunmehr mehrjährigem erfolgreichem Einsatz in einzelnen Klassen zumindest die *Chance* bekommen, sich auch in der Breite zu bewähren.

### *Anmerkungen*

- <sup>1</sup> Vgl. auch Blum, Werner: Mathematikunterricht in berufsbildenden Schulen der Sekundarstufe II. Beiträge zum Mathematikunterricht 1979, Hannover 1979, S. 72–81 sowie Sträßer, Rudolf: Mathematik in der Teilzeit-Berufsschule. Zentralbl. Didaktik Mathematik 12 (1980), H. 3
- <sup>2</sup> Zur geschichtlichen Entwicklung des Fachrechnens siehe Grüner (1955) und Hauptmeier (1969); vgl. auch Trost, W.: Die mathematischen Fächer an den niederen gewerblichen Lehranstalten in Deutschland. In: Klein, Felix (Hrsg.): Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, Bd. IV. Leipzig 1914
- <sup>3</sup> Grüner, Gustav: Die Vermathematisierung . . . Berufsbild. Schule 20 (1968), S. 391/392
- <sup>4</sup> Siehe Sträßer, Rudolf: Mathematik und ihre Verwendung — Eine Analyse von Schulbüchern. Dissertation Universität Münster 1974. Siehe weiter die Analysen von Bardy, Blum, Humpert, Sträßer und Wombacher im Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 12 (1980), H. 3. Vgl. auch die Analysen von Tollkötter (1974)
- <sup>5</sup> Vgl. etwa als typisches Beispiel Wagner, Friedrich; Schreiber, German: Fachrechnen Metall. 7. Aufl., Stuttgart 1977
- <sup>6</sup> Zum Zusammenhang Mathematik/Realität siehe Blum, Werner: Einkommensteuern als Thema des Analysisunterrichts in der beruflichen Oberstufe. Berufsbild. Schule 30 (1978), S. 642–651, hier S. 647

