

Vergleich mathematischer Leistungen deutscher und englischer Lernender in Klasse 8

von

Gabriele Kaiser und Werner Blum, Kassel

Zusammenfassung: Es werden Ergebnisse einer vergleichenden Studie zum Stand der mathematischen Leistungen deutscher und englischer Lernender in Klasse 8 präsentiert, die - als Ausgangspunkt einer Langzeitstudie - zu Beginn des Schuljahres 1993/94 durchgeführt wurde. Zunächst wird - unter Rückgriff auf den Forschungsstand zu internationalen Vergleichsuntersuchungen im Mathematikunterricht - der Rahmen der Studie skizziert, dann werden deren Ergebnisse dargestellt. Als ein wesentliches Resultat ist anzusehen, daß es am Beginn von Klasse 8 themenbereichsspezifische Leistungsunterschiede gibt, die durch länderspezifische Unterschiede in den Curricula und im faktischen Mathematikunterricht recht weitgehend erklärbar sind.

Abstract: Results of a study comparing the mathematical achievements of English and German pupils in German year 8 (resp. English year 9) are presented. The study, carried out at the beginning of the winter term 1993/94, is the starting point of a longitudinal study. First the background to the study is described referring to the state of the art of international comparative investigations, then its results are described. One main result is that, in the beginning of year 8 (resp. 9), there are topic specific differences in attainment, most of which can be explained by differences in the curricula of the two countries and in actual mathematics teaching.

1. Zum Rahmen der Studie

Im folgenden stellen wir kurz den Forschungsstand internationaler Vergleichsuntersuchungen dar und begründen auf dieser Basis die Durchführung einer eigenen Studie.

1.1. Zum Stand internationaler Vergleichsuntersuchungen

Es gibt eine lange Tradition von **Vergleichen** der Leistungen unterschiedlicher **Bildungssysteme** (die Anfänge liegen schon im letzten Jahrhundert), wobei die Berichte allerdings häufig stark subjektiv geprägt waren. Insbesondere findet man Vergleiche des amerikanischen oder des britischen Bildungssystems mit kontinentaleuropäischen Systemen; so hat u.a. um die Jahrhundertwende eine britische

Expertenkommission unter Leitung von Michael Sadler die Leistungen des preußischen Volksschulsystems mit denen des britischen Bildungssystems verglichen (vgl. Phillips, 1987). In den letzten dreißig Jahren haben sich Anzahl und Umfang internationaler Vergleichsstudien stark vergrößert. Stigler & Perry (1988) formulieren als Ziel und Begründung für **mathematikbezogene** Vergleiche:

"Cross cultural comparison also leads researchers and educators to a more explicit understanding of their own implicit theories about how children learn mathematics. Without comparison, we tend not to question our own traditional teaching practices and we may not even be aware of the choices we have made in constructing the educational process." (zit. nach Robitaille & Travers, 1992, S. 688).

Bisher wurden mehrere große internationale Vergleichsuntersuchungen durchgeführt, die größten von der IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement):

- *FIMS*: First International Mathematics Study, die 1964 durchgeführt wurde und deren Ergebnisse von Husén (1967) veröffentlicht wurden. An dieser Studie nahmen 12 Länder teil, u.a. England und BR Deutschland, die in der Tendenz ähnliche Resultate erzielten und knapp über dem von allen Ländern erzielten Durchschnitt lagen.
- *SIMS*: Second International Mathematics Study, die 1980-82 durchgeführt wurde. An der Studie nahmen 20 Länder teil, u.a. England/Wales, aber nicht Deutschland. Die Studie war äußerst komplex angelegt, indem sie u.a. zwei Populationen berücksichtigte, eine Langzeitkomponente enthielt (ein knappes Jahr als Untersuchungszeitraum), mathematische Inhalte in Beziehung zu kognitivem Verhalten setzte und verschiedene Ebenen des Curriculums (intendiertes, implementiertes und erreichtes Curriculum) unterschied. Die englischen Jugendlichen erzielten insgesamt durchschnittliche Ergebnisse, wobei allerdings im arithmetischen Bereich die Ergebnisse sehr schlecht waren, was zu sehr kontroversen Diskussionen in der englischen Öffentlichkeit führte (vgl. Cresswell & Gubb, 1987). SIMS hatte nach Aussagen der Organisatoren der Studie zwei entscheidende Schwächen: Zum einen die lange Zeit zur Durchführung und zur Veröffentlichung der Resultate, die ca. zehn Jahre dauerte (siehe Travers & Westbury, 1989; Robitaille & Garden, 1989; Burstein, 1992); zum anderen Schwierigkeiten in der Interpretation der Testergebnisse bezüglich der Ländercurricula sowie der Prozesse im Klassenzimmer aufgrund von fehlenden Daten, trotz der Fülle der vorhandenen Daten. Robitaille & Travers (1992) schreiben:

"The SIMS data showed that there were indeed differences between countries in the way that certain topics were taught or in the degree to which they were emphasized. Unfortunately, there were not enough items which related speci-

fically to those topics to enable relational analyses of the comparative effects of these differences to be carried out." (S. 701)

- *TIMSS*: Third International Mathematics and Science Study, die 1995 durchgeführt werden soll und an der bisher mehr als 50 Länder teilnehmen, u.a. auch England/Wales und Deutschland. Die Studie ist auf 10 Jahre angelegt und will drei Populationen untersuchen: 9jährige, 13jährige und Jugendliche im letzten Jahr vor Ende des unteren Sekundarbereichs (siehe Robitaille, 1994).

Andere internationale Vergleichsuntersuchungen wurden vom Educational Testing Service (ETS) durchgeführt, und zwar die First und Second International Assessment of Educational Progress (*IAEP*). An der ersten Studie (1988) nahmen 7 Länder teil, an der zweiten (1990/91) 20 Länder, u.a. England/Wales, nicht jedoch Deutschland. Die zweite Studie konzentrierte sich auf die Leistungen von 9jährigen und 13jährigen, wobei 75 Items aus sechs Gebieten genommen wurden. Da die Items von den großen amerikanischen nationalen Tests stammten (sog. National Assessment of Educational Progress - NAEP), bedeutet dies, daß das amerikanische Curriculum als Maßstab für Leistungsvergleiche diente. Die Studie erbrachte bzgl. der Reihenfolge der Länder im mathematischen Leistungsniveau das aus anderen Studien (s.o.) bekannte Bild: Die Jugendlichen aus China zeigten die besten Leistungen, gefolgt von denen aus Korea, Taiwan, Schweiz, Rußland, Ungarn, Frankreich. Die Jugendlichen aus Großbritannien, Irland und Slovenien erzielten Resultate knapp über dem Durchschnitt, die amerikanischen leicht darunter, noch schlechtere Leistungen erbrachten Jugendliche aus afrikanischen und südamerikanischen Ländern (siehe Lapointe, Mead & Askew, 1992, S. 15ff).

Neben diesen großen gab es in den letzten Jahren verschiedene kleinere Untersuchungen, insbesondere zum Vergleich des amerikanischen und japanischen Bildungssystems¹, u.a.:

- Japan/Illinois Study (1985): Die japanischen Lernenden erzielten in allen Tests und in allen beteiligten Altersgruppen (15-, 16- und 17jährige) signifikant bessere Leistungen als die amerikanischen (siehe Harnisch et al., 1985).
- Michigan Studies (1979-80, 1985-86): In diesen Studien mit Kindern des Elementarbereichs aus USA, Japan und Taiwan wurden neben Leistungstests auch Unterrichtsbeobachtungen und Schulbuchanalysen durchgeführt. Als wichtige Einflußfaktoren für die erneut deutlich besseren Leistungen insbesondere der japanischen Lernenden verglichen mit den amerikanischen erwiesen sich u.a. Unterschiede in den Lehr-Lern-Formen und der Interaktion

¹ Der Forschungsstand zum Vergleich der beiden Bildungssysteme wird umfassend in Becker (1992) dargestellt.

sowie im Aufbau der Curricula (siehe u.a. Stevenson & Bartsch, 1993; Stigler & Baranes, 1988).

1.2. Gründe für die Durchführung einer eigenen Vergleichsstudie

Unsere **Gründe** für die Durchführung einer **eigenen Untersuchung** - in einem gemeinsamen Projekt mathematikdidaktischer Arbeitsgruppen an den Universitäten Kassel und Exeter - sind vielfältig.

Sie liegen u.a. vordergründig darin, daß Deutschland an solchen internationalen Vergleichsuntersuchungen - außer FIMS - bisher nicht teilgenommen hat und daher keine aktuellen Daten zur Verfügung stehen (und es auch noch einige Jahre dauern wird, bis Ergebnisse von TIMSS vorliegen werden). Des weiteren wurden in den letzten Jahren einige Studien publiziert, in denen ein deutlich niedrigeres Niveau in den Mathematikleistungen der breiten Masse der englischen Jugendlichen gegenüber denen anderer Länder, insbesondere auch den deutschen, konstatiert wird (z.T. unter Rückgriff auf die alten FIMS-Daten; siehe u.a. Prais & Wagner, 1986). Diese Studien haben ein großes Interesse in der englischen Öffentlichkeit gefunden und bilden - zumindest ideologisch - auch einen Hintergrund für die seit Anfang der achtziger Jahre begonnenen grundlegenden Umgestaltungen des englischen Bildungssystems.

Ein weiterer Grund bezieht sich auf die internationale Diskussion um einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. In früheren Arbeiten haben wir hierbei verschiedene didaktische *Richtungen* identifiziert und die englische und die deutsche Diskussion unterschiedlichen Richtungen zugeordnet (vgl. Kaiser-Meßmer, 1989). Nachdem wir in qualitativ orientierten Fallstudien Auswirkungen dieser unterschiedlichen Ansätze auf Begriffsverständnis, Mathematikbild und Anwendungsfähigkeiten untersucht haben, war ein Ziel, diese Untersuchungen auf eine breitere Basis zu stellen und auch quantitativ abgesicherte Ergebnisse zu erhalten (siehe Kaiser-Meßmer & Blum, 1993).

Des weiteren hat bisher nur SIMS *Lernfortschritte* von Jugendlichen gemessen, und dies nur über einen recht kurzen Zeitraum. Um zu fundierteren Aussagen über Einflußfaktoren für schulische Leistungen zu kommen, sind zusätzlich auch *Langzeitstudien* nötig, die deutlich über ein Jahr hinausgehen.

Ferner gibt es - und dies ist für uns der zentrale Aspekt - trotz des komplexen Designs jener umfangreichen Vergleichsuntersuchungen große Probleme mit der Interpretation und somit der Aussagekraft der Daten. So formuliert Husén (1983) nach Robitaille & Travers:

"Comparing the outcomes of learning in different countries is in several respects an exercise in comparing the incomparable." Later he added that unless the impacts of differences in objectives and curricula, to say nothing of cultural and socioeconomic differences, are taken into account in some way, international

comparisons are at best meaningless, and at worst odious." (Robitaille & Travers, 1993, S. 689)

Unsere Studie basiert daher auf einer expliziten Berücksichtigung der *Curricula* beider Länder und auf der Zusammenschau mit qualitativ orientierten *Fallstudien*, in denen umfangreiche Unterrichtsbeobachtungen sowie Diskussionen mit und Befragungen von Lehrenden und Lernenden durchgeführt wurden bzw. noch werden. Die Ergebnisse dieser Fallstudien sollen Hinweise zur Interpretation der Resultate der Langzeitstudie geben und damit die häufig üblichen "Datenfriedhöfe" mit nichtinterpretierbaren Daten vermeiden.

Zentrale **Ziele** unserer Langzeitstudie - in Verbindung mit den qualitativ orientierten Fallstudien - sind:

- Klärung, ob die verschiedentlich behaupteten deutlichen Leistungsunterschiede in Mathematik zwischen englischen und deutschen Lernenden zugunsten der deutschen in dieser Globalität zutreffen bzw. ob solche Aussagen mit gewissen Einschränkungen und Spezifizierungen zu versehen sind.
- Identifikation solcher Ansätze (Konzeptionen, Lehrstile, Arbeitsformen etc.), die besonders geeignet sind, mathematische Lernprozesse zu fördern, bzw. solcher, die eher Barrieren hierfür aufbauen.

1.3. Anlage der Langzeitstudie

Unsere auf drei Jahre angelegte Studie findet in den Jahrgangsstufen 8-10 in Deutschland bzw. (entsprechend) 9-11 in England statt², d.h. in den letzten drei Jahren vor dem Ende der allgemeinen Schulpflicht in England, die mit dem General Certificate of Secondary Education (GCSE, was unserer mittleren Reife entspricht) endet³. Die Studie besteht aus folgenden **quantitativ orientierten Komponenten**:

² Im folgenden benutzen wir der Einfachheit halber stets die deutsche Terminologie: "Klasse 8, 9, 10".

