In: Mathematische Semesterberichte. Zur Pflege des Zusammenhangs zwischen Schule und Universität, Hrsg.: Kahle (u.a.), Band XXXII, Vandenhoeck & Ruprecht, 1985, Göttingen, S. 195-232

Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion

Von WERNER BLUM in Kassel

In dieser Arbeit werden einige didaktische Aspekte des Themas "Anwendungen" im Mathematikunterricht zusammenfassend dargestellt.[1] Meine Diskussion beschränkt sich dabei im wesentlichen auf den *gymnasialen* Mathematikunterricht in der *Bundesrepublik Deutschland;* vieles gilt ähnlich aber auch für andere Schulformen bzw. für andere Länder.

1. Einleitung

1.1. Problemstellung und geschichtlicher Rückblick

Ein Schlagwort wird - neben "Computer" - in der mathematikdidaktischen Diskussion der letzten Jahre besonders oft verwendet: "*Anwendungen*". In zahlreichen Publikationen wird *Praxisbezug* oder *Anwendungsorientierung* für den Mathematikunterricht gefordert; fast alle der folgenden Wort-Kombinationen finden sich in der Literatur als wünschbare Adjektive für die Schul-Mathematik:

alltags- anwendungs- lebens- praxis- realitäts- umwelt- wirklichkeits-	-bezogen -nahe -orientiert -verbunden

Man spricht sogar (so z. B. BECKER et al. 1979) von einer *"Anwendungswelle"*, welche - auch als Reaktion auf die nun glücklicherweise zurückgedrängte "Strengewelle" - seit einigen Jahren über die Schule hereinbricht.

---

[1]Ich danke Frau G. Kaiser sowie den Herren U. Beck, A. Kirsch, L. Profke und M. Schober für zahlreiche wertvolle Hinweise.

Derartige Forderungen nach Anwendungsbezügen für den Mathematikunterricht sind keineswegs neu. Das ist auch nicht verwunderlich, ist doch die Mathematik seit ihren ersten Anfängen stets aufs engste mit anderen Disziplinen (wie Astronomie, Geographie, Physik oder Wirtschaft) verbunden gewesen. Deshalb haben Anwendungen bei der Diskussion über den Mathematikunterricht in der Schule schon immer eine Rolle gespielt. Die *Geschichte des gymnasialen Mathematikunterrichts in Deutschland* (zumindest wie sie sich in Lehrplänen und in Publikationen widerspiegelt) läßt nun tatsächlich gewisse "Wellenbewegungen" bezüglich der Rolle von Anwendungen erkennen (vgl. dazu auch Kap. B.1 in BLUM u. TÖRNER 1983). Bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts waren außermathematische Anwendungen integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts. Im 19. Jahrhundert wurden im wesentlichen formale Ziele (wie Schulung des "logischen Denkens") angestrebt, entsprechend dem dominierenden neuhumanistischen Bildungsideal (vgl. zu all dem z. B. ZÜHLKE 1923); dadurch verloren auch Anwendungen stark an Bedeutung. Durch die Reformbewegung um die Jahrhundertwende traten materiale Ziele des Mathematikunterrichts wieder stärker in den Vordergrund; so enthalten die Meraner Reformvorschläge von 1905 explizit die Forderung nach Anwendungsbezug für den gymnasialen Mathematikunterricht. Im Dritten Reich beschränkte sich das Interesse an Anwendungen zunehmend auf deren unmittelbare Verwertbarkeit im Sinne der herrschenden Ideologie. Nach dem zweiten Weltkrieg wurde versucht, an die Meraner Reformvorschläge anzuknüpfen; die im Unterricht behandelten Anwendungen waren jedoch, abgesehen von Bezügen zur Physik, oft nur lebensfremde eingekleidete Aufgaben (vgl. LENNÉ 1975). Im Zuge der Reform des Mathematikunterrichts in den 60er Jahren in Richtung "New Math" verloren Anwendungen zunehmend an Bedeutung, obwohl ein wesentlicher Ausgangspunkt für die neue, weltweite Reformbewegung die

Beobachtung gewesen war, daß der Schulunterricht in Mathematik und Naturwissenschaften nicht mehr in genügendem Maße der Bedeutung dieser Disziplinen in der modernen Welt Rechnung trägt. Erst seit Mitte der 70er Jahre erfolgt wieder eine stärkere Rückbesinnung auf die Wichtigkeit von Anwendungsbezügen, nicht zuletzt wohl resultierend aus Erfahrungen mit der "Neuen Mathematik" im Unterricht (zur derzeitigen Situation bezüglich Anwendungen im Mathematikunterricht der Bundesrepublik vgl. BIEHLER 1981)[2].

Dem Bild bezüglich Anwendungen, das die didaktischen Publikationen der letzten Jahre vermitteln, entspricht (noch?) nicht die *Wirklichkeit* des Mathematikunterrichts. Hier sind (jedenfalls nach meinen Kenntnissen) höchstens Ansätze für eine "Anwendungswelle" zu spüren. Neuere Schulbücher enthalten zwar verstärkt Anwendungsbeispiele (vgl. die Analysen von BECK et al. 1983), und immer mehr Mathematiklehrer suchen nach guten, praktikablen Beispielen für ihren Unterricht. Im derzeitigen gymnasialen Mathematikunterricht werden im allgemeinen aber immer noch nur wenige Anwendungen behandelt, und zwar meist "traditionelle" Beispiele, insbesondere solche zur Prozent- und Dreisatzrechnung, solche mit physikalischen Bezügen sowie eher realitätsfremde eingekleidete Aufgaben, die im wesentlichen nur lernpsychologischen Zwecken dienen. Der Grund für diese Diskrepanz liegt nicht in schlichter Inkompetenz oder gar im bösen Willen der Lehrer, sondern in ernstzunehmenden Problemen und Hindernissen für eine Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts.