- <sup>7</sup> Vgl. Felmy, Wolf-Günter: Analyse von Fachrechenbüchern. Lernzielorientierter Unterricht 1973, H. 2, S. 9–17, sowie Blum (1976, S. 676); auf die Problematik derartiger Taxonomien gehe ich hier nicht ein.
- <sup>8</sup> Berichte von Raatz, Wandelburg und Wolf 1974. siehe auch Raatz, Ulrich; Forth, Helmut; Priemer, Werner: Welche mathematischen Kenntnisse sind im Beruf erforderlich? Eine empirische Untersuchung. Lernzielorientierter Unterricht 1973, H. 2, S. 29–34
- <sup>9</sup> Man vergleiche Meurer (1930) oder Leube, Kurt: Die Leistungen von Berufsschulanfängern im Rechnen. Berufsbild. Schule 20 (1968), S. 393–404. Bzgl. neuester Untersuchungen der hessischen IHKn siehe Freytag, Hans-Peter in: Kurhessische Wirtschaft 1978, H. 2, S. 51–53 und 1979, H. 1, S. 10–12; über die Sinnhaftigkeit der Aufgabenauswahl und der Methode dieser Untersuchungen soll hier nicht diskutiert werden.
- <sup>10</sup> Dehmlow, Martin; Rongen, Hans: Fachrechnen für Maschinenschlossler und verwandte Berufe, Ausgabe B. 4. Aufl., Stuttgart 1977, hier S. 12
- <sup>11</sup> Kirsch, Arnold: Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung. Mathematisch-Physikalische Semesterberichte 16 (1969), S. 41–55; siehe zum folgenden Kirsch, Arnold: Zuordnungen zwischen Größenbereichen. In: Athen, Hermann; Griesel, Heinz (Hrsg.): Mathematik heute 7, Lehrerheft. Hannover 1973, S. 33–62, hier S. 34
- <sup>12</sup> Eine Zuordnung von Größen (z. B. Gewichten) zu anderen (oder auch denselben) Größen (z. B. Geldwerten) heißt eine Proportionalität, wenn eine (und damit, wie man beweisen kann, sogar alle) der folgenden vier Eigenschaften („Regeln“) gilt:
- 1) Die einer Größe  $x$  zugeordnete Größe  $y$  ist stets ein festes Vielfaches von  $x$ :  
 $y = m \cdot x$  mit festem  $m$
  - 2) Sind den Größen  $x_1, x_2$  die Größen  $y_1, y_2$  zugeordnet, so ist der Summe  $x_1 + x_2$  auch die Summe  $y_1 + y_2$  zugeordnet
  - 3) Verdoppelt, verdreifacht, . . . , halbiert, . . . man die Größe  $x$ , so verdoppelt, verdreifacht, . . . , halbiert, . . . sich auch die zugeordnete Größe  $y$
  - 4) Der Quotient  $\frac{y}{x}$ , gebildet aus einer Größe  $x$  und der zugeordneten Größe  $y$ , ist stets konstant  
 Wenn — und nur wenn — eine gegebene Zuordnung von Größen eine dieser Regeln erfüllt, d. h. eine Proportionalität ist, liegt eine „Dreisatzaufgabe mit geradem (oder direktem) Verhältnis“ vor. Jede Proportionalität ist eine „Je mehr-desto mehr-Zuordnung“, aber umgekehrt ist nicht jede „Je mehr-desto mehr-Zuordnung“ eine Proportionalität (Beispiel: Weg-Zeit-Zuordnung beim freien Fall).  
 Entsprechende Eigenschaften 1'), 2'), 3'), 4') lassen sich für Antiproportionalitäten formulieren, welche „Dreisatzaufgaben mit ungeradem (oder indirektem) Verhältnis“ zugrundeliegen. So muß es z. B. bei 1') jetzt  $y = \frac{m}{x}$  heißen.
- <sup>13</sup> Höllger, Siegbert: Technische Mathematik Metall. 8. Aufl., Bad Homburg 1980, hier S. 54
- <sup>14</sup> Altenidiker, Fritz; Kramer, Hugo; Schmiedgen, Walter: Technische Mathematik Metall für maschinentechnische Berufe. 10. Aufl., Hamburg 1978, hier S. 48
- <sup>15</sup> Röhler, Werner u. a.: Rechenbuch für metallverarbeitende Berufe. 19. Aufl., Wuppertal 1977, hier S. 24/25
- <sup>16</sup> Meyer, W.; Trzeciak, H.: Meter, Newton, Sekunde — Fachrechnen für Metallberufe. 3. Aufl., Köln-Porz o. J., hier S. 11/12
- <sup>17</sup> Kindler, Hans; Kynast, Helmut: Technisches Rechnen Metall. 4. Aufl., Hannover 1978, hier S. 51
- <sup>18</sup> Siehe z. B. Häberle, Heinz: Ein Hilfsmittel zum Formelumstellen. Berufsbild. Schule 9 (1957), S. 669–671; Kappler, Otto: Demonstrationsgerät zum „Umformen von Gleichungen“. Berufsbild. Schule 16 (1964), S. 31–35; Ploghaus (1967 Die Fehlerformen . . . , S. 529); siehe auch Merckens, Hans: Ein Algorithmus zum Umstellen von Formeln. Berufsbild. Schule 23 (1971), S. 538–543. Vgl. aber auch die kritischen Bemerkungen von Jeske, Hans in Berufsbild. Schule 16 (1964), S. 292