Am gesamten Projekt nimmt übrigens seit Beginn auch Schottland teil, einige weitere Länder beteiligen sich seit der zweiten Testrunde. Wir berücksichtigen diese Länder in unseren Vergleichen nicht, da der Einbezug zusätzlicher Länder außer Deutschland und England bei den qualitativen Untersuchungen, wie wir sie für unverzichtbar halten, unsere Kapazitäten überschritten hätte.

³ Langzeituntersuchungen im oberen Sekundarbereich erscheinen aufgrund der ganz anderen Organisation dieser Schulstufe im allgemeinbildenden Schulwesen in England und Deutschland bzw. aufgrund der Beendigung der allgemeinen Schulpflicht in England als sehr schwierig.

- Einem Test zur **mathematischen Leistungsfähigkeit** (sog. "**Potentialtest**") mit 26 Aufgaben aus verschiedensten mathematischen Gebieten.
- Einem **Arithmetik-Test** mit 47 Aufgaben aus den Bereichen einfaches Zahlenrechnen, Bruch- und Prozentrechnung, proportionale Beziehungen, Rechnen mit Größen und Näherungsrechnung, jeweils in reiner und angewandter Form.
- Einem **Algebra-Test** mit 31 Aufgaben zu linearen Termen und Gleichungen, Systemen linearer Gleichungen, Zahlenfolgen, quadratischen Termen und Gleichungen, höheren Termen und Gleichungen und Potenzen.
- Einem **Test zu Funktionen/Graphen/Geometrie** mit einem geometrischen Teil, der 11 Aufgaben zur Symmetrie, zu Winkeln, zur Berechnung von Oberflächen- und Volumeninhalt einfacher und komplexer geometrischer Körper und zu elementaren trigonometrischen Berechnungen enthält, und einem Teil zu Graphen/Funktionen mit 9 Aufgaben zu geometrischen Abbildungen in Koordinatendarstellung, Interpretation realer Graphen, linearen, quadratischen und weiteren Funktionen.
- Einem **Test zur Wahrscheinlichkeitsrechnung/Statistik** mit 16 Aufgaben zur Repräsentation und Aufbereitung statistischer Daten und zur Wahrscheinlichkeit einfacher und zusammengesetzter Ereignisse.
- Einem **Test zur Anwendung von Mathematik (Applying Mathematics)**, mit dem die Fähigkeiten der Lernenden, Mathematik zur Lösung unbekannter außermathematischer Situationen anzuwenden, überprüft werden sollen.
- Einem **Test zu Mathematik in Realitätsbezügen (Mathematics in Context)**, der u.a. auf Mathematisierungsfähigkeiten und auf Fähigkeiten zur Anwendung bekannter Algorithmen in realitätsbezogenen Situationen abhebt.
- **Fragebögen** zu den beteiligten Klassen, Lehrpersonen, Schulen⁴.

Der *Potentialtest* wurde (nur) zu Beginn der Studie durchgeführt und sollte sicherstellen, daß die englischen und deutschen Lernenden über ein vergleichbares mathematisches "Ausgangsniveau" verfügen (vgl. Blum et al., 1994). Dabei ist eine unserer Grundannahmen, daß es sinnvoll ist, von der *mathematischen Lei-*

⁴ Ergebnisse der Fragebögen zu den beteiligten Klassen, Lehrpersonen bzw. Schulen, in denen wir sowohl eher quantitativ orientierte Daten - wie die Anzahl der Lernenden in den Schulen - als auch mehr qualitative Daten erheben - wie der bevorzugte Lehrstil der beteiligten Lehrpersonen oder die verwendeten Unterrichtsmaterialien -, liegen noch nicht vor. Wir erhoffen uns von der Befragung Aufschlüsse über die Rahmenbedingungen der Schulen wie auch Informationen zur Selbsteinschätzung der Lehrenden, die mit unseren im qualitativen Teil des Projekts gewonnenen Informationen verglichen werden sollen.

stungsfähigkeit (dem "Potential") von etwa 13/14jährigen Jugendlichen in England und Deutschland zu sprechen, wobei dieses theoretische Konstrukt sämtliche mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten umfaßt, wie auch immer sie zustande gekommen sind. Des weiteren gehen wir davon aus, daß dieses Potential bei den deutschen und bei den englischen 13/14jährigen im wesentlichen *identisch verteilt* ist, wobei bei einzelnen Komponenten natürlich relevante Unterschiede zwischen beiden Ländern auftreten dürfen. Eine weitere Ausgangshypothese ist, daß solche *Einzel-Unterschiede instruktionsbedingt* sind, d.h. durch die Unterschiedlichkeit des jeweils vorangegangenen Mathematikunterrichts verursacht worden sind. Wir haben versucht, das Konstrukt "Potential" mittels unseres Tests so zu operationalisieren, daß der Test - bei Anwendung auf repräsentative Stichproben in beiden Ländern - sowohl genügend trennscharf ist, d.h. in beiden Ländern eine Unterscheidung nach verschiedenen Fähigkeitsniveaus gestattet, als auch zu beiden Ländern "fair" ist, d.h. i.w. identische Verteilungen der Gesamtergebnisse liefert. Unser Test enthält zwei Arten von Fähigkeitskomponenten: Zum einen intelligentestartige Aufgaben, die nicht direkt spezifischen Themen des Mathematikunterrichts zugeordnet sind, zum anderen direkt instruktionsabhängige Aufgaben. Bei Erprobungen früherer Testversionen haben sich Stärken der deutschen Lernenden in den Bereichen Arithmetik, Algebra und Logik sowie Stärken der englischen Lernenden in Geometrie/Graphen und Wahrscheinlichkeitsrechnung gezeigt (für Details siehe Blum et al., 1994).

Die vier stoffbezogenen *Leistungstests* werden dreimal durchgeführt bzw. sind bereits durchgeführt worden:

- **1. Testrunde:** Beginn von Klasse 8, Herbst 1993;
- **2. Testrunde:** Erstes Halbjahr von Klasse 9, Herbst 1994;
- **3. Testrunde:** Zweites Halbjahr von Klasse 10 (Frühjahr 1996), in Hauptschulen ohne 10. Schuljahr am Ende von Klasse 9 (Sommer 1995).

Dabei wird der Test zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik aus organisatorischen und inhaltlichen Gründen nur in England durchgeführt.

Bei der zweiten und dritten Testrunde wurden bzw. werden *Parallelversionen* der Tests aus der ersten Runde verwendet. Diese Tests sind nicht als Multiple-Choice-Tests konzipiert, vielmehr müssen die Lernenden die Lösungen selbst aufschreiben. Allerdings wird aus Kapazitätsgründen in der Testauswertung nur berücksichtigt, ob die Ergebnisse richtig oder falsch sind.

Die Aufgaben aller vier Leistungstests orientieren sich aufgrund des Langzeitcharakters unserer Studie am *Abschlußniveau der Sekundarstufe 1*. Dabei ist die dritte Testrunde natürlich die wichtigste, da hier die Leistungen am Ende des Bildungsgangs Sek. I festgehalten werden. Es ist aber auch legitim und sinnvoll, eine "Zwischenbilanz" dieses Bildungsgangs zu Beginn von Klasse 8 zu ziehen und

dadurch den Stand am *Ausgangspunkt* unserer Langzeitstudie festzustellen. Hierüber berichten wir in der vorliegenden Arbeit. Im übrigen hat die Orientierung der Tests am Sek. I-Abschlußniveau auch den Vorteil, daß so die Einflüsse der unterschiedlichen Curricula auf Stand und Fortschritt der Leistungen besser verfolgt werden können als bei jahrgangsstufenspezifischen Tests.

Eine gravierende Einschränkung war, daß aus schulorganisatorischen Gründen lauter **zeitlimitierte Tests** entwickelt werden mußten (für jeden Test 40 Minuten Bearbeitungszeit). So mußten wir uns durchweg auf *leicht abtestbare Fertigkeiten* beschränken und konnten keine höheren Fähigkeiten wie Mathematisieren oder Beweisen abtesten. Andererseits charakterisieren solche Fertigkeiten wohl (leider) wesentliche Teile der tatsächlichen Unterrichtspraxis, so daß diesbezügliche Ergebnisse sicherlich von Interesse sind.

Beim Potential-, Arithmetik- und Algebra-Test haben wir keine **Taschenrechner** erlaubt, um festzustellen, über welche elementaren Rechenfertigkeiten die Lernenden beider Länder ohne dieses Hilfsmittel verfügen. Beim Test zu Funktionen/Graphen/Geometrie haben wir die Verwendung des Taschenrechners zugelassen, um insbesondere die Berechnungen in Zusammenhang mit der Kreiszahl π sowie die elementaren trigonometrischen Berechnungen nicht zu verkomplizieren. Des weiteren haben wir bei diesem Test die wesentlichen Formeln mit abgedruckt, da dies bei den in englischen Schulen verwendeten Leistungstests üblich ist.

Die Tests zur *Anwendung* von Mathematik bzw. Mathematik in *Realitätsbezügen* werden einmal (Mai-Juni 1995) an ausgewählten Schulen in England und Deutschland durchgeführt.

Daneben hat unsere Studie auch einen qualitativ orientierten Teil, in dem **Fallstudien** mit **Unterrichtsbeobachtungen** bei einem Teil der beteiligten Lerngruppen durchgeführt werden. Die bisherigen Unterrichtsbeobachtungen haben zum einen zu Thesen über Unterschiede im Lehr-Lern-Stil zwischen englischem und deutschem Mathematikunterricht geführt bzw. bereits früher entwickelte Thesen bestätigt; zum anderen geben die Unterrichtsbeobachtungen Aufschluß über zugrundeliegende fachdidaktische Konzeptionen der einzelnen Lehrpersonen, über deren individuellen Lehrstil sowie über die im Unterricht üblichen Arbeitsformen. Über deren Ergebnisse wird an anderer Stelle berichtet; sie werden in der vorliegenden Arbeit nur soweit erwähnt, wie sie zur Interpretation der Ergebnisse der ersten Testrunde geeignet sind.

1.4. Zur Auswahl der Stichprobe

In **Deutschland** beruht die Studie auf einer **nach Schulformen stratifizierten Stichprobe** (ohne Sonderschulen), wobei wir zur Sicherung einer gewissen regio-

nenal Ausgewogenheit staatliche Schulen aus Hessen, Niedersachsen und Baden-Württemberg gewählt haben. Innerhalb dieser Länder haben wir die beteiligten Klassen bzw. Schulen so ausgewählt, daß die Verteilung der Lernenden auf die einzelnen Schulformen jeweils der entsprechenden Verteilung in diesem Bundesland entspricht. Hessen ist (mit drei Kasseler Schulen auf voller Jahrgangsbreite, darunter eine additive Gesamtschule) vergleichsweise stark vertreten. Für unsere Stichprobe ist dies unerheblich (wenn man davon ausgeht, daß es bezogen auf die gesamte Jahrgangsbreite keine relevanten bundesländerspezifischen Unterschiede gibt), wohl aber hat dies offensichtliche Auswirkungen auf *schulformspezifische* Vergleiche und sollte bei den entsprechenden Ausführungen in Abschnitt 2.3 und in Kapitel 3 mitbeachtet werden. Des weiteren haben wir eine integrierte Gesamtschule aus Nordrhein-Westfalen sowie Privatschulen aus Bayern und aus Hessen berücksichtigt, um auf bundesdeutscher Ebene gesehen einen entsprechenden Anteil dieser beiden Schularten zu erhalten. Insgesamt nehmen in Deutschland etwa 800 Lernende an der Studie teil.

Für **England** wurde ein ähnliches Vorgehen gewählt: Hier wurde aus einer ursprünglichen Stichprobe mit über 6000 Lernenden (bei der es sich um eine Konvenienzstichprobe handelt) eine **Teilstichprobe** mit knapp 1700 Lernenden gezogen, die an verschiedenen **Kriterien** gemessen wurde wie Übereinstimmung des Anteils verschiedener Schulformen (wie staatliche Schulen, Independent Schools, Grant-maintained Schools, Gesamtschulen bzw. selektive Schulen) mit der nationalen Verteilung, regionale Ausgewogenheit sowie eine Übereinstimmung der Verteilungen der im GCSE erzielten Noten mit der nationalen Verteilung. Insgesamt können somit beide Stichproben, gemessen an den beschriebenen Kriterien, als repräsentativ angesehen werden.