Auch um diese Situation besser zu verstehen, erscheint es sinnvoll, einige wesentliche Aspekte des Themas "(gymnasialer) Mathematikunterricht und Anwendungen" vom Stand der derzeitigen didaktischen Diskussion aus zu beleuchten.

---

[2] Zur internationalen Situation vgl. POLLAK (1979) und BELL (1983).

Dies soll im folgenden geschehen. Dabei werden zuerst (in Abschnitt 1.2) zur besseren Konkretisierung der nachfolgenden allgemeinen Überlegungen einige schulgeeignete Anwendungsbeispiele genannt. Dann wird (in Kapitel 2) versucht zu klären, was das mißverständnisträchtige Wort "Anwendung" überhaupt bedeuten kann. Dem schließen sich (in Kapitel 3) eine Diskussion von Begründungen und Gegenargumenten betreffend Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht sowie eine Identifikation einiger markanter einschlägiger Positionen an. Abschließend werden (in Kapitel 4) einige curriculare und methodische Gesichtspunkte zum "anwendungsorientierten Mathematikunterricht" erörtert.

1.2. Einige Anwendungsbeispiele

Im folgenden nenne ich kurz und ungeordnet einige *Anwendungsbeispiele für den Mathematikunterricht*. Sie sollen exemplarisch zeigen, daß es zu den verschiedensten Disziplinen (nicht nur zu den klassischen Naturwissenschaften), zu nahezu sämtlichen mathematischen Stoffgebieten und damit auch zu den verschiedenen Schulstufen Beispiele gibt, die zudem unterschiedliche methodologische und didaktische Aspekte beinhalten. Auf diese und viele weitere Beispiele ist in der Bibliographie von KAISER et al. (1982) verwiesen.[3] Weitere Publikationen, die eine Fülle von schulgeeigneten Anwendungsbeispielen enthalten und die in der genannten Bibliographie noch nicht berücksichtigt werden konnten, sind z. B. BUSHAW et al. (1980), BURGHES et al. (1982), G. SCHMIDT (1982), BECKER et al. (1983), SCHLÖGLMANN u. WALTER (1983), W. SCHMIDT (1984) oder PROFKE (1985).

---

[3] Deshalb kann ich auf die Angabe spezieller Literatur zu den folgenden Beispielen verzichten, da solche leicht dieser Bibliographie entnommen werden kann.

Beispiel 1: Wahlen
Problem: Umrechnung von Stimmenzahlen bei Wahlen in Sitzzahlen
Math. Gebiete: Arithmetik, Geometrie, Stochastik (Sek. I)

Beispiel 2: Autobahnkreuze
Problem: Trassenführung bei Autobahnkreuzen
Math. Gebiet: Analysis (Sek. II)

Beispiel 3: Effektivzins
Problem: Festlegung eines effektiven Zinses bei Krediten
Math. Gebiet: Arithmetik/Größen (Sek. I)

Beispiel 4: Fußball
Problem: Herstellung der Oberfläche eines Fußballs
Math. Gebiet: Geometrie/Topologie (Sek. I/II)

Beispiel 5: Bevölkerungswachstum
Problem: Beschreibung des Wachstums der Erdbevölkerung
Math. Gebiet: Funktionen (Sek. I/II)

Beispiel 6: Diagnosen
Problem: Bewertung der Aussagekraft medizinischer Diagnosen
Math. Gebiet: Stochastik (Sek. II)

Beispiel 7: Federpendel
Problem: Beschreibung der Bewegung eines Federpendels
Math. Gebiet: Funktionen/Analysis (Sek. II)

Beispiel 8: Preisindex
Problem: Festlegung eines Indexes für Verbraucherpreise
Math. Gebiete: Arithmetik, Funktionen (Sek. I)

Beispiel 9: Perspektive
Problem: Herstellung perspektivischer Bilder
Math. Gebiet: Geometrie (Sek. I/II)

Beispiel 10: Einkommensteuern
Problem: Festsetzung von Steuern auf Einkommen
Math. Gebiet: Funktionen/Analysis (Sek. II)

Beispiel 11: Benzinpreise
Problem: Beschreibung des Volumen-/Preis-Zusammenhangs beim Tanken
Math. Gebiet: Größen/Funktionen (Sek. I)

Beispiel 12: Sozial-Schichten
Problem: Beschreibung von Übergängen zwischen sozialen Schichten in einer Gesellschaft
Math. Gebiete: Lineare Algebra, Stochastik (Sek. II)

Beispiel 13: pH-Werte
Problem: Berechnung der pH-Werte von chemischen Substanzen
Math. Gebiet: Funktionen (Sek. I)

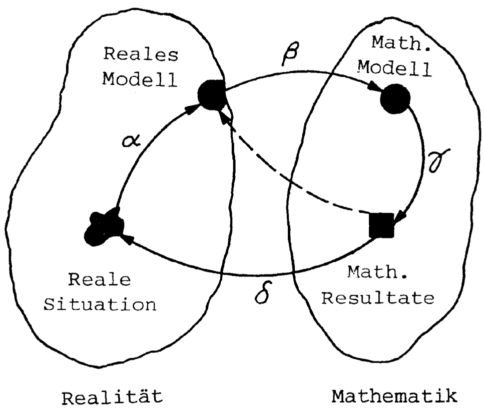
Beispiel 14: Radfahren
Problem: Beschreibung des Zusammenhangs Entfernung/Radgröße
Math. Gebiete: Geometrie, Funktionen (Sek. I)