- <sup>19</sup> Vgl. dazu auch Spengel, Gerd: Probleme des Fachrechenunterrichts in der gewerblichen Berufsschule. Berufsbild. Schule 20 (1968), S. 405–412
- <sup>20</sup> Auf die Jungarbeiter-Problematik kann ich im Rahmen dieses Beitrags nicht eingehen.
- <sup>21</sup> Genauerer vgl. z.B. Kell, Adolf; Lipsmeier, Antonius: Berufsbildung in der Bundesrepublik Deutschland — Analyse und Kritik. Hannover 1976, hier S. 140 ff.
- <sup>22</sup> Siehe Andelfinger, Bernhard: Praxisnahe Curriculumentwicklung. Unveröffentlichtes Manuskript, Koordinierungsstelle Sekundarstufe II. Düsseldorf 1976; Emler, Werner u.a.: Profilkonzept im Schwerpunkt 5 „Maschinenbautechnik“ der Kollegschule. Unveröffentlichtes Manuskript, Landesinstitut für Curriculumentwicklung, Lehrerfortbildung und Weiterbildung. Düsseldorf 1978; vgl. auch Wombacher, Karl: Mathematik im berufsbildenden Schulwesen — Bericht über ein Kolloquium zu diesem Thema am Fachbereich Mathematik der Technischen Hochschule Darmstadt. Berufsbild. Schule 30 (1978), S. 592–597, hier S. 595 ff.
- <sup>23</sup> Genauerer bei Andelfinger, Bernhard: Zur Lage: Schulmathematik. Freiburg 1979, hier S. 68 ff.
- <sup>24</sup> Hiermit gebe ich — wie z.B. auch Grüner (1955), Dietz (1957) oder Hauptmeier (1969) — prinzipiell die Begrenzung auf ausschließliche Fachkunde-Bezüge auf.
- <sup>25</sup> Eine derartige *Durchlässigkeit* fordern z.B. auch Heidrich (1973), Schröter (1973, 1974) oder Tollkötter (1974).
- <sup>26</sup> Entsprechendes fordern, mit anderen Formulierungen wie hier, z.B. Grüner (1955), Ploghaus (1967 Die Fehlerformen . . .), Spengel (1968), Schröter (1973) oder Kirschner (1974). Auch die Förderung von „algorithmischem Denken“ ordnet sich hier ein.
- <sup>27</sup> In der Terminologie von Wittmann, Erich: Grundfragen des Mathematikunterrichts. 4. Aufl., Braunschweig 1976
- <sup>28</sup> Vgl. Damerow, Peter u. a.: Elementarmathematik — Lernen für die Praxis? Stuttgart 1974; vgl. auch Sträßer (1980) (Anm. 1)
- <sup>29</sup> In Blum (1976); ebenso Strothmann (1931)
- <sup>30</sup> Wie z.B. auch Jeuschede (1954), Grüner (1955) und Grüner im Bildungsrat-Gutachten 1974 (Anm. 40), Hauptmeier (1969), Schröter (1973, 1974), Heidrich (1973) oder Tollkötter (1974) fordern
- <sup>31</sup> Wie z.B. Dietz (1957, S. 979/980) oder Tollkötter (1974, S. 419/420) betonen und wie z.B. auch die von Maier, Gerhard: Das Curriculum im Berufsgrundbildungsjahr. Dt. Berufs- u. Fachschule 74 (1978), S. 502–513, hier S. 509/510 referierten Untersuchungen in Rheinland/Pfalz bestätigen
- <sup>32</sup> Vollrath, Hans-Joachim: Didaktik der Algebra. Stuttgart 1974
- <sup>33</sup> Weitere Vorschläge zum Komplex Sachaufgaben sind zu finden z.B. bei Krämer (1950), Jeuschede (1954), Dietz (1957), Heidrich (1973) oder Schröter (1973) sowie — auf den Unterricht in der DDR bezogen, aber ohne weiteres auch für uns hilfreich — bei Will, Ulrich: Methodische Hinweise zum Fachrechnen 1/2. Berufsbildung 4 (1950), S. 19–20/S. 54–56, bei Lange, Wolfgang: Angewandte Aufgaben im Mathematikunterricht der Berufsschule. Berufsbildung 9 (1955), S. 189–192 oder bei Ernst, Dietmar: Den Unterricht in den beruflichen Grundlagenfächern mathematisch durchdringen. Berufsbildung 25 (1971), S. 495–498.
- <sup>34</sup> Vgl. hierzu die noch immer lesenswerten Ausführungen von Strothmann (1931).
- <sup>35</sup> Insbesondere Kap. 3 bis 5 aus Athen, Hermann; Griesel, Heinz (Hrsg.): Mathematik heute 7 (Neubearbeitung). Hannover 1979; vgl. auch Heidrich (1973, S. 701 ff.).
- <sup>36</sup> Siehe Anm. 32
- <sup>37</sup> Vgl. dazu auch Andelfinger, Bernhard: Lehrgänge, Kurse, Bausteine (1)/(2). Neue Unterrichtspraxis 8 (1975), S. 33–40/S. 96–103
- <sup>38</sup> Daß ein derart paralleler Aufbau in Mathematik und in Fachkunde möglich ist, zeigt z.B. ein Lehrplänenwurf „Berechnungen für Kraftfahrzeugmechaniker“ einer KMK-Kommission 1979 (Verfasser: Karlhorst Appelrath, Mainz u. a.).

- <sup>39</sup> Eigene Untersuchungen im nordhessischen Raum, Mitteilungen verschiedener Berufsschullehrer sowie von Schröter (1974) berichtete Erfahrungen.
- <sup>40</sup> Die vorgeschlagene Konzeption für eine „Praktische Mathematik“ wäre m.E. auch eine adäquate Ausformung der „Technischen Mathematik“ in Grüners 1974 veröffentlichtem Modell einer neugestalteten Sekundarstufe II (siehe Grüner, Gustav: Facharbeiterschule und Berufliches Gymnasium — Vorschläge für eine Verknüpfung berufs- und studienbezogener Bildungsgänge. In: Deutscher Bildungsrat (Hrsg.): Gutachten und Studien der Bildungskommission, Bd. 29. Stuttgart 1974, S. 9–78).