Die deutschen Lernenden sind dabei im Durchschnitt ein halbes Jahr älter als die englischen, wobei diese wiederum ein knappes halbes Jahr länger die Schule besucht haben, da englische Kinder früher eingeschult werden⁵. Diese Unterschiede beeinflussen natürlich die Ergebnisse der Studie. Hier zeigt sich ein grundsätzliches methodologisches Problem internationaler Vergleichsstudien, das aus prinzipiellen Gründen nicht befriedigend gelöst werden kann. So bezieht sich eine Studie entweder auf eine gewisse Altersgruppe von Kindern, wie dies z.B. die SIMS und die Second IAEP getan haben, oder aber auf Jahrgangsklassen wie bei uns. Die Entscheidung für Jahrgangsklassen war dabei naheliegend, da ja die Entwicklung der Lernenden über einen längeren Zeitraum hin verfolgt werden soll.

⁵ Die englischen Kinder besuchen mit 5+ die Schule, wobei im ersten Schuljahr trimesterweise eingeschult wird und das Kind in dem Trimester in die Schule kommt, in dem der 5. Geburtstag liegt.

2. Zentrale Ergebnisse

In diesem Kapitel stellen wir die zentralen Ergebnisse der **ersten Testrunde** (Herbst 1993) der Langzeitstudie dar. In Kapitel 3 nehmen wir dann für jedes Themengebiet ergänzende Interpretationen vor.

2.1. Zum mathematischen Potential

Beim Test zur **mathematischen Leistungsfähigkeit** sind **Unterschiede im Mittelwert zugunsten der deutschen Jugendlichen** vorhanden: 13,7 Punkte gegenüber 12,4 Punkten bei maximaler Punktzahl von 26. Da die von den Jugendlichen beider Länder erzielten Punktzahlen in sehr befriedigender Näherung normalverteilt sind (siehe die im Anhang abgedruckten Diagramme mit den Punktverteilungen zu den einzelnen Tests), ist einer der klassischen Tests auf Signifikanz des Unterschieds zwischen den Mittelwerten anwendbar. Es zeigt sich, daß der Unterschied auf einem Niveau kleiner als 1% signifikant ist. Da beide Stichproben als sehr befriedigend repräsentativ angesehen werden können (vgl. 1.4), bedeutet dies, daß es nicht wie geplant vollständig gelungen ist, einen zu beiden Lerngruppen "fairen" Test zu konstruieren. Dies hat mehrere *Gründe*. Erstens hat unser Potentialtest wohl - trotz Überarbeitung - noch immer einen zu großen Schwerpunkt im arithmetischen Bereich, in dem die deutschen Jugendlichen große Leistungsvorteile haben. Zweitens haben die deutschen Lernenden bei geometrisch orientierten Fähigkeitskomponenten wie räumliches Vorstellungsvermögen oder Interpretieren realer Graphen gegenüber früheren Erprobungen "aufgeholt" und gleichzeitig bei arithmetisch/algebraisch/logischen Komponenten z.T. noch "zugelegt". Eine mögliche Erklärung hierfür liegt darin, daß die an der Testerprobung beteiligten Jugendlichen fast ein Jahr jünger waren als die jetzt an der Langzeitstudie beteiligten. Eine Analyse der Ergebnisse aus der Erprobung des Potentialtests nach Jahrgangsklassen ergab in der Tat eine *Abhängigkeit* der Ergebnisse vom "*Schulalter*" der Jugendlichen in Deutschland (höhere Jahrgänge hatten bessere Ergebnisse), währenddessen diese Altersabhängigkeit bei den englischen Jugendlichen *nicht* festzustellen war. Als Erklärung liegt der spiralige Aufbau des englischen Curriculums nahe, der die Jugendlichen in die Lage versetzt, gewisse Aufgaben bereits recht früh lösen zu können (wobei dieser Aufbau aber auch Probleme wegen der fehlenden Systematik im globalen Aufbau der Mathematik macht). Demgegenüber führt die Aufteilung des deutschen Curriculums in große Themenblöcke dazu, daß viele Jugendliche zu einzelnen Aufgaben überhaupt keinen Zugang finden, weil die zugehörigen Themengebiete noch nicht behandelt worden sind.

Auf der anderen Seite sind die Unterschiede im Mittelwert, in der Streuung und in der Verteilung (untere bzw. obere Dezentile der englischen Verteilung bei 6 und 18 Punkten verglichen mit 8 und 19 Punkten bei der deutschen Verteilung) zwi-

schen beiden Stichproben begrenzt und gut überschaubar, so daß der Test - bei Berücksichtigung jener Unterschiede - doch gut geeignet erscheint, die Vergleichbarkeit der beiden Stichproben abzusichern.

Die an den Test ebenfalls gestellte Anforderung der **Trennschärfe**, d.h. der Unterscheidung der Lernenden nach verschiedenen Fähigkeitsniveaus, wird in hohem Maße erfüllt, und zwar sowohl bzgl. der einzelnen Schulformen innerhalb des gegliederten Schulsystems in Deutschland wie bzgl. der einzelnen Kurse in einem nach mathematischer Leistungsfähigkeit strukturierten Kurssystem in England. Auch die Ergebnisse dieser Leistungs-Teilgruppen sind in sehr befriedigender Näherung normalverteilt.

2.2. Zu den inhaltlichen Leistungen

In den Leistungstests zu **Arithmetik, Algebra und Funktionen/Graphen/Geometrie** treten **bereichsspezifische Leistungsunterschiede** auf. Konkret: Die deutschen Jugendlichen erzielten - wie von uns vorweg vermutet - signifikant bessere Leistungen im Arithmetik-Test, im Algebra-Test sind die Unterschiede zugunsten der deutschen Lernenden geringer als erwartet, im Funktionen/Graphen/Geometrie-Test erbrachten die englischen Jugendlichen - wie vermutet - signifikant bessere Leistungen. Über die Größe der Leistungsunterschiede im Bereich Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik kann - da der entsprechende Test in Deutschland nicht geschrieben wurde - nur spekuliert werden, jedoch dürften auch hier die englischen Jugendlichen Leistungsvorteile haben. Insgesamt bestätigen die Ergebnisse unsere zu Projektbeginn formulierten Thesen zur Bereichsspezifität der Leistungsunterschiede zwischen beiden Lerngruppen. Diese Ergebnisse stehen auch voll in Einklang mit der Second IAEP (vgl. 1.1), in der die englischen Jugendlichen überdurchschnittliche Leistungen in den Bereichen Wahrscheinlichkeitsrechnung/Statistik sowie Geometrie und unterdurchschnittliche Leistungen in den Bereichen Größen und Arithmetik erbrachten (siehe Lapointe, Mead & Askew, 1992, S. 146).

Die Leistungsunterschiede in den einzelnen Tests sind stark von **länderspezifischen Schwerpunktsetzungen** in den **Curricula** bzw. im faktischen **Unterricht** beeinflusst und dadurch recht weit erklärbar. So betont der deutsche Mathematikunterricht - über alle Schulformen hinweg - die Fähigkeit zur präzisen Durchführung von *Algorithmen* aus den Bereichen Bruchrechnung, proportionale Zuordnungen, Prozentrechnung u.ä., denen im englischen Mathematikunterricht weit weniger Aufmerksamkeit und Unterrichtszeit gegeben wird. Das Themengebiet *Algebra* hat im deutschen Mathematikunterricht eine höhere Bedeutung als im englischen, insbesondere im Gymnasium. Im Hauptschul- und eingeschränkt auch im Realschulbereich wird die Algebra allerdings auf elementare Methoden beschränkt, die weitgehend erst am Ende des unteren Sekundarbereichs behandelt werden und sich somit erst in den Ergebnissen der folgenden Testrunden unserer

Langzeitstudie niederschlagen werden. Daher erscheint der (noch) geringe Leistungsvorsprung der deutschen Lernenden plausibel. *Funktionen* sind eigentlich ein Schwerpunkt der deutschen Curricula und werden in England kaum explizit thematisiert. Durch die relativ starke Berücksichtigung von Testaufgaben zu *Graphen*, die in England häufiger und früher behandelt werden, kommen aber zu Beginn von Klasse 8 Leistungsvorteile der englischen Lernenden zustande. *Geometrie* ist eine explizite Schwerpunktsetzung des englischen Mathematikunterrichts und hat im deutschen Unterricht in allen Schulformen in den letzten 30 Jahren viel von seiner Bedeutung verloren. Dabei dominieren im englischen Curriculum konstruktive Aspekte, währenddessen im Gymnasialunterricht in Deutschland Geometrie häufig auch der Schulung höherer Lernziele wie Argumentieren bzw. Beweisen dient, die sich in einem zeitlimitierten Test nur schwerlich abprüfen lassen.

Insgesamt weisen die Unterschiede in den Testergebnissen zwischen England und Deutschland darauf hin, daß offenbar der *Mathematikunterricht tatsächlich Effekte* hat, was trivial sein mag, aber doch mitunter in Frage gestellt wird.

2.3. Zur Schulformabhängigkeit

Innerhalb des deutschen Schulsystems sind die festzustellenden **Leistungsunterschiede** zwischen den einzelnen Schulformen des gegliederten Systems in Art und Intensität **abhängig vom Themengebiet**. Bei der *Arithmetik* treten große Unterschiede zwischen Gymnasial-/Realschulbereich einerseits und Hauptschulbereich andererseits auf. In integrierten Gesamtschulen wird Methoden der Arithmetik oft weniger Bedeutung als im klassischen Schulwesen zugewiesen, so daß die Leistungen der Lernenden aus diesem Schulzweig unter denen des Realschulbereichs liegen. Bei der *Algebra* treten große Unterschiede zwischen allen drei Schulformen des dreigliedrigen Schulsystems auf. Dies spiegelt unterschiedliche Schwerpunktsetzungen wieder, wobei Algebra im Gymnasium aufgrund ihrer Bedeutung für die Oberstufe ein besonders hoher Stellenwert zugewiesen wird. Die integrierte Gesamtschule ist hier im Mittel mit der Realschule vergleichbar. Bei *Funktionen/Graphen/Geometrie* treten sehr große Unterschiede zwischen dem Gymnasialbereich und allen anderen Schulformen auf, und zwar sowohl bei einfacheren wie auch bei komplexeren Fähigkeitskomponenten. Die Unterschiede in dem Teil zu Funktionen/Graphen sind leicht erklärbar, da viele der abgetesteten Fähigkeitskomponenten im Hauptschulunterricht und z.T. auch im Realschulunterricht gar nicht vorkommen. Die Unterschiede im Bereich Geometrie sind kaum mit Schwerpunktsetzungen der einzelnen Schulformen erklärbar, sondern eher mit allgemeinen Fähigkeitsunterschieden. Die integrierte Gesamtschule liegt hier im Mittel über der Realschule. Abschließend sei erwähnt, daß sich bei beiden teilnehmenden *Gesamtschulen* der wohlbekannte "Ausdünnungseffekt" (wegen der Konkurrenz klassischer Gymnasien) zeigt, d.h. das Leistungs-

niveau der Gymnasialzweige der Gesamtschulen liegt bei allen Tests im Mittel unter dem der klassischen Gymnasien.

2.4. Zur Streuung der Leistungen

Zwischen den Lerngruppen beider Länder bestehen deutliche **Unterschiede** zwischen den **Verteilungen** der erzielten Punkte (siehe Diagramm 1-4 im Anhang). So zeigt sich bei den englischen Lernenden eine ausgeprägte, allerdings dünne Leistungsspitze (bis dicht an die maximal erreichbaren Punktzahlen), ein relativ flacher mittlerer Leistungsbereich und ein sehr großer Bereich niedriger Punkte. Bei den deutschen Lernenden fällt demgegenüber der breite mittlere Leistungsbe- reich auf, wobei eine Hochleistungsspitze fast vollständig fehlt und der leistungs- schwache Bereich deutlich schmaler ist. Dieses Muster zeigt sich bei allen Lei- stungstests (mit gewissen themenspezifischen Unterschieden).

Die englischen *Leistungsspitzen* stammen im wesentlichen aus einer privaten Jungenschule (sog. *Independent School*), die stark selektiv ist, mit anspruchsvol- len Eingangsexamina. Des weiteren kommt ein Teil dieser Leistungsspitzen aus einer Mädchenschule, die ebenfalls mittels anspruchsvoller Eingangsexamina hochselektiv und eine sog. *Grant-maintained School*⁶ ist. Diese beiden Schulen sind typisch für die **Eliteorientierung** des englischen Schulsystems, die in den letzten Jahren durch die staatliche Unterstützung von Privatschulen und Grant- maintained Schools noch deutlich zugenommen hat. Einige kurze Bemerkungen zu diesen Schulen: Bei der Privatschule handelt es sich um eine angesehene Jun- genschule mit angegliedertem Internat, an der gerade in den letzten Jahren vor dem GCSE ein sehr hoher Anteil von asiatischen Jungen (überwiegend aus Hong- konk, China und Japan) unterrichtet wird. Diese Jungen haben häufig Probleme im sprachlichen Bereich, sind aber in Mathematik ihren Alterskameraden oft weit überlegen. Ungefähr zwei Drittel der Schüler dieser Schule legen - für Pri- vatschulen nicht untypisch - ihr GCSE ein Jahr früher ab und lernen daher die meisten mathematischen Themengebiete deutlich früher als ihre Alterskame- raden. Die selektive Mädchenschule weist ebenfalls einen sehr hohen Asiatinnen- anteil aus (meist Mädchen aus Indien und Pakistan, deren Eltern aus kulturellen und religiösen Gründen oft eine Mädchenschule bevorzugen). Viele dieser Mäd- chen entstammen der Mittelschicht, sind extrem leistungsmotiviert und ebenfalls stark auf gute Leistungen in Examina orientiert.