Beispiel 15: Tonarten
Problem: Beschreibung des Übergangs zwischen verschiedenen Tonarten in der Musik
Math. Gebiet: Algebra (Sek. I)

2. Was kann "Anwendung" von Mathematik heißen?

2.1. Der Modellbildungsprozeß

Ich will im folgenden versuchen, genauer zu beschreiben, was "Anwendung" in einem umfassenden Sinn bedeuten kann. Grundlage dafür ist die heute übliche *Modellauffassung* für mathematische Anwendungen, d. h. die Unterscheidung zwischen Mathematik und Realität oder besser (nach POLLAK 1979) zwischen Mathematik und dem "Rest der Welt", etwa in folgender Art (vgl. dazu aus der Fülle der Literatur u. a. STEINER 1976, WEBER 1980, BURKHARDT 1981, BURGHES et al. 1982 oder FISCHER u. MALLE 1984):



α) Vereinfachen, Strukturieren, Präzisieren

β) Mathematisieren

γ) Math. Arbeiten

δ) Rück-Interpretieren bzw. Anwenden

Abb. 1

Ich erläutere nun dieses Diagramm anhand der Beispiele 1 und 2 sowie teilweise auch der Beispiele 3-6 aus Abschnitt 1.2. Dabei sehe ich von den - natürlich vorhandenen - Eigenheiten der einzelnen Beispiele ab und arbeite die idealtypisch gemeinsamen allgemeinen Aspekte heraus.

A) Ausgangspunkt ist eine *problemhaltige Situation* in einer anderen Disziplin oder im Alltag; in unseren Beispielen[4]:

1 Landtagswahl	4 Herstellung von Fußbällen
2 Bau einer Autobahnkreuzung	5 Zunahme der Erdbevölkerung
3 Vergabe eines Kredits	6 Röntgenreihenuntersuchung auf Tbc

α) Zuerst muß sich der "Betrachter" (= "Problemlöser") mit der Situation vertraut machen, Beobachtungen anstellen, sein erkenntnisleitendes Problem formulieren (vgl. die bei den Beispielen in Abschnitt 1.2 formulierten Probleme) und dann sinnvolle und treffende *Fragen* dazu formulieren sowie hieraus eine Auswahl treffen, wobei - wie auch im weiteren Verlauf - bei allem auch seine *Interessen* wesentlich eingehen; z. B.:

1 "Wie sollen die Stimmenzahlen bei der Landtagswahl in Sitzzahlen umgerechnet werden? Wie kann dafür gesorgt werden, daß dabei die Bildung regierungsfähiger Mehrheiten begünstigt wird?"

2 "Wie können die Verbindungstrassen bei dem betrachteten Autobahnkreuz geführt werden? Wie kann möglichst billig wie auch möglichst landschaftsschonend dafür gesorgt werden, daß der Abbiegeverkehr dann flüssig und sicher läuft?"

Um die zu untersuchenden Fragen besser in Griff zu bekommen und um die nachfolgende mathematische Betrachtung vorzubereiten, müssen nun (weitere) Informationen gesammelt und geordnet, müssen Daten erhoben und muß die Ausgangssituation vergröbert, *vereinfacht*, eingeschränkt, *idealisiert*, *strukturiert* werden, d. h. muß u. a. von einigen spezifischen Gegebenheiten der Situation abgesehen bzw. müssen gewisse Aspekte ganz ausgeblendet werden; z. B. (u. a.)

1 Beschränkung auf drei Parteien
2 Senkrechtes Kreuzen der Autobahnen

---

[4] Diese Beispiele beinhalten nur solche Situationen, die von vornherein "mathematikhaltig" sind.

Weiter muß der Betrachter sein Problem ein Stück weiter *präzisieren*, indem er *Forderungen* oder *Annahmen* formuliert, z. B. (u. a.):

1 "Die Sitzverteilung soll die Stimmenverteilung gerecht wiedergeben"
2 "Die Trassen sollen knickfrei verlaufen"
3 "Der effektive Kreditzins entspricht dem Gewinn des Kreditgebers"
4 "Die Fußball-Oberfläche soll möglichst kugelförmig und aus möglichst einfach geformten Stücken zusammengesetzt sein"

B) Resultat ist ein *reales Modell* der Ausgangssituation, welches zum einen noch so differenziert ist, daß es wesentliche Züge der Situation adäquat wiedergibt, zum anderen aber schon so weitgehend vereinfacht, strukturiert und schematisiert ist, daß es eine Erschließung mit - möglichst zugänglichen - mathematischen Mitteln zuläßt (falls dies überhaupt möglich ist).

β) Der nächste Schritt ist eine *Mathematisierung*, d. h. eine *Übersetzung* der Daten, Begriffe, Beziehungen, Gesetze, Forderungen oder Annahmen des realen Modells in die Mathematik; z. B.:

1 Geometrische Darstellung möglicher Stimmenverhältnisse mit Dreiecks-Koordinaten und Festlegung von geometrischen Bedingungen für die Zuordnung von Stimmen- zu Sitzverhältnissen

2 Definition von den Trassenverlauf beschreibenden reellen Funktionen und Formulierung von mathematischen Bedingungen für diese Funktionen

3 Mathematische Festlegung und graphische Darstellung eines Zins- und Tilgungsplans für den Kredit

4 Annäherung der Fußball-Oberfläche durch Polyeder mit Symmetrie- und Einfachheitsbedingungen

5 Definition von mathematischen Bedingungen für eine das Wachstum beschreibende reelle Funktion

6 Aufstellung eines die Reihenuntersuchung beschreibenden Wahrscheinlichkeitsraumes

Bei solchen Mathematisierungen werden insbesondere auch umgangssprachlich formulierte Begriffe der Ausgangssituation oder des Realmodells wie etwa "knickfrei", "gerecht", "effektiv" oder "einfach" mathematisch gefaßt.