### *Wichtige Literatur*

- Bardy, Peter: Der Einsatz von Taschenrechnern im Mathematikunterricht berufsbildender Schulen — Aspekte und Beispiele. Zentralbl. Didaktik Mathematik 10 (1978), S. 134–138
- Blum, Werner: Mathematik in der Berufsschule — Curriculare Probleme, diskutiert am Beispiel des Berufsfeldes Elektrotechnik. Dt. Berufs- u. Fachschule 72 (1976), S. 671–686
- Dietz, Josef: Grundsätzliches und Methodisches zum Rechenunterricht in der Berufsschule. Dt. Berufs- u. Fachschule 53 (1957), S. 979–982
- Grüner, Gustav: Kritische Untersuchung des Bildungsgehaltes des Fachrechnens an Hand seiner Entwicklung. Berufsbild. Schule 7 (1955), S. 474–484
- Hauptmeier, Gerhard: Wirtschaftliche Lehrinhalte im Mathematikunterricht an gewerblich-technischen Berufsschulen. Berufsbild. Schule 21 (1969), S. 708–715
- Heidrich, Wulfried: Die empirische Funktion als wesentlicher Bestandteil einer technischen Mathematik für konstruierende Berufe. Berufsbild. Schule 25 (1973) S. 699–714
- Heidrich, Wulfried: Mögliche Lernziendifferenzierungen in einer technischen Mathematik für Metallberufe. Berufsbild. Schule 26 (1974) S. 495–501
- Jeuschede, Heinrich: Das Fachrechnen in der Berufsschule (Eine Analyse und ein Vorschlag zur Methodik). Dt. Berufs- u. Fachschule 50 (1954), S. 34–39
- Kirschner, Oswald: Funktionales und operatives Denken als Lernziele der Technischen Mathematik und Physik der Berufsschule. Berufsbild. Schule 26 (1974), S. 597–610
- Krämer, Josef: Das Rechnen in der Berufsschule — Versuch zu einer Höherentwicklung des Volksschulrechnens. Berufsbild. Schule 2 (1950), S. 350–354 u. S. 397–403
- Lörcher, Gustav Adolf: Mathematikunterricht und Vorbereitung auf die Berufswelt. Beiträge zum Mathematikunterricht 1978, Hannover 1978, S. 177–184
- Meurer: Grundsätzliches und Methodisches zum Rechenunterricht in der Berufsschule. Zeitschrift für das Berufs- und Fachschulwesen 1930. Wiederabgedruckt in Dt. Berufs- u. Fachschule 52 (1956), S. 854–860
- Ploghaus, Günter: Unzureichende Fachrechenleistungen metallgewerblicher Lehrlinge. Berufsbild. Schule 19 (1967), S. 345–353 (a)
- Ploghaus, Günter: Typische Fachrechenfehler metallgewerblicher Lehrlinge. Berufsbild. Schule 19 (1967), S. 412–424 (b)
- Ploghaus, Günter: Die Fehlerformen im metallgewerblichen Fachrechnen und unterrichtliche Maßnahmen zur Bekämpfung der Fehler. Berufsbild. Schule 19 (1967), S. 519–531 (c)
- Schröter, Gerhard: Vom „Formelumstellen“ zur „Gleichungslehre“. Berufsbild. Schule 25 (1973), S. 691–698
- Schröter, Gerhard: Mathematisierung des Fachrechnens in der gewerblichen Berufsschule? Neue Berufsschule 23 (1974), S. 158–162

- Sträßer, Rudolf: Überlegungen zur Mathematik in der Berufsbildung. Beiträge zum Mathematikunterricht 1979, Hannover 1979, S. 352–355
- Strothmann, A.: Mathematik in der Berufsschule — Betrachtungen zu ihrer methodischen Gestaltung. Zeitschrift für das Berufs- und Fachschulwesen 46 (1931), S. 344–347
- Tollkötter, Bernhard: Technische Mathematik für die Grundstufe Berufsfeld Metall — Ein Beitrag zur Curriculumrevision. Berufsbild. Schule 26 (1974), S. 416–423
- Vollrath, Hans-Joachim: Formeln und Berufsorientierung im Mathematikunterricht. Westermanns Pädag. Beitr. 27 (1975), S. 489–496
- Wolff, Friedrich-Wilhelm: Ziel, Stoff und Weg im Fachrechnen der Gewerblichen Berufsschule. In: Drenckhahn, Friedrich (Hrsg.): Der mathematische Unterricht für die sechs- bis fünfzehnjährige Jugend in der Bundesrepublik Deutschland. Göttingen 1958, S. 195–200
- Wombacher, Karl: Elementares Mathematisieren — Ein Diskussionsbeitrag zum Fachrechnen bzw. zu einer Praktischen Mathematik für gewerblich-technische Berufsschulen. Berufsbild. Schule 30 (1978), S. 149–160