⁶ Grant-maintained Schools sind im Zuge des Education Reform Act von 1988 einge- führt worden und erhalten ihr Geld direkt vom Staat, nicht wie die anderen Schulen von den Local Educational Authorities (LEA). Da diese Schulen damit einen hohen Grad von Autonomie haben, können sie sich ihre Schülerpopulation selbst aussuchen und sind daher häufig selektiv.

Insgesamt läßt sich feststellen, daß diese Schulen die Ergebnisse der englischen Stichprobe stark beeinflußt haben, auch indem ein Großteil der Lösungen der Aufgaben, die in Deutschland erst in höheren Klassen behandelt werden (und deshalb hier z.T. noch von niemand gelöst werden konnten) von ihnen stammen. Insbesondere die geringen Leistungsunterschiede zwischen englischen und deutschen Jugendlichen im Bereich Algebra sind i.w. durch diese Lernenden bestimmt.

2.5. Zu Lehr-Lern-Formen

Eine andere Erklärung für die in 2.4 beschriebene stärkere Streuung der Leistungen in England basiert auf der im englischen Schulwesen vorherrschenden Dominanz **individualisierter Lehr-Lern-Formen**, die den Leistungsstarken enorme Entwicklungsmöglichkeiten geben, aufgrund der Klassengrößen zumindest im staatlichen Schulwesen den Leistungsschwachen jedoch nicht die Unterstützung zuteil werden lassen, die für entsprechende Lernfortschritte nötig wären. Das **deutsche System** orientiert sich demgegenüber an allgemeinbildenden Erziehungszielen, das **gemeinsame Unterrichtsgespräch** ist die vorherrschende Lehr-Lern-Form; dies erlaubt in der Regel nur ein gemeinsames Fortschreiten im Lernprozeß. Diese Unterschiede in den Lehr-Lern-Formen erklären manche unserer Ergebnisse, insbesondere die globalen, ebenso wie die in 2.2 diskutierten stoffbezogenen Unterschiede. So scheint der (oft kritisierte) "gemeinsam entwickelnde Mathematikunterricht" in Deutschland dafür zu sorgen, daß ein erheblich größerer Teil der Lernenden die gesteckten Ziele (bezogen auf die von uns abgetesteten Fähigkeiten, siehe 1.3) erreicht, als dies in England der Fall ist. Insbesondere Leistungsschwache werden so stärker mitgezogen. Allerdings werden Leistungsstarke oft nicht entsprechend ihren Möglichkeiten gefördert.

Die unterschiedlichen Orientierungen zeigen sich auch in den *Curricula* beider Länder: So formuliert das individualistisch orientierte englische National Curriculum Lernziele in Abhängigkeit vom Lebensalter der Kinder, wobei eine große Streubreite in Abhängigkeit von der individuellen Leistungsfähigkeit angegeben wird, die viel Raum für eine Fülle verschiedener individueller Entwicklungen läßt (siehe Howson, 1991). Demgegenüber formulieren deutsche Lehrpläne Lernziele für Jahrgangsklassen, wobei den Unterschieden im Leistungsvermögen durch die Differenzierung innerhalb der verschiedenen Schulformen Rechnung getragen wird; diese Differenzierung bezieht sich jedoch - bis auf integrierte Gesamtschulen - auf eine allgemeine Leistungsfähigkeit und läßt wenig Raum für individuelle Entwicklungen (vgl. Fanghänel, Stamm & Weber, 1992).

2.6. Zum Rechnereinsatz

Insbesondere beim *Rechnen mit natürlichen Zahlen* und mit *Brüchen* zeigen sich sehr große Unterschiede zwischen englischen und deutschen Lernenden, wobei viele der englischen Lernenden bereits bei elementaren Aufgaben wie der Addition zweier Stammbrüche versagten. Diese in der englischen Presse⁷ bereits hitzig diskutierte Ergebnisse sind wohl stark durch den permanenten und sehr frühen **Rechnereinsatz** bedingt. Taschenrechner werden in England bereits in Primarschulen benutzt, währenddessen sie in Deutschland frühestens ab Klasse 7 zugelassen sind. Der permanente Rechnereinsatz hat bei vielen Lernenden zu einem "Verlernen" der schriftlichen Ausführung der Grundrechenarten geführt bzw. Strategien zum Vermeiden des Rechnens mit Brüchen gefördert. Die im National Curriculum geforderten Kopfrechenübungen haben dem bisher nur wenig gegensteuern können.

2.7. Zum Alter der Jugendlichen

Eine Analyse der **Altersverteilung** der beteiligten Jugendlichen macht deutlich, daß die deutschen Jugendlichen ca. sechs Monate älter sind als die englischen und daß die deutsche Altersstreuung größer ist. Als Ursache hierfür ist hauptsächlich das *Wiederholen* von Klassen und der dem Klassenwiederholen häufig folgende "*Abstieg*" in die nächst untere Schulform anzusehen, was es im englischen Schulsystem nicht gibt. Des weiteren befindet sich in einigen unserer Hauptschulklassen eine nicht unbeträchtlicher Zahl von *Aussiedlerkindern*, die häufig deutlich älter als die anderen sind.

3. Einige Details

Es folgen Interpretationen einzelner interessanter Aspekte zu den verschiedenen Tests. Dabei finden sich im Anhang (Diagramm 5-8) zur übersichtlichen Darstellung und schnellen Information für jeden der durchgeführten Tests die Prozentsätze richtiger Lösungen zu den Aufgaben jeweils einer Fähigkeitskomponente (Items) in Form von *Box-and-Whisker-Plots*⁸, bezogen auf den Vergleich der eng-

⁷ Vgl. z.B. die Artikel in Sunday Times vom 8. Mai 1994 sowie in Times Educational Supplement vom 3. Juni 1994.

⁸ Zur Erläuterung der Bedeutung der *Box-and-Whisker-Plots*: Der rechteckige Kasten umfaßt einen Wertebereich der Daten, der zwischen dem ersten und dem dritten Quartil liegt und damit 50% der Daten enthält; die Querstriche geben den Median der Daten an. Die markierten Ober- und Untergrenzen (maximal das 1,5-fache des Interquartilabstands) kennzeichnen als unauffällig betrachtete Daten. Ausreißer (mit O bei Abweichungen um das 1,5-fache bis zum 3-fachen des Interquartilabstands) und Extre-

lischen und deutschen Lerngruppen⁹. Die Ergebnisse des von uns durchgeführten Chi-Quadrat-Tests auf Signifikanz der Unterschiede zwischen beiden Lerngruppen geben wir nicht vollständig wieder, sondern nur soweit jeweils interessant.

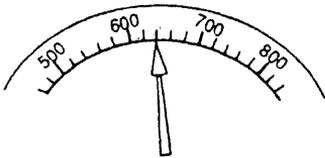
3.1. Zum Potentialtest

Wie bereits in 2.1 ausgeführt erzielten die deutschen Jugendlichen im Potentialtest etwas bessere Leistungen als die englischen. Diese Unterschiede sind vor allem durch die starken Differenzen bei den Aufgaben aus dem Arithmetik-Bereich bedingt, insbesondere bei den Aufgaben zum einfachen Zahlenrechnen, Umgehen mit proportionalen Zuordnungen und Zahlensymbolrätsel. Im Bereich Geometrie, d.h. beim Umgehen mit ebenen Figuren sowie beim räumlichen Vorstellungsvermögen, werden die Unterschiede viel geringer. Bei der Interpretation realer Graphen und beim funktionalem Denken sind keine Unterschiede erkennbar. Erklärungen hierfür haben wir bereits in Abschnitt 2.2 genannt.

Im folgenden zur Illustration einige prägnante Beispiele .

Beispiel 1: Aufgabe zum einfachen Zahlenrechnen

3. Auf welche Zahl deutet der Zeiger?



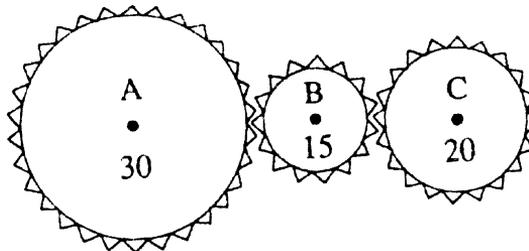
Die Aufgabe wurde von 85% der deutschen gegenüber 76% der englischen Jugendlichen richtig beantwortet. Der Unterschied ist bei einem Chi-Quadrat-Wert von 28,1 ($f=1$, $N=2475$) hochsignifikant ($p<0,00001$).

me (mit Stern bei mehr als dem 3-fachen des Interquartilabstands) werden gesondert gekennzeichnet. N gibt die Anzahl der Aufgaben zu einer Fähigkeitskomponente an. In den hier vorliegenden Box-and-Whisker-Plots sind die Anzahl der richtigen Lösungen für jede Aufgabe (in Prozent) veranschaulicht, zusammengefaßt zu den Fähigkeitskomponenten, und zwar getrennt nach Ländern.

⁹ Entsprechende Vergleiche haben wir auch innerhalb der deutschen Gruppe in Bezug auf die verschiedenen Schulformen vorgenommen. Aus Platzgründen verzichten wir hier auf einer Wiedergabe dieser Diagramme.

Beispiel 2: Aufgabe zum Umgehen mit proportionalen Zuordnungen

23. Das Diagramm zeigt drei miteinander verbundene Zahnräder. Die Anzahl der Zähne ist innerhalb jedes Zahnrads angegeben. Wenn Zahnrad A sechs Umdrehungen macht, wie viele macht dann Zahnrad C?



27% der deutschen gegenüber 16% der englischen Jugendlichen haben die Aufgabe richtig gelöst, wobei der Unterschied bei einem Chi-Quadrat-Wert von 45,0 (f und N wie bei Beispiel 1) hochsignifikant ist ($p < 0,00001$).

Beispiel 3: Zahlensymbolrätsel

22. Jedes Symbol in der untenstehenden Multiplikationsaufgabe steht für eine unterschiedliche Ziffer. Finde für jedes Symbol eine passende Zahl.

$$\blacksquare \bullet \cdot \bullet = \blacktriangle \blacksquare \bullet$$

35% der deutschen gegenüber 20% der englischen Lernenden fanden eine richtige Lösung; auch hier ist der Unterschied hochsignifikant ($p < 0,00001$ bei einem Chi-Quadrat-Wert von 61,3).

Beispiel 4: Umgehen mit ebenen Figuren

5. Gib die Nummer(n) aller zusammengesetzter Figuren an, die aus den beiden gegebenen Stücken hergestellt werden können. (Jedes Stück darf nur einmal benutzt werden).

gegebene Stücke	
zusammen- gesetzte Figuren	

30% der englischen gegenüber 24% der deutschen Lernenden haben diese Aufgabe richtig beantwortet. Der Unterschied ist hochsignifikant (Chi-Quadrat-Wert von 10,0, $p < 0,005$).

Eine Analyse der Daten nach den in Deutschland vertretenen *Schulformen* zeigt beträchtliche Unterschiede auf; so beträgt der Mittelwert für Gymnasialklassen 16,2, für Realschulklassen 13,4, für Hauptschulklassen 8,8 und für die Kurse an der integrierten Gesamtschule 12,7 Punkte. Insbesondere beim Erkennen der Struktur von Zahlenfolgen und bei proportionalen Zuordnungen bestehen nur geringe Unterschiede zwischen den Gymnasial- und Realschulklassen sowie den Kursen an der integrierten Gesamtschule, es treten jedoch große Unterschiede zum Hauptschulbereich auf. In allen anderen Fähigkeitskomponenten aus dem algebraischen und geometrischen Bereich sind zwischen allen drei Schulformen des klassischen dreigliedrigen Schulsystems deutliche Unterschiede erkennbar, wobei die Ergebnisse der Kurse der integrierten Gesamtschule meist etwas unterhalb des Realschulbereichs liegen.

Eine Analyse der Ergebnisse der verschiedenen in England beteiligten Schulen zeigt deutliche Unterschiede auf zwischen dem Bereich selektiver Privatschulen bzw. staatlicher selektiver Schulen mit einem Mittelwert von 17,2 bzw. 16,6 und dem staatlichen Gesamtschulsektor mit Mittelwerten von 9,7 bis 13,5.