C) Resultat dieser Mathematisierung ist ein *mathematisches Modell* der Ausgangssituation. Dieser Prozeß der *Modellbildung (Modellierung)* und sein Resultat sind im allgemeinen nicht eindeutig von der Situation vorbestimmt; vielmehr hängen sie insbesondere von verfolgten *Zwecken* und von *Wertungen* ab. Insofern kann es durchaus mehrere verschiedene mathematische Modelle zur selben Situation und zur selben Fragestellung geben, z. B. durch

1 Verschiedene Arten der Zuordnung
2 Verschiedene Typen von Funktionen
6 Verschiedene Primär-Wahrscheinlichkeiten

Ein mathematisches Modell besteht somit im allgemeinen aus gewissen *Objekten* (Funktionen, Vektoren, Punktmengen, ...), die im wesentlichen den "Grundelementen" der Ausgangssituation bzw. des realen Modells entsprechen, sowie aus gewissen *Beziehungen* zwischen diesen Objekten, die Beziehungen zwischen den Grundelementen entsprechen; genaueres zum Modellbegriff siehe z. B. bei WEBER (1980). Modellierungen können auf *bekannte* Modelle führen oder auch zur Schaffung *neuer* mathematischer Begriffe bzw. Resultate Anlaß geben, wie dies in der Geschichte der Mathematik oft der Fall war. Man kann verschiedene *Arten* von mathematischen Modellen unterscheiden, etwa *prädiktive* (voraussagende) und *deskriptiv-axiomatische* (beschreibende) Modelle; so ist etwa das Bevölkerungswachstums-Modell eher prädiktiv und das Wahl-Modell eher deskriptiv.

Wesentlich bei mathematischen Modellen ist die bewirkte "Distanz zwischen der Ebene der Realität ... und der Ebene des Entwurfs" (DINGES 1982). Das Bewußtmachen einer "Spannung" zwischen diesen Ebenen ist notwendige Voraussetzung für ein erfolgreiches Bearbeiten realer Probleme.

γ) Der nächste Schritt besteht aus einem Arbeiten innerhalb des mathematischen Modells, d.h. es werden *mathematische Überlegungen* durchgeführt (Folgerungen ziehen, Zusammenhänge herausarbeiten, verschiedene Fälle unterscheiden, konkrete Beispiele durchrechnen, Alternativen simulieren, bekannte mathematische Methoden und Resultate anwenden usw.). Dies kann je nach Problem trivial bis beliebig schwierig sein. Als wichtige Hilfsmittel werden dabei auch *Rechner* eingesetzt, insbesondere auch zur *Simulation* von praktisch undurchführbaren oder theoretisch unzugänglichen Fällen. Gegebenenfalls stellt sich auch heraus, daß das mathematische Modell in sich widersprüchlich und deshalb unbrauchbar ist. Mathematische Überlegungen sind z. B.:

1 Bestimmen von zulässigen Zuordnungs-Verfahren und wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen zu den verschiedenen Fällen

2, 5 Bestimmen aller zulässigen (d. h. den gestellten Bedingungen genügenden) Funktionen

D) Dabei ergeben sich dann gewisse *mathematische* (Teil-) *Resultate*.

δ) Wesentlich ist nun, daß diese Resultate wieder in die Realität *zurückübersetzt*, d. h. in der Ausgangssituation *interpretiert* bzw. auf diese *angewandt* werden, gegebenenfalls auch zu Vorhersage-Zwecken; z.B.

1 Formulieren der Zuordnungen als Sitzverteilungs-Verfahren und Anwenden bei Landtagswahlen

2 Umsetzen der Funktionen in Trassen-Verläufe und Anwenden beim Autobahnbau

5 Interpretieren der Funktionen beim Wachstum der Erdbevölkerung und Verwenden zu Prognosen

Auch auf *ähnliche* Situationen, wie z. B.

2 Bau von Eisenbahntrassen

oder auf gänzlich *neue* Situationen, die ein "isomorphes" Modell zulassen, können die Resultate angewandt werden.

Ggf. kann die Rück-Interpretation nicht in der Ausgangssituation selbst, sondern nur im realen Modell vorgenommen werden, insbesondere wenn die Ausgangssituation zu komlex ist.

Die Rückübersetzung muß vom Problemlöser vorgenommen werden, denn er selbst muß vergleichen, ob die Resultate seinen ursprünglichen Zwecken entsprechen und seine Fragen befriedigend beantworten. Es geht hierbei nicht darum, ob die Modellierung "richtig oder falsch" war, sondern ob sie "mehr oder weniger brauchbar" war. Bei diesem *Validieren* des Modells, beim Testen seiner Brauchbarkeit, können *Diskrepanzen* sichtbar werden, z. B. indem im mathematischen Resultat Aspekte enthalten sind, die keine sinnvolle Entsprechung in der Ausgangssituation haben oder dort beobachteten Phänomenen zuwiderlaufen, indem die Resultate zu unerwünschten Folgen führen oder indem wesentliche Aspekte der Situation gar nicht bzw. nur in trivialer Weise erfaßt sind. Solche Diskrepanzen sind oftmals selbstverständlich, da sie bewußt schon beim Vereinfachen der Ausgangssituation angelegt worden sind. Manchmal werden solche Diskrepanzen aber erst offenbar, wenn zusätzliche, aufgrund der Modell-Ergebnisse naheliegende empirische Daten erhoben werden. Mögliche unerwünschte Ergebnisse sind z. B.:

1 Keine stabilen Mehrheitsverhältnisse im Parlament
2 Zu lange und damit zu teure Abbieger-Trassen
5 Wachsen der Erdbevölkerung über alle Grenzen

In den meisten derartigen Fällen müssen das reale und/oder das mathematische Modell geeignet *modifiziert* oder gar durch ein völlig neues Modell *ersetzt* werden, egal wie "schön" sie waren. Die Bedeutung eines Modells erweist sich also erst in der Brauchbarkeit für das Ausgangsproblem, nicht in der Schönheit oder Stimmigkeit der involvierten Mathematik. Ein realer Problemlöseprozeß besteht demnach im allgemeinen im mehrmaligen Durchlaufen des Diagramms aus Abb. 1. Manchmal allerdings verschafft auch ein nicht "besonders genau" passendes Modell genügend viele Einsichten in die Ausgangssituation, macht auch ein "unrealistisches" Modell den Betrachter genügend sensibel für wesentliche Aspekte des Problems, so daß eine Modell-Modifikation gar nicht mehr nötig ist.

Es kann durchaus passieren, daß auch mehrfache Versuche, brauchbare Modelle zu bilden, scheitern. Dann zeigen sich *Grenzen* der Mathematisierbarkeit realer Situationen: Manche Probleme entziehen sich prinzipiell einer angemessenen mathematischen Behandlung (vgl. dazu KIRSCH 1981).

Der beschriebene Kreislaufprozeß kann noch verfeinert und erweitert werden. So kann etwa auch ein innermathematischer Ausbau mit anschließender Anwendung auf neue reale Problembereiche miteinbezogen werden; genaueres siehe etwa bei STEINER (1976).

In dem eben beschriebenen Sinne kann allgemein *"Anwenden"* von Mathematik verstanden werden. Insofern gibt es nicht eine "angewandte" im Gegensatz zu einer "reinen" Mathematik, sondern es gibt mathematische Gegenstände, die in der geschilderten Weise mit der "Realität" in Beziehung stehen; solche Gegenstände gehören zur *"anwendbaren"*, zur *"anwendungsbezogenen"*, allgemeiner zur (nach FREUDENTHAL 1973) *"beziehungsvollen"* Mathematik.

Eine solche Modellauffassung mathematischer Anwendungen birgt auch *Nachteile* in sich (vgl. dazu u. a. FISCHER u. MALLE 1984). So werden etwa durch eine strikte Trennung zwischen Mathematik und Realität inhaltliche Beziehungen zwischen diesen Bereichen in bloß formaler Weise betrachtet, z. B. bei den klassischen Verbindungen Physik/Mathematik, oder die Ausgangssituation gerät über reizvolle mathematische Überlegungen in Vergessenheit. Doch die Vorteile überwiegen nach heutigem Verständnis solche Nachteile bei weitem, so daß man wohl nicht mehr hinter eine solche Modellauffassung des "Anwendens" zurückfallen kann.

2.2. Anwenden und eingekleidete Aufgaben

Neben dem geschilderten umfassenden Verständnis des Anwendungsprozesses spielt in der Praxis ein kürzeres Verfahren eine mindestens ebenso wichtige Rolle:

Ein *direktes Anwenden* schon entwickelter Mathematik zum Beschreiben, Verstehen und Bewältigen von realen Situationen (die ggf. schon vorher Ausgangs- und Endpunkt eines Modellbildungsprozesses waren und daher bereits "mathematikhaltig" sind); z.B.:

1 Analyse existierender Wahlsysteme mit algebraischen oder wahrscheinlichkeitstheoretischen Hilfsmitteln

2 Untersuchung vorliegender Autobahnkreuze mit analytischen Hilfsmitteln

Anwendungsbezüge dieser Art sind im allgemeinen von eher "schlichter" Natur, sie sind schneller zugänglich und leichter durchschaubar. Insofern sind sie für didaktische Zwecke (siehe Kap. 3) oft besser geeignet als komplexe Modellierungsprozesse.

Solche direkten Anwendungen von Mathematik auf reale Situationen können natürlich auch schon in die Modellbildungsphase beim umfassenden Prozeß nach Abschnitt 2.1 einfließen. Die Gefahr dabei ist, daß die Modellbildung dann schon zu stark vorgeprägt und vorstrukturiert ist.

Außer den bisher behandelten Arten der "Anwendung" von Mathematik gibt es weitere, die für die Schule wichtig sind (vgl. etwa POLLAK 1969): *"Eingekleidete"* Aufgaben, "word problems" sind mathematische Aufgaben, die nur in der Sprache einer anderen Disziplin bzw. des Alltags abgefaßt sind (z. B. viele geometrische Berechnungsprobleme oder Extremwertaufgaben aus der Analysis). Solche Anwendungsbezüge geben die Realität oft *verfälscht* wieder, wobei die Einkleidungen manchmal auch ganz *bewußt realitätsfremd* oder -verzerrend gewählt werden (Beispiele jeweils z. B. bei POLLAK 1969 oder PROFKE 1985; POLLAK (1979) nennt Beispiele der letztgenannten Art "whimsical problems".

Viele der eingekleideten Aufgaben entsprechen nicht dem vorhin geschilderten Anwendungsverständnis, insofern sie durch eine bloße (wenn auch nicht immer einfache) "Entkleidung" auf ihren mathematischen Ursprung zurückgeführt werden und die Rück-Interpretation nach gefundener mathematischer Lösung oft gar nicht mehr interessiert. Doch auch künstliche oder realitätsfremde Anwendungsaufgaben können, wenn sie geschickt konstruiert und aufbereitet werden, ein Durchlaufen und Bewußtmachen wesentlicher Phasen des Kreislaufprozesses beim Modellbilden gestatten und können für gewisse didaktische Zwecke (siehe Kap. 3) ebenso gut, manchmal sogar (auch mangels geeigneter "echter" Anwendungen) besser und gezielter eingesetzt werden als realitätsnahe Anwendungsbeispiele.

Deshalb verstehe ich in den folgenden didaktisch orientierten Abschnitten unter *"Anwendung" alle* geschilderten Arten, je nach Kontext in unterschiedlicher Gewichtung. Dabei werden reale Anwendungsbezüge mit anspruchsvollen Modellen und mehrfachem Durchlaufen des Modellbildungsprozesses naturgemäß weniger wichtig sein, da sie im allgemeinen das Schulniveau weit übersteigen. Vielmehr ist vor allem an überschaubare und schulzugängliche realitätsnahe Beispiele wie die in Abschnitt 1.2 genannten, sowohl im umfassenden Sinn (Modellbildungskreislauf) als auch im eingeschränkten Sinn ("schlichte" direkte Anwendung), sowie an "schulklassische" eingekleidete Aufgaben gedacht.

3. Argumente zur Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts

3.1. Argumente gegen Anwendungen

Zuerst einmal gibt es gewichtige Argumente, die *gegen* Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht sprechen oder zumindest zu sprechen scheinen. Einige dieser verschiedentlich genannten Argumente lauten:

G1. Unterrichtsbezogenen Argumente

Es fehlt an *Zeit*, im Mathematikunterricht Anwendungen zu behandeln; es ist ja nicht einmal genug Zeit vorhanden, die Pflichtstoffe des Curriculums (wozu Anwendungen meist nicht gehören) durchzunehmen. Außerdem ist es überhaupt fraglich, ob eine Beschäftigung mit nichtmathematischen Themen zum *Mathematik*unterricht gehört, der doch gerade - im Gegensatz zu anderen Fächern - durch seine geordnete Klarheit und durch seinen konsistenten und folgerichtigen Aufbau geprägt ist. Und Anwendungen werden ohnehin in anderen Fächern in einer angemessenen *fachspezifischen* Weise behandelt.

G2. Schülerbezogene Argumente

Durch Anwendungen wird der Mathematikunterricht für Schüler *anspruchsvoller* und schwerer kalkulierbar. Einem Schüler, der in erster Linie an seinen Erfolg in der nächsten Arbeit oder in Abschlußprüfungen denkt (vielleicht denken muß), ist daher mehr gedient, wenn ihm nur abfragbare Kalküle vermittelt werden. Auch für Schüler, die den Mathematikunterricht wegen der Klarheit mathematischer Begriffe und der Ästhetik mathematischer Theorien oder - negativer ausgedrückt - wegen der weltabgewandten Geborgenheit der Mathematik schätzen, bedeuten Anwendungen nur eine unliebsame *Störung*, die zur Beschäftigung mit "fachfremden" Themen zwingt ("schon wieder Umweltfragen!").

G3. Lehrerbezogene Argumente

Durch Anwendungen wird der Mathematikunterricht auch für Lehrer *anspruchsvoller* und schwerer kalkulierbar. Denn zum einen kennt der Mathematiklehrer im allgemeinen nur solche Anwendungsbeispiele, die zufälligerweise zu seinem anderen Schulfach gehören, und für andere Beispiele benötigt er ein außermathematisches Sachwissen, das anzueignen zusätzliche *Arbeitszeit* in Anspruch nimmt.[5] Weiter stehen viele Mathematiklehrer den *offeneren Unterrichtsformen*, die durch Anwendungsbezüge bedingt werden, eher skeptisch gegenüber, oder sie sind nicht in der Lage, einen solchen Unterricht durchzuführen. Auch lassen sich anwendungsbezogene Unterrichtsziele schwer abtesten. Schließlich gelten die eben für Schüler genannten Argumente ("... *Störung* ...") zumindest ebensosehr auch für Lehrer.

G4. Sachbezogene Argumente

Es gibt bisher - abgesehen vielleicht vom Bereich der Physik - neben den schulklassischen eingekleideten Aufgaben noch *zu wenig "geeignete"* (vgl. dazu Abschnitt 4.1) und für die Schule aufbereitete Anwendungsbeispiele. Viele in der Literatur vorfindliche Beispiele sind auch bezüglich ihrer Daten nicht mehr aktuell.

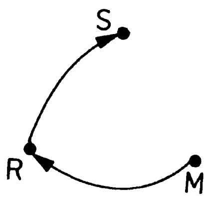
3.2. Argumente für Anwendungen

Ich komme nachher auf diese Gegenargumente zurück. Zuerst führe ich nun einige - in einzelnen jeweils wohlbekannte - Argumente auf, die *für* eine Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts sprechen. Und zwar gehe ich dabei aus von verschiedenen *allgemeinen Zielen* des (gymnasialen) Mathematikunterrichts und nenne jeweils die *Rolle*, welche Anwendungen bei der Förderung dieser Ziele spielen können. Ich veranschauliche die verschiedenen Argumente durch schematische Diagramme, in denen *S*chüler, *R*ealität und *M*athematik in jeweils charakteristischer Weise aufeinander bezogen sind (jeder Pfeil "⇝" hat dabei ungefähr die Bedeutung von "hilft", "wird erschlossen für", "dient" o.ä.