3.2. Zum Arithmetik-Test

Die deutschen Lernenden haben deutlich bessere Leistungen erbracht als die englischen: Mittelwert 23,5 Punkte gegenüber 17,7 Punkten bei maximaler Punktzahl von 50.

Die größten Unterschiede zugunsten der deutschen Jugendlichen zeigen sich in den Fähigkeitskomponenten Rechnen mit natürlichen Zahlen und Rechnen mit Brüchen. Einige Beispiele zur Illustration:

Beispiel 5: Rechnen mit natürlichen Zahlen

13. $900:30 = ?$	20. $60 \cdot 450 = ?$
------------------	------------------------

Aufgabe 13 wurde von 93% der deutschen gegenüber 56% der englischen Lernenden und Aufgabe 20 von 71% der deutschen verglichen mit 30% der englischen Lernenden richtig beantwortet. Die Unterschiede sind hochsignifikant (Chi-Quadrat-Werte von 345,9 bzw. 364,0, $f=1$, $N=2446$, $p < 0,00001$).

Beispiel 6: Rechnen mit Brüchen

21. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?$	29. $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = ?$	33. $\frac{1}{3} : \frac{1}{9} = ?$
-------------------------------------	---	-------------------------------------

61% der deutschen gegenüber 21% der englischen Lernenden haben Aufgabe 21 richtig beantwortet; die Unterschiede in Aufgabe 29 sind mit 72% richtiger Ant-

worten bei den deutschen gegenüber 20% richtiger Antworten bei den englischen Lernenden noch stärker. Aufgabe 33 haben 61% der deutschen gegenüber 13% der englischen Lernenden richtig gelöst. Auch hier sind die Unterschiede hochsignifikant (Chi-Quadrat-Werte von 397,4, 620,3 und 615,3, f und N wie bei Beispiel 5, $p < 0,00001$).

Die teilweise enormen Unterschiede zugunsten der deutschen Lernenden sind durch die geringe Bedeutung, die der englische Mathematikunterricht dem Rechnen mit natürlichen Zahlen und Bruchzahlen zuweist, gut erklärbar. Insbesondere - wie bereits in 2.6 erwähnt - durch den sehr frühen und permanenten Taschenrechnereinsatz "verlernen" die englischen Jugendlichen quasi die Verfahren der schriftlichen Multiplikation und Division bzw. werden Strategien zur Vermeidung des Rechnens mit Brüchen gefördert, was wir in den Unterrichtsbeobachtungen öfters sehen konnten.

Die Unterschiede beim *anwendungsbezogenen* Durchführen der Algorithmen (z.B. Rechnen mit Brüchen in Kontextproblemen) sind deutlich geringer als beim *reinen* Rechnen. Als Erklärung kann angesehen werden, daß im englischen Mathematikunterricht der Durchführung von Algorithmen in Anwendungskontexten ein wesentlich höherer Stellenwert zugewiesen wird als der Schulung reiner Rechenfertigkeiten, was auch in den im National Curriculum angegebenen Beispielen deutlich wird.

Bei Aufgaben zum Rechnen mit Prozenten in Anwendungskontexten erzielten die deutschen Lernenden insbesondere in Aufgaben, die auf dem expliziten Anwenden eines Lösungsalgorithmus basierten, signifikant bessere Ergebnisse, während bei Aufgaben, die auch mit Trial-and-Error-Methoden zu lösen waren, keine signifikanten Unterschiede auftraten. Insgesamt sind die Lösungsprozentsätze hier auch in Deutschland enttäuschend niedrig.

Beispiel 7: Angewandtes Rechnen mit Prozenten

36. Im Schlußverkauf beträgt der Preis eines Kassettenrecorders nach einer 20%igen Ermäßigung 120 DM.

Berechne den Preis vor der Ermäßigung.

45. 8% der gesamten Benzinfüllmenge eines Lastwagens sind 9,60 Liter.

Wie groß ist die gesamte Benzinfüllmenge?

Aufgabe 36 wurde von 15% der englischen gegenüber 14% der deutschen Lernenden richtig gelöst, Aufgabe 45 demgegenüber nur noch von 5% der englischen gegenüber 19% der deutschen.

Auch im Arithmetik-Test zeigen sich wieder deutliche Unterschiede zwischen den in Deutschland vertretenen *Schulformen*; so beträgt der Mittelwert für Gymnasialklassen 28,1, für Realschulklassen 23,0, für Hauptschulklassen 16,0 und für die Kurse an der integrierten Gesamtschule 19,1 Punkte.

In England bestehen wieder sehr große Unterschiede zwischen den selektiven Schulen mit einem Mittelwert von 32,5 bzw. 26,5 und den staatlichen Gesamtschulen mit Mittelwerten von 12,5 bis 18,7.

3.3. Zum Algebra-Test

Hier sind die Unterschiede geringer als vorweg vermutet: Mittelwert von 12,5 Punkten der deutschen gegenüber 11,1 Punkten der englischen Lernenden bei maximal 50 Punkten. Hierbei sei nochmals betont, daß sich viele Testaufgaben auf Inhalte beziehen, die erst in den höheren Klassen der Sekundarstufe I behandelt werden.

Sowohl die englischen wie die deutschen Lernenden waren - wie zu erwarten - im Bereich linearer Terme, beim Lösen von Systemen linearer Gleichungen und beim Erkennen von Folgen in der Lage, einen Großteil der Aufgaben zu lösen, während die Leistungen bei linearen Gleichungen stark vom Schwierigkeitsgrad der Aufgaben abhängen.

Einige Details: Bei der Manipulation linearer Terme erzielten die deutschen Lernenden durchgängig bessere Leistungen.

Beispiel 8: Manipulation linearer Terme

8. Vereinfache: (a) $2x + 5x$
 10. Multipliziere aus: $4(x + 2y)$

So wurde Aufgabe 8 von 66% der deutschen gegenüber 36% der englischen Lernenden gelöst, und bei Aufgabe 10 waren es 24% gegenüber 16%. Mit Chi-Quadrat-Werten von 189,3 bzw. 22,6 ($f=1$, $N=2444$) sind die Unterschiede hochsignifikant ($p < 0,00001$).

Beim Lösen von einfachen Systemen linearer Gleichungen traten keine Unterschiede zwischen beiden Lerngruppen auf.

Beispiel 9: Lösen von Systemen linearer Gleichungen

12. Löse das Gleichungssystem:
$$\begin{array}{l} x - y = 3 \\ x + y = 4 \end{array}$$

Die Aufgabe wurde von 49% (beide Werte) der deutschen verglichen mit 48% (x-Wert) bzw. 47% (y-Wert) der englischen Lernenden richtig gelöst (was zu Beginn von Klasse 8 wohl erfreuliche Prozentsätze sind).

Bei der Fähigkeitskomponente Fortsetzung von Folgen erzielten in einigen Aufgaben die englischen Lernenden bessere Leistungen, in anderen die deutschen.

Beispiel 10: Fortsetzung von Folgen

2. Wie heißt die nächste Zahl in der Folge?
(a) 3, 9, 27, ?
(b) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, ?$
6. Schreibe die nächsten zwei Zahlen dieser Folge hin:
2, 5, 10, 17, 26, ?, ?

In Aufgabe 2 erzielten die deutschen Lernenden signifikant bessere Leistungen: Teil (a) wurde von 65% der deutschen gegenüber 50% der englischen Lernenden richtig gelöst, Teil (b) von 65% verglichen mit 45% (Chi-Quadrat-Werte von 49,6 bzw. 88,3, f und N wie bei Beispiel 8, $p < 0,00001$). Demgegenüber erzielten in Aufgabe 6 die englischen Lernenden signifikant bessere Leistungen: 58% (1. Folgenglied) bzw. 51% (2. Folgenglied) richtige Antworten gegenüber 45% bzw. 41%. (Chi-Quadrat-Werte von 34,7 bzw. 21,3, $p < 0,00001$).

Die insgesamt geringen Unterschiede zwischen beiden Lerngruppen können wie folgt erklärt werden: Zum einen hat - wie schon in 2.4 ausgeführt - Algebra im selektiven englischen Schulsektor einen sehr hohen Stellenwert, wobei die guten Leistungen der Jugendlichen aus diesem Schulsektor durch die Leistungen der schwächeren Jugendlichen "kompensiert" werden, deren Anteil verglichen mit dem deutschen Schulwesen deutlich höher ist. Zum anderen werden im englischen National Curriculum - verglichen mit dem deutschen Curriculum - lineare Terme und Gleichungen vergleichsweise früh thematisiert und nehmen Folgen dort einen hohen Stellenwert ein.

Die Lernenden beider Länder hatten - wie zu erwarten - noch erhebliche Probleme mit der Bearbeitung von Aufgaben zu quadratischen Termen, quadratischen Gleichungen/Ungleichungen, höheren Termen und Gleichungen sowie Potenzen. Zu diesen Themengebieten sind erst für die nächste Testrunde interessante Ergebnisse zu erwarten. Auch hier sind kaum Unterschiede zwischen beiden Ländern erkennbar, abgesehen von den Jugendlichen aus dem selektiven englischen Schulsektor. Einige Schüler aus der privaten Jungenschule erreichten im Algebra-Test bereits 45-47 der möglichen 50 Punkte. Zum Vergleich: Der höchste in Deutschland erzielte Wert beträgt 36 und wurde von einem Schüler aus einer baden-württembergischen Gymnasialklasse erreicht.

Eine Analyse der Ergebnisse nach den einzelnen in Deutschland vertretenen *Schulformen* zeigt wieder deutliche Unterschiede; so erzielten die Gymnasialklassen einen Mittelwert von 17,4, die Realschulklassen von 10,4, die Hauptschulklassen von 5,3, die Kurse der integrierten Gesamtschule von 11,5 Punkten. Eine entsprechende Abstufung der Lösungshäufigkeit nach den Schulformen ist für die weniger komplexen Aufgabenklassen zu linearen Termen, linearen Gleichungen, Systemen linearer Gleichungen und Folgen erkennbar. Bei den kom-

plexen Aufgabenklassen zu quadratischen Termen, quadratischen Gleichungen/Ungleichungen, höheren Termen und Gleichungen sowie Potenzen stammen die Lösungen im wesentlichen nur aus dem Gymnasialbereich.

Des weiteren zeigen sich interessante *regionale* Unterschiede: So erzielten die beiden Gymnasialklassen aus Baden-Württemberg deutlich bessere Ergebnisse (26,2 bzw. 26,6) als alle anderen Gymnasialklassen. Eine naheliegende Erklärung für diesen sehr auffallenden Leistungsvorsprung besteht darin, daß für den Test zentrale Themengebiete der Algebra im Gymnasialcurriculum von Baden-Württemberg (z.T. auch in dem von Bayern) im Durchschnitt ein bis zwei Jahre früher vorgesehen sind, verglichen mit den Curricula von Hessen und Niedersachsen (siehe die Analysen von Fanghänel, Stamm & Weber, 1992). Da diese beiden Klassen in den anderen Tests, insbesondere im Potentialtest, im selben Bereich wie die hessischen und niedersächsischen Gymnasialklassen lagen, sind diese curricularen Unterschiede offenbar für den Leistungsvorsprung in der Algebra verantwortlich. In den Curricula für Haupt- und Realschulen gibt es geringere Unterschiede; hiermit korrespondiert, daß im Algebra-Bereich keine Leistungsvorteile der baden-württembergischen Haupt- und Realschulklassen gegenüber denen aus anderen Bundesländern erkennbar sind. Daß bei den beiden Klassen des bayerischen Privatgymnasiums keine Leistungsvorteile in der Algebra feststellbar sind, kann mit dem unter dem Gymnasialdurchschnitt liegenden mathematischen Potential dieser Klassen erklärt werden.

3.4. Zum Test Funktionen/Graphen/Geometrie

Die englischen Lernenden erzielten in allen Aufgabenklassen deutlich bessere Leistungen, wobei die Unterschiede bei der Symmetrie und bei ebenen Koordinatensystemen am größten sind. Der Mittelwert für die englischen Jugendlichen beträgt 15,5 gegenüber 11,3 der deutschen bei maximal 50 Punkten. Auch hier stammt ein beträchtlicher Anteil der richtigen Aufgabenlösungen bei komplexeren Aufgaben von der mehrfach erwähnten englischen Privatschule, wobei ihr Einfluß jedoch geringer als im Algebra-Bereich ist; einige dieser Jungen erzielten ebenfalls 40 und mehr Punkte (einmal 48 und einmal 49). Wie bereits beim Algebra-Test sind auch hier die Anzahlen richtiger Aufgabenlösungen - aufgrund der Orientierung am Stoff Ende Jg. 10 - bei den Aufgaben zu geometrischen Körpern, Geradengleichungen und Funktionsgraphen bei beiden Lerngruppen sehr niedrig. Hier sind relevante Ergebnisse erst in späteren Testrunden zu erwarten.