[5] FREUDENTHAL (1973; S. 74): "Unter all den Argumenten für das Unterrichten einer von den Anwendungen isolierten Mathematik kann ich nur das eine verstehen - das der Inkompetenz."

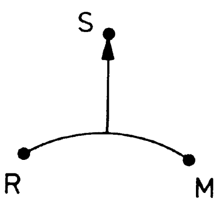
F1. "Pragmatische" Argumente (Mathematik als Hilfe für spezielle Anwendungen)

Es ist ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts, dazu beizutragen, daß der Schüler "relevante" außermathematische Situationen beschreiben, besser verstehen und auch besser bewältigen kann. *"Relevant"* nenne ich dabei eine Situation, wenn sie aus der derzeitigen oder absehbar zukünftigen Umwelt des Schülers stammt, d. h. insbesondere zum Bereich des Alltags (auch des durch Medien erfahrenen) oder zu einem anderen Schulfach gehört oder der Berufs- bzw. Studienvorbereitung dient. Eine solche *Hilfeleistung* bei der Umwelterschließung läßt sich nur durch Herstellen entsprechender Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht und durch gleichzeitige Vermittlung zugehöriger mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten erreichen.



F2. "Formale" Argumente (Anwendungen der Mathematik als Hilfe für allgemeine Fähigkeiten und Haltungen)

Ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts ist die Förderung *allgemeiner* ("formaler") Fähigkeiten und Haltungen, die nicht der unmittelbaren Hilfe für bestimmte "relevante" Situationen dienen (denn im allgemeinen ist schwer vorhersehbar, welche speziellen Situationen dem



Schüler begegnen werden), die aber auf solche Situationen *übertragbar* sein sollen.

a) Förderung "methodologischer" Qualifikationen: Der Schüler soll sich ein *"Metawissen"* und allgemeine Fähigkeiten aneignen dazu, wie Mathematik angewandt wird. D. h. der Schüler soll im Mathematikunterricht anhand von Beispielen allgemeine *Strategien* zum Umgehen mit realen Situationen kennenlernen, er soll lernen, zwischen Realität und Mathematik zu *übersetzen* (d. h. insbesondere geeignete Situationen als "mathematikhaltig" zu erkennen, sie zu vereinfachen und zu mathematisieren sowie mathematische Begriffe oder Resultate in geeigneten Situationen zu interpretieren bzw. auf solche anzuwenden), und er soll auch über das Anwenden *reflektieren* und lernen, Möglichkeiten und Grenzen einer solchen Auffassung von Anwendung der Mathematik einzuschätzen.[6] Solche Ziele können nur mit Hilfe von geeigneten[7] Anwendungsbeispielen gefördert werden.

b) Förderung weiterer allgemeiner Qualifikationen: Im Mathematikunterricht sollen u. a. auch die Fähigkeit zum Argumentieren oder Problemlösefähigkeiten sowie allgemeine *Einstellungen* und Haltungen wie eine Offenheit gegenüber Problemsituationen gefördert werden. Hierzu gehört u. a. auch, daß Schüler kennen und berücksichtigen lernen, wie wichtig es ist, Vorliegendes nicht einfach nach "richtig/falsch", sondern nach dem Grad der Brauchbarkeit zu beurteilen und es teil- und schrittweise zu verbessern. Diese Förderung kann durch Beschäftigung mit Anwendungen, aber auch ebenso mit Hilfe geeigneter mathematischer Beispiele geschehen.

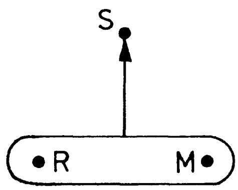
---

[6] Im Sinne von FREUDENTHAL (1973; S. 76): "Ich möchte, daß der Schüler nicht angewandte Mathematik lernt, sondern lernt, wie man Mathematik anwendet."

[7] "Geeignet" bedeutet hier in Abschnitt 3.2, daß das Anwendungsbeispiel so aufbereitet und im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann, daß das in Rede stehende Ziel gefördert wird; genaueres in Abschnitt 4.1.

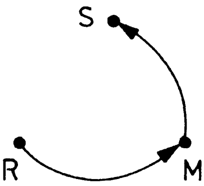
F3. "Wissenschaftstheoretische" Argumente (Anwendungen als Beitrag zum Gesamtbild von Mathematik)

Zumindest in der Sekundarstufe II ist es eines der Ziele des Mathematikunterrichts, dem Schüler ein (bildungsgang-bezogen) *"ausgewogenes" Bild von Mathematik* als kulturelles und gesellschaftliches Gesamtphänomen zu vermitteln. Zu diesem Bild gehören heute und gehörten in der geschichtlichen Entwicklung stets auch Anwendungsbezüge. Dieses Ziel kann daher nur erreicht werden, wenn auch Anwendungen in den Mathematikunterricht einbezogen werden, d. h. wenn exemplarisch aufgezeigt wird, wo und wie Mathematik angewandt wird. Dadurch kann dem Schüler auch zu einer *realistischeren Einschätzung* der Rolle von Mathematik verholfen werden (wozu auch ein Abbau von unkritischer "Wissenschaftsgläubigkeit" gehört) und können ihm auch diesbezügliche *wissenschaftstheoretische* Einsichten ermöglicht werden.