Im folgenden einige Beispiele zur Illustration.

Beispiel 11: Punkte im Koordinatensystem

1.

(a) Schreibe die Koordinaten von A auf.
 (b) B ist der Punkt (6|5). Trage B in das Gitternetz ein.

Aufgabenteil (a) haben 92% (x-Wert) bzw. 91% (y-Wert) der englischen Lernenden richtig beantwortet verglichen mit 70% bzw. 69% der deutschen. Teil (b) haben 89% der englischen gegenüber 64% der deutschen richtig beantwortet. Die Unterschiede sind hochsignifikant (Chi-Quadrat-Werte von 190,0, 189,4, 206,1 bei $f=1$ und $N=2445$, $p < 0,00001$).

Beispiel 12: Symmetrie ebener Figuren

5. **M A T H S**

(a) Welche dieser Buchstaben haben genau eine Symmetrieachse?
 (b) Welche dieser Buchstaben haben zwei Symmetrieachsen?

Bei Aufgabenteil (a) haben 80% der englischen Lernenden einen Buchstaben richtig benannt, 69% einen zweiten und 61% den dritten, gegenüber 55% bzw. 55% bzw. 39% bei den deutschen Lernenden. Aufgabenteil (b) haben 73% der englischen gegenüber 41% der deutschen Jugendlichen richtig beantwortet. Alle Unterschiede sind hochsignifikant (Chi-Quadrat-Werte von 160,8, 40,4, 111,1 und 236,0, f und N wie in Beispiel 11, $p < 0,00001$).

Beispiel 13: Umfang und Flächeninhalt von Kreisen im Kontext

9. (a) Eine Zirkusmanege hat die Form eines Kreises mit 15 m Durchmesser. Wie groß ist der Umfang der Manege? (Gib Deine Antwort in Metern, auf 2 Stellen nach dem Komma)

(b) Eine andere Manege hat einen Flächeninhalt von 250 m^2 . Berechne den Radius dieser Manege. (Gib Deine Antwort in Metern, auf 2 Stellen nach dem Komma)

Aufgabenteil (a) haben 23% der englischen verglichen mit nur 5% der deutschen Lernenden richtig gelöst, Aufgabenteil (b) immerhin noch 6% der englischen gegenüber 1% der deutschen Jugendlichen. Auch diese Unterschiede sind natürlich hochsignifikant (Chi-Quadrat-Werte von 132,1 bzw. 30,7, $p < 0,00001$).

Die Leistungsunterschiede in den drei gezeigten Aufgabentypen spiegeln unterschiedliche Schwerpunktsetzungen in den Curricula bzw. der Unterrichtspraxis beider Länder wieder. Koordinatensysteme werden im englischen Mathematikunterricht deutlich früher behandelt als im deutschen, in dem diese oft erst im Kontext von Funktionsdarstellungen eingeführt werden. Symmetriebetrachtungen werden im englischen Mathematikunterricht auf unterschiedlichsten Ebenen immer wieder behandelt, während sie im deutschen Unterricht eine geringere Rolle spielen. Auch Kreisumfang bzw. -flächeninhalt treten in England auf einem weniger formalen Niveau deutlich früher als in Deutschland auf.

Innerhalb der verschiedenen Säulen des deutschen Schulsystems zeigen sich auch bei diesem Test wieder bedeutsame Unterschiede; so beträgt der Mittelwert im Gymnasialbereich 16,0, im Realschulbereich 9,6, im Hauptschulbereich 3,7, bei der integrierten Gesamtschule 11,0. Bei den komplexeren Aufgabenklassen wie Winkel, Satz des Pythagoras, ebene Figuren, Körper, Geradengleichungen und Funktionsgraphen erzielten die Hauptschulkinder kaum noch Lösungen (viele Aufgaben mit 0%).

In England zeigt sich wieder die enorme Spannweite zwischen dem selektiven Schulbereich mit Mittelwerten von 29,3 bzw. 24,4 und dem nichtselektiven Gesamtschulbereich mit Mittelwerten von 10,2 bis 16,8.

4. Einige Ergebnisse von Unterrichtsbeobachtungen

Abschließend wollen wir noch kurz auf einige Ergebnisse aus den qualitativ orientierten Komponenten des Projekts eingehen. Unsere bisher durchgeführten Unterrichtsbeobachtungen in verschiedenen Schulen, die an unserer Langzeitstudie teilnehmen, machen deutlich, daß es - unabhängig von individuellen Charakteristika einzelner Lehrpersonen - wesentliche Unterschiede zwischen dem englischen und dem deutschen Mathematikunterricht gibt, sowohl im Bereich der Interaktion bzw. der Lehr-Lern-Formen als auch auf fachdidaktischer Ebene (vgl. auch Kaiser-Meßmer & Blum, 1993). Im folgenden einige kurze Ausführungen dazu, welche die vorhin dargestellten Ergebnisse der Studie noch besser verständlich machen.

Zunächst zum Bereich der **Lehr-Lern-Formen** und der **Interaktion** :

- Im englischen Mathematikunterricht dominieren *individualisierte* Lehr-Lern-Formen gegenüber Unterrichtsgesprächen bzw. Phasen der *gemeinsamen* Arbeit, wie sie in Deutschland üblich sind.

- Im englischen Mathematikunterricht haben in den letzten Jahren *lehrerzentrierte* Unterrichtsformen wieder an Bedeutung gewonnen, insbesondere an selektiven Schulen, die stark auf gute Leistungen in Examina abzielen. Daneben läßt sich ein stark *schülerzentrierter* Unterricht mit einer Fülle von Problemlöseaktivitäten beobachten. Diese beiden Unterrichtsformen stehen oft *unverbunden* nebeneinander und lassen sich bei denselben Lehrpersonen beobachten.
- *Unterrichtsgespräche* finden in England eher im Frage-Antwort-Stil statt, d.h. die Lernenden kommunizieren nicht untereinander, sondern nur mit der Lehrperson. Unterrichtsgespräche in Deutschland sind deutlich stärker durch das Bemühen gekennzeichnet, eine Kommunikation zwischen allen Beteiligten aufzubauen.
- Als eine Art Pendant zu den Schüleraktivitäten im englischen Mathematikunterricht erfolgt die explizite Berücksichtigung der Lernenden im deutschen Unterricht vor allem durch das Vorführen von zu Hause oder im Unterricht bearbeiteter *Aufgaben* an der Tafel, was in England kaum vorkommt.
- *Hausaufgaben* haben in beiden Schulsystemen aufgrund der Organisation als Ganztags- bzw. Halbtagschule einen unterschiedlichen Stellenwert: Im deutschen Unterricht sind sie sehr wichtig, insbesondere auch zur Strukturierung des Unterrichts, währenddessen sie in England, zumindest im staatlichen Gesamtschulwesen, eine eher untergeordnete Rolle spielen.

Auf der **fachdidaktischen** Ebene sind u.a. folgende Aspekte interessant:

- *Realitätsbezüge* haben im englischen Mathematikunterricht einen deutlich höheren Stellenwert als im deutschen, sowohl auf der curricularen Ebene, in Prüfungsaufgaben wie auch im Unterricht. So werden im englischen Unterricht häufig "spontan" (d.h. ungeplant) realitätsbezogene Probleme behandelt, oft verbunden mit praktischen Schüleraktivitäten.
- Der starken Stellung von Realitätsbezügen korrespondiert die Berücksichtigung *neuerer* mathematischer Bereiche wie Operations Research oder Graphentheorie, die in Deutschland praktisch nicht vorkommen.
- *Begriffseinführungen* erfolgen in England eher pragmatisch, häufig unter Bezug auf Taschenrechnerfunktionen oder Merkgeln, in Deutschland dagegen stärker orientiert an Grundvorstellungen und - vor allem in Gymnasium - eingebettet in Theoriestücke.
- Bei der Bedeutung *mathematischer Theorien* zeigen sich ebenfalls wesentliche Unterschiede: So ist der Mathematikunterricht in deutschen Gymnasien und z.T. auch Realschulen durch einen hohen Stellenwert mathematischer Sätze und Beweise charakterisiert. Im englischen Unterricht spielen Sätze und Beweise selbst in oberen Leistungsniveaus keine herausragende Rolle.

- Der Theorieorientierung des deutschen Mathematikunterrichts korrespondiert ein anderer *curricularer Aufbau*: So werden im deutschen Unterricht größere Themengebiete behandelt mit nur wenig Wiederholungen, während das englische Curriculum spiralförmig aufgebaut ist mit mehrfacher Thematisierung derselben mathematischen Inhalte.
- Im englischen Mathematikunterricht werden kaum allgemeine *Regeln* und *Strategien* vermittelt, während sie im deutschen Unterricht einen hohen Stellenwert einnehmen.
- Der deutsche Mathematikunterricht ist durch seine *Kalkülorientierung* charakterisiert, d.h. der präzisen Durchführung von Algorithmen wird große Bedeutung zugemessen (mit unterschiedlicher Komplexität je nach Schulform), im Gegensatz zum englischen Unterricht.
- Im englischen Mathematikunterricht kommt *Trial-and-Error-Methoden* eine große Bedeutung zu, die im deutschen Unterricht häufig als nicht gleichwertig zu schematisierten Lösungsmethoden angesehen werden.
- Der englische Unterricht vermittelt häufig *beispielgebundene* Methoden, während der deutsche Unterricht auf *allgemeine* Lösungsformeln abzielt, die in der Regel auswendig zu lernen sind. Mit beispielgebundenen Methoden geht oft eine rezeptartige Vermittlung mathematischer Sachverhalte in England einher, häufiger als dies in Deutschland der Fall ist.
- In Deutschland wird viel Wert auf *sprachliche* Präzision gelegt, was auch durch die große Bedeutung von Unterrichtsgesprächen zum Tragen kommt.
- Der deutsche Mathematikunterricht betont auch korrekte formale *Schreibweisen*, im Gegensatz zum englischen; dort werden mitunter sogar falsche Notationen nicht korrigiert.
- In den beiden Ländern wird unterschiedlich mit *Fehlern* umgegangen: Im englischen Mathematikunterricht erfolgt häufig keine gemeinsame Ergebniskontrolle und damit keine Diskussion über Fehler. Im deutschen Mathematikunterricht zeigt sich geradezu als ritualisierte Interaktionsform der gemeinsame Ergebnisvergleich, wobei Fehler intensiv diskutiert werden.

Die in den Unterrichtsbeobachtungen gewonnenen Erkenntnisse sind unseres Erachtens geeignet, viele Ergebnisse der quantitativ orientierten Teile der Langzeitstudie plausibel zu interpretieren und damit auch zu Einsichten über Charakteristika des deutschen bzw. englischen Mathematikunterrichts zu gelangen, die wir anders vielleicht nicht entdeckt hätten. Wir schließen uns daher der von Thut & Adams (1964) formulierten Erkenntnis an: "... *that to study education well is to study it comparatively.*" (S. vii)

Abschließend sei nochmals betont, daß wir bei unseren Interpretationen nur - um eine gängige Unterscheidung zu verwenden - die *intendierten* Curricula (d.h. die Lehrpläne) und die *implementierten* Curricula (d.h. den Unterricht in den Klas-

senzimmern), nicht jedoch die *realisierten* Curricula (d.h. die - durch unsere Tests nur in kleinen Ausschnitten erfaßten - tatsächlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Vorstellungen einzelner Lernender) herangezogen haben. Wir sind uns natürlich möglicher Diskrepanzen zwischen diesen drei Ebenen bewußt und beobachten deshalb bei unseren Fallstudien auch *individuelle* Jugendliche genauer, vor allem wenn es um Lernfortschritte im Rahmen der Langzeitstudie geht. Die hier referierten Ergebnisse der "Momentaufnahme" Anfang Klasse 8 waren aber recht weitgehend durch *interindividuelle* Faktoren erklärbar, die wir durch unsere Lehrplananalysen und Unterrichtsbeobachtungen recht gut kennen.

Literatur

- Becker, J.P. (1992). Cross-National Mathematics Achievement Results and Observations Concerning Problem Solving and Creativity of American and Japanese Students. In: Journal für Mathematik-Didaktik, **13**, 2/3, 99-142.
- Blum, W. et al. (1994). Entwicklung und Erprobung eines Tests zur "mathematischen Leistungsfähigkeit" deutscher und englischer Lernender in der Sekundarstufe I. In: Journal für Mathematik-Didaktik, **15**, 1/2, 149-168.
- Burstein, L. (1992) (Ed.). The IEA Study of Mathematics III. Student Growth and Classroom Processes. Oxford: Pergamon Press.
- Cresswell, M. & Gubb, J. (1987). The Second International Mathematics Study in England and Wales. Windsor: NFER-Nelson.
- Fanghänel, G., Stamm, R. & Weber, K. (1992). Mathematikunterricht in Ländern der Bundesrepublik Deutschland. Übersichten und vergleichende Betrachtungen zu Zielen, Inhalten und Gestaltungskonzepten für den Mathematikunterricht der Klassen 1 bis 10. Berlin: Technische Universität, Preprint Reihe Mathematik.
- Harnisch, D.L. et al. (1985). Mathematics Productivity in Japan and Illinois. In: Evaluation in Education: An International Review Series, **9**, 3, 277-284.
- Howson, G. (1991). National Curricula in Mathematics. Leicester: The Mathematical Association.
- Husén, T. (1967) (Ed.). International Study of Achievement in Mathematics. Vol. I, II. Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- Husén, T. (1983). Are Standards in U.S. schools really lagging behind those in other countries? In: Phi Delta Kappa, 455-461.
- Kaiser-Meßmer, G. (1989). Aktuelle Richtungen innerhalb der Diskussion um Anwendungen im Mathematikunterricht. In: Journal für Mathematik-Didaktik, **10**, 4, 309-347.
- Kaiser-Meßmer, G. & Blum, W. (1993). Einige Ergebnisse von vergleichenden empirischen Untersuchungen (Deutschland/England) zum Lehren und Lernen von realitätsbezogener Mathematik. In: Journal für Mathematik-Didaktik, **14**, 3/4, 269-305.
- Lapointe, A., Mead, N. & Askew, J. (1992). Learning Mathematics. Princeton: Educational Testing Service.
- Phillips, D. (1987). Lessons from Germany? - The Case of German Secondary Schools. In: British Journal of Educational Studies, **35**, 3, 211-232.

- Prais, S. & Wagner, K. (1986). Schooling Standards in England and Germany - Some Summary Comparisons Bearing on Economic Performance. In: *Compare*, 16, 5-35.
- Robitaille, D.F. & Garden, A.R (1988) (Eds). *The IEA Study of Mathematics II: Contexts and Outcomes of School Mathematics*. Oxford: Pergamon Press.
- Robitaille, D.F. & Travers, K.J. (1992). *International Studies of Achievement in Mathematics*. In: Grouws, J.S. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching*. New York: Macmillan, 687-709.
- Robitaille, D.F. (1994). *TIMSS: The Third International Mathematics and Science Study*. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Hildesheim: Franzbecker, 35-42.
- Stevenson, H. & Bartsch, K. (1993). *An Analysis of Japanese and American Textbooks in Mathematics*. In: Leetsma, R. & Walberg, H. (Eds), *Japanese Education*. Greenwich: JAI Press.
- Stigler, J.W. & Baranes, R. (1988). *Culture and Mathematics Learning*. In: Rothkopf, E.Z. (Ed.), *Review of Research in Education*. Washington: American Educational Research Association, 256-306.
- Stigler, J.W & Perry, M. (1988). *Cross-cultural Studies of Mathematics Teaching and Learning: Recent Finding and New Directions*. In: Grouws, D.A. & Cooney, T.J. & Jones, D. (Eds), *Effective Mathematics Teaching*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Thut, I.N. & Adams, D. (1964). *Educational Patterns in Contemporary Societies*. New York: McGraw-Hill.
- Travers, K.J. & Westbury, I. (1989). *The IEA Study of Mathematics I: Analysis of Mathematics Curricula*. Oxford: Pergamon Press.

Anschrift der Verfasser

Dr. Gabriele Kaiser, Prof. Dr. Werner Blum, Universität Gesamthochschule Kassel, Fachbereich Mathematik/Informatik, D-34109 Kassel

DIAGRAMM 1: PUNKTVERTEILUNGEN POTENTIALTEST

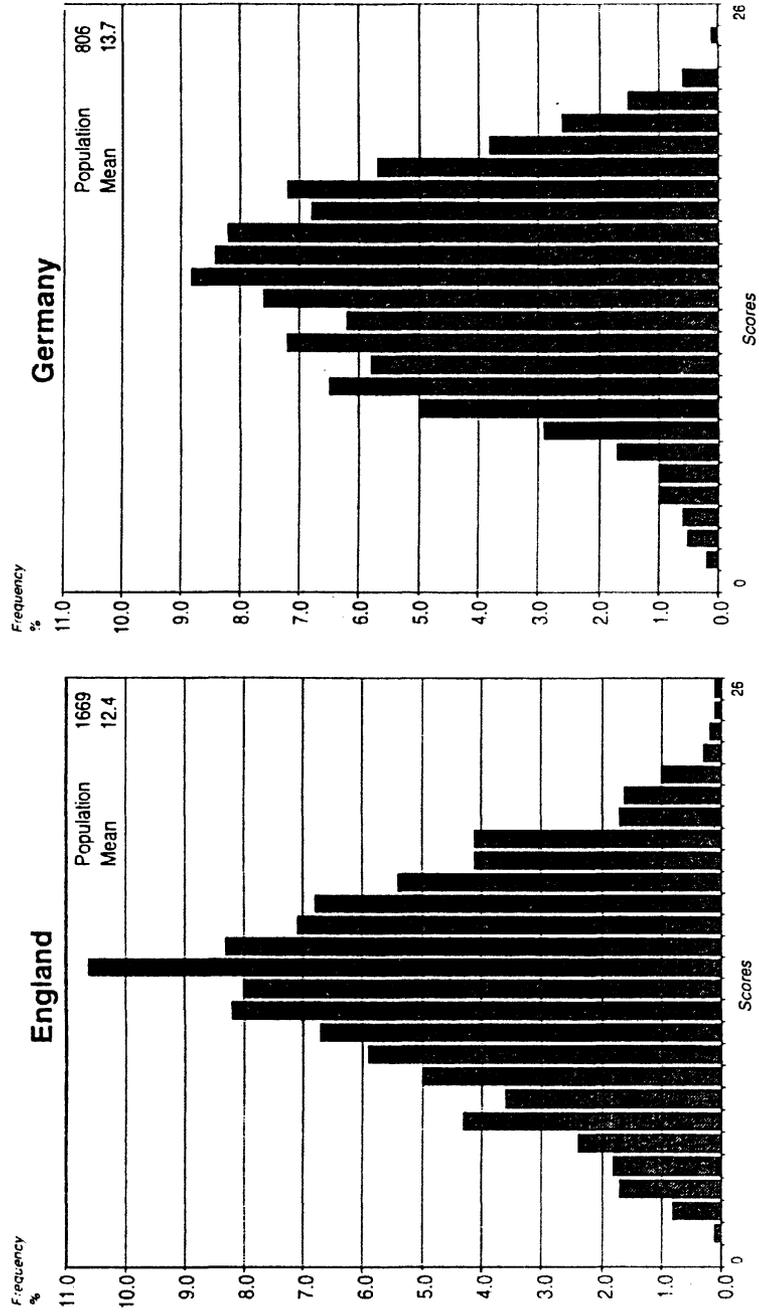


DIAGRAMM 2: PUNKTVERTEILUNGEN ARITHMETIK-TEST

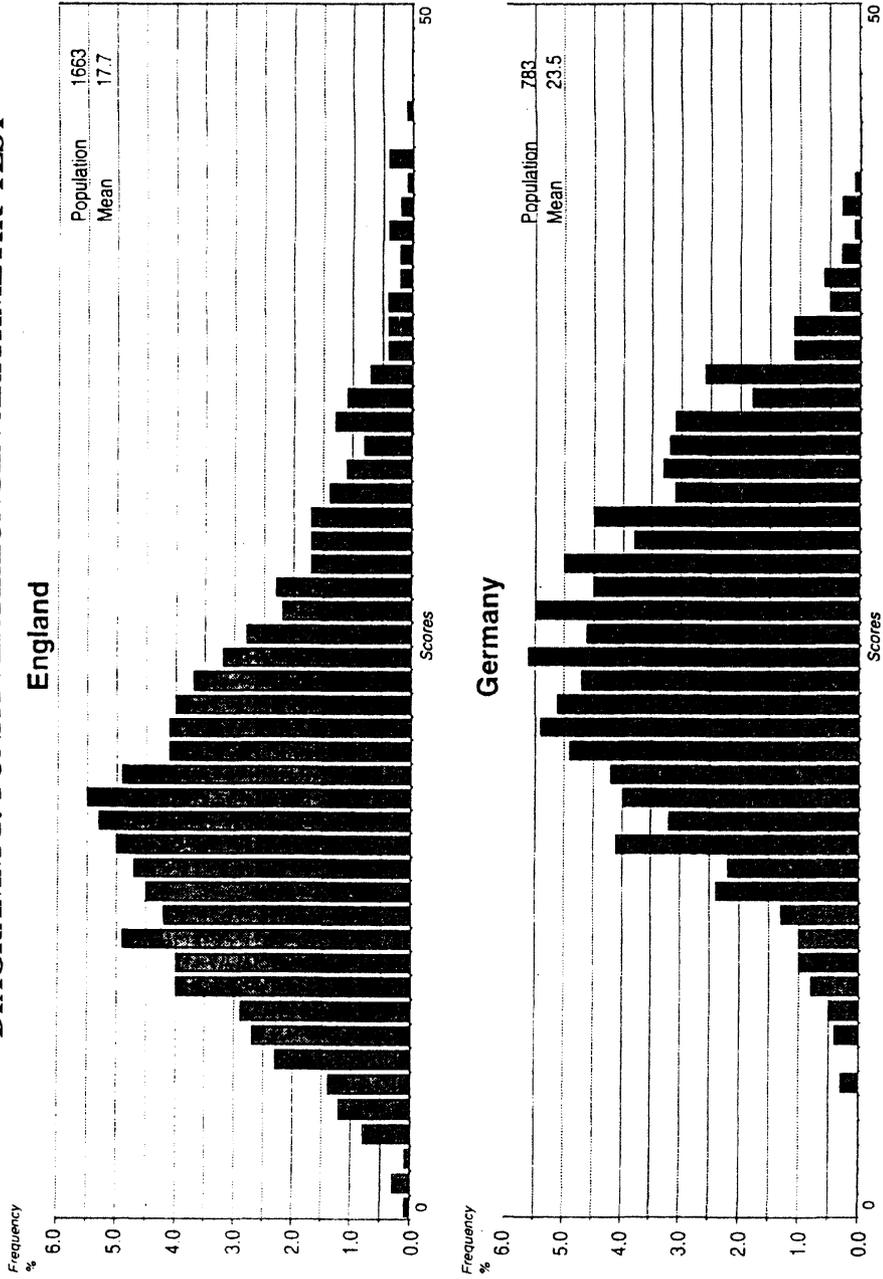
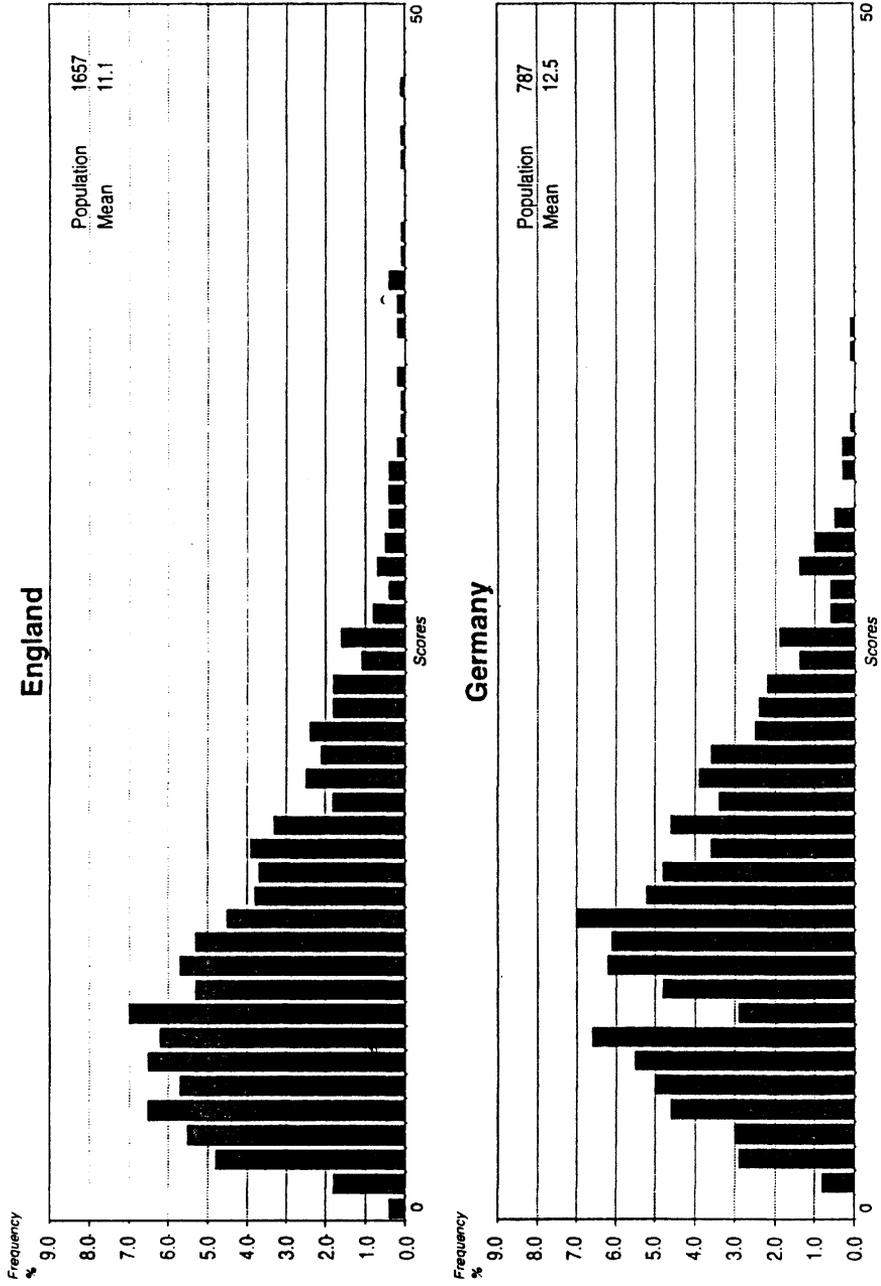