F4. "Lernpsychologische" Argumente (Anwendungen als Hilfe für das Lernen von Mathematik)

a) Stoffbezogene Hilfen: Geeignete Anwendungsbeispiele (ebenso wie geeignete mathematische Beispiele) können zu schulrelevanten mathematischen Inhalten hinführen, können diese motivieren oder veranschaulichen bzw. zu deren Übung, Festigung oder vertiefenden Durchdringung beitragen, also zur *"lokalen" Stofforganisation* eingesetzt werden. Daneben können Anwendungen auch zur *"globalen"* Stofforganisation, d. h. zur Strukturierung größerer mathematischer Unterrichtseinheiten dienen. In jedem Fall bereichern Anwendungen die methodische Palette des Lehrers und erleichtern auch *Differenzierungs*-Maßnahmen.



b) <u>Schülerbezogene Hilfen</u>: Die aktive Auseinandersetzung mit geeigneten Anwendungsproblemen (ebenso wie mit geeigneten mathematischen Problemen) kann Schülern helfen, zugehörige mathematische Inhalte besser, umfassender und tiefergehend zu *verstehen* sowie länger zu *behalten*; bei einigen mathematischen Begriffen gehören Anwendungsbezüge zu einem adäquaten Verstehen sogar notwendig hinzu. Mit Hilfe von Anwendungsbezügen kann auch die *Einstellung* von Schülern zu mathematischen Themen oder zur Mathematik überhaupt positiv beeinflußt werden, vor allem auch durch den resultierenden *verstärkten Sinnbezug*.

Die vier genannten Argumente(-Gruppen)[8] F1 bis F4 haben sich also durch Orientierung an übergreifenden *Erziehungszielen* des (gymnasialen) Schulunterrichts ergeben: Argument F1 im Zusammenhang mit "*pragmatischen*", F2 mit "*formalen*", F3 mit "*wissenschaftstheoretischen*" Zielen und F4 (über die dort angesprochene Mathematik) mit all diesen sowie mit "*kulturhistorischen*" Zielen. Solche Erziehungsziele entsprechen, wie etwa WINTER (1975) überzeugend ausgeführt hat, verschiedenen Aspekten der Wissenschaft Mathematik wie auch verschiedenen Formen menschlichen Tuns. Durch diese Zielorientierung tragen (neben anderem) Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht auch dazu bei, dem Mathematikunterricht mehr *Sinn*, mehr *Bedeutung* für Schüler zu geben (wobei dieser Sinnbezug nicht für jeden Schüler bei allen Zielen unmittelbar erkennbar ist; am ehesten ist dies im allgemeinen bei den pragmatischen Zielen der Fall, denn hierbei sind Anwendungen unentbehrlich).

---

[8] Ich kürze sie im folgenden stets mit Fi ($i = 1,\dots,4$) ab.

Unter "*anwendungsorientiertem Mathematikunterricht*" können wir nun einen Mathematikunterricht verstehen, der (zumindest) einige der Argumente F1 bis F4 berücksichtigt, d. h. in dem Anwendungen eine "nicht unwesentliche" Bedeutung bei der Förderung gewisser Ziele haben. Die *Gewichtung* der Rollen, die Anwendungen spielen können, und damit der Argumente F1 bis F4 ist wesentlich abhängig von der Bedeutung der entsprechenden Erziehungsziele. So wird etwa in den Klassen 5 bis 7 Argument F3 deutlich hinter den anderen zurücktreten; überhaupt wäre eine zu starke Betonung von F3 gefährlich, insofern auch Gegner einer Anwendungsorientierung behaupten, dem Schüler das Kulturgut Mathematik so vermitteln zu wollen, "wie Mathematik wirklich ist".

Ich meine, daß in einem "anwendungsorientierten Mathematikunterricht" *sämtliche* genannten Ziele des (gymnasialen) Mathematikunterrichts sowie *alle* Funktionen (entsprechend den Argumenten F1 bis F4), die Anwendungen hierbei einnehmen können, "altersstufengemäß angemessen" berücksichtigt werden sollten. Das bedeutet etwas genauer: F4 ist stets wichtig. In den ersten Klassen der Sekundarstufe I stehen die "pragmatischen" und einige "formale" Ziele und damit zusammenhängend die Argumente F1 sowie (danach) F2 im Vordergrund; dabei werden methodologische Fragen, etwa solche nach der Diskrepanz zwischen Realität und mathematischen Modellen, noch nicht thematisiert. Formale, insbesondere "methodologische" Ziele werden dann zunehmend wichtiger und dominieren in der Sekundarstufe II. Dort treten auch "kulturhistorische" und "wissenschaftstheoretische" Ziele und damit Argument F3 hinzu; dieses erhält in Leistungskursen denselben Rang wie F1.

3.3. Diskussion der Gegenargumente

Nun können die in 3.1 genannten Argumente gegen eine Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts im Lichte der eben genannten Argumente dafür diskutiert werden.

Ad G1. Angesichts der Stoffülle auf allen Schulstufen können und sollen im Mathematikunterricht nur einige wenige größere Anwendungsbeispiele (vor allem im Sinne von F2) behandelt werden, und zwar auch weniger reale, weniger komplexe Probleme, sondern stufengemäß methodisch aufbereitete und zugängliche Beispiele. Ansonsten können "sowieso durchzunehmende" Stoffe (vor allem im Sinne von F4 und F1) durch Anwendungen unterschiedlicher Art "mit Leben gefüllt" werden. Es handelt sich dabei "*nicht* um ein *Nebeneinander von Theorie und Praxis*, sondern um ein *Ineinandergreifen* dieser beiden, nicht so sehr um einen neuen Lehr*stoff*, als vielmehr um eine bestimmte Lehr*art*, um ein Bestreben, die Mathematik ... in engere Beziehungen zur Erkenntnis und Beherrschung der Wirklichkeit zu bringen" (ZÜHLKE 1923; S. 10). Ein eventueller