DIAGRAMM 3: PUNKTVERTEILUNGEN ALGEBRA-TEST



**DIAGRAMM 4: PUNKTVERTEILUNGEN FUNKTIONEN/GRAPHEN/-
GEOMETRIE-TEST**

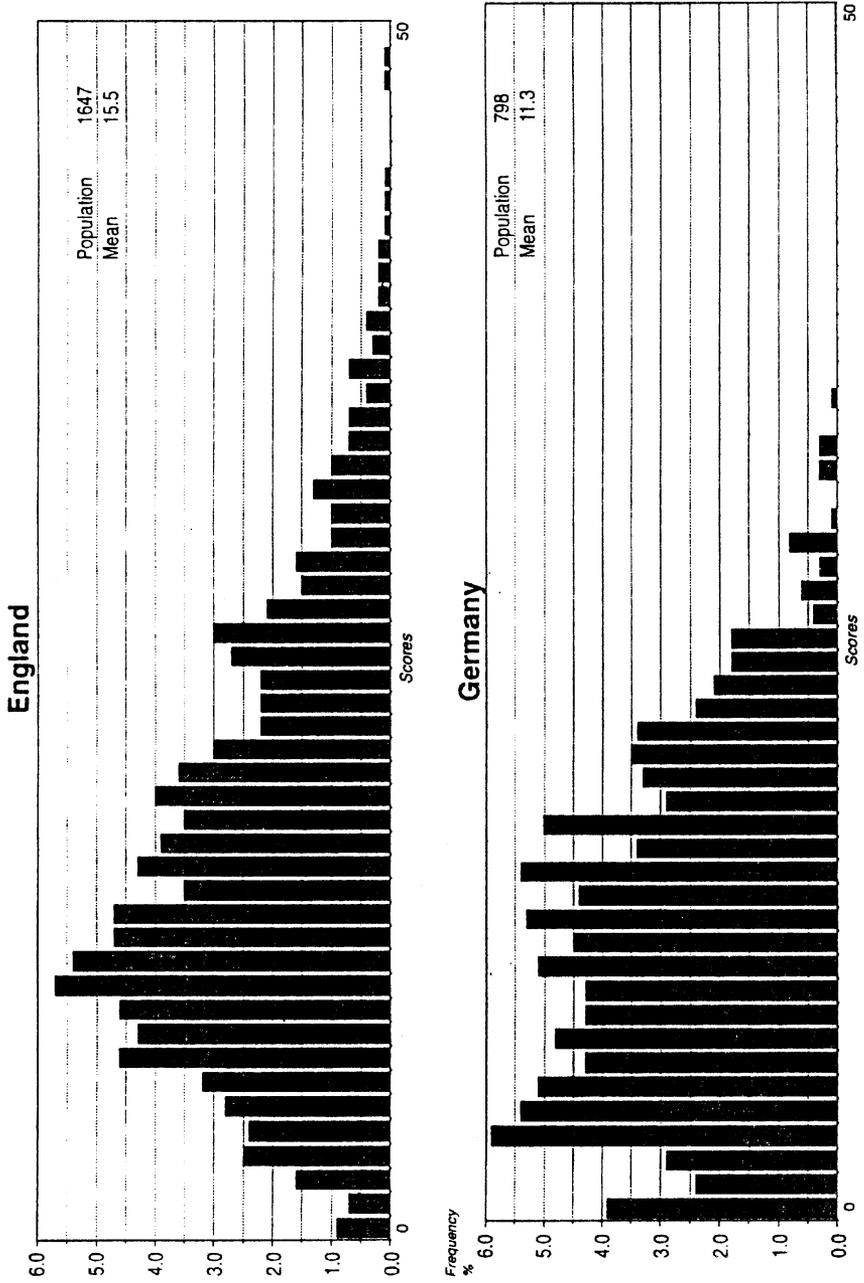


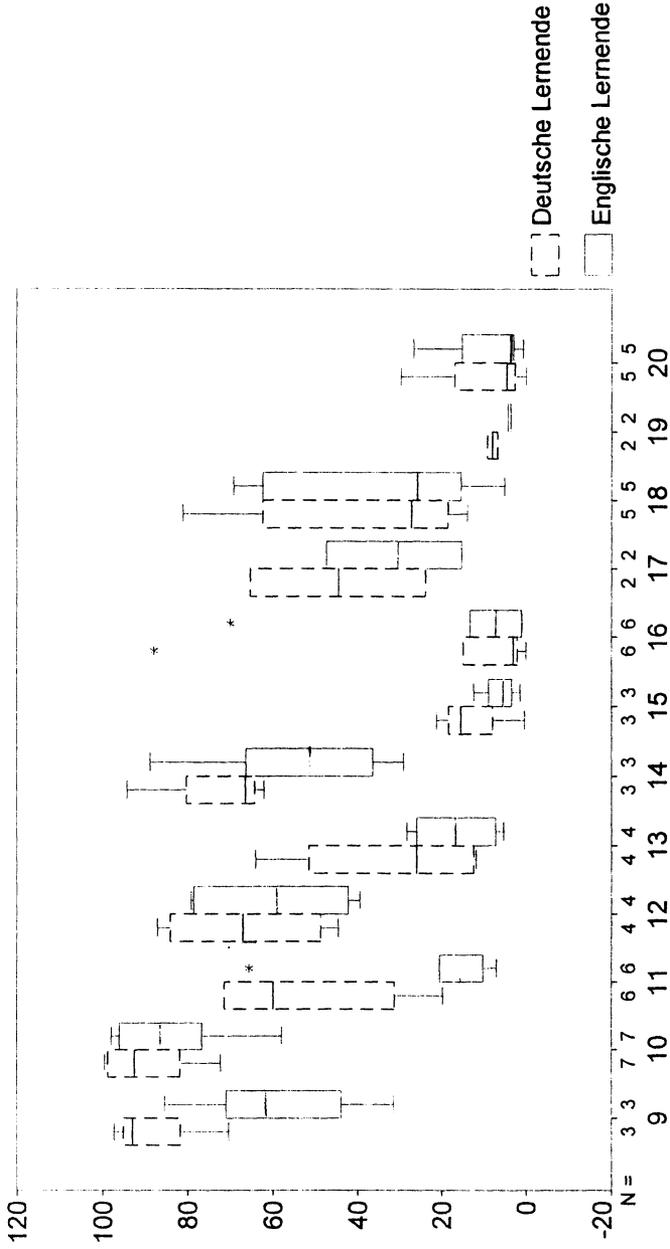
DIAGRAMM 5: PROZENTSÄTZE RICHTIGER LÖSUNGEN FÜR AUFGABENKLASSEN DES POTENTIALTESTS



GRUPPEN

- 1. Einfaches Zahlenrechnen
- 2. Struktur von Zahlenfolgen
- 3. Angewandtes algebraisches Rechnen
- 4. Proportionale Zuordnungen
- 5. Zahlensymbolrätsel
- 6. Geometrie
- 7. Graphen/Funktionen
- 8. Kombinatorik/Wahrscheinlichkeit/Logik

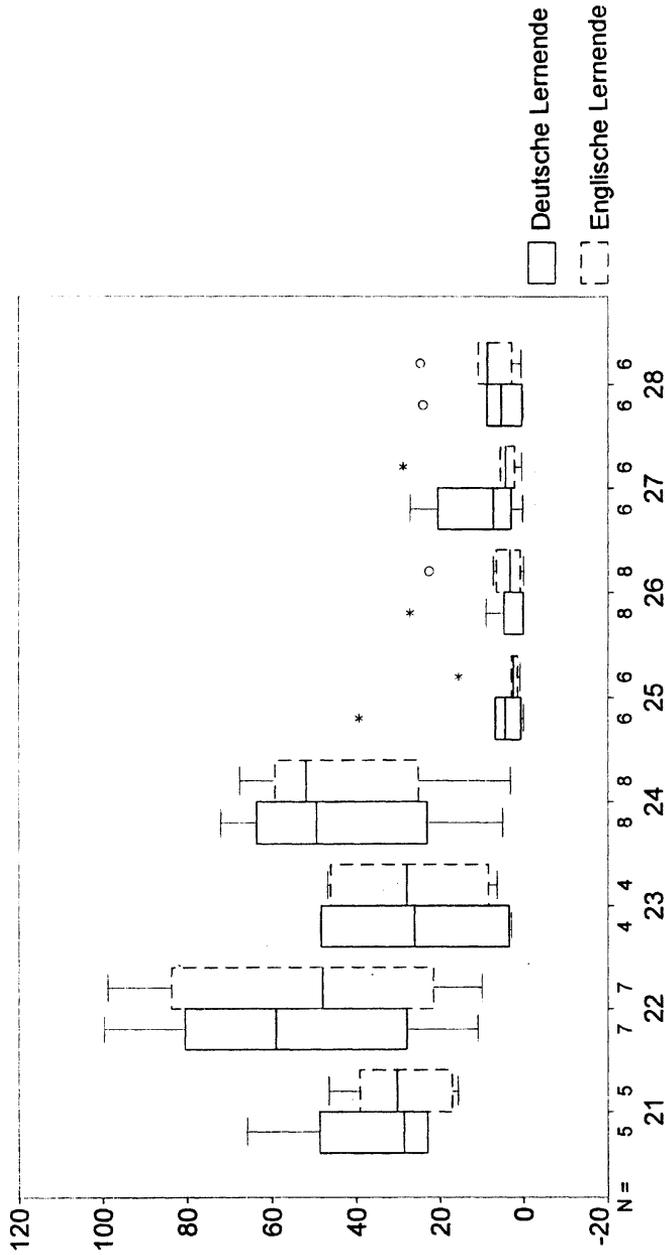
DIAGRAMM 6: PROZENTSÄTZE RICHTIGER LÖSUNGEN FÜR AUFGABENKLASSEN DES ARITHMETIK-TESTS



GRUPPEN

- 9: Rechnen mit natürlichen Zahlen
- 10: Angewandtes Rechnen mit natürlichen Zahlen
- 11: Rechnen mit Brüchen
- 12: Angewandtes Rechnen mit Brüchen
- 13: Rechnen mit Dezimalzahlen
- 14: Angewandtes Rechnen mit Dezimalzahlen
- 15: Rechnen mit wissenschaftlicher Notation
- 16: Rechnen mit ganzen/rationalen/reellen Zahlen
- 17: Rechnen mit Prozenten
- 18: Angewandtes Rechnen mit Prozenten
- 19: Schätzen
- 20: Angewandtes Schätzen

DIAGRAMM 7: PROZENTSÄTZE RICHTIGER LÖSUNGEN FÜR AUFGABENKLASSEN DES ALGEBRA-TESTS



GRUPPEN

- 21: Lineare Terme
- 22: Lineare Gleichungen
- 23: Systeme linearer Gleichungen
- 24: Folgen
- 25: Quadratische Terme
- 26: Quadratische Gleichungen/Unequalungen
- 27: Höhere Terme und Gleichungen
- 28: Potenzen

**DIAGRAMM 8: PROZENTSÄTZE RICHTIGER LÖSUNGEN FÜR
AUFGABENKLASSEN DES GEOMETRIE/FUNKTIONEN-TESTS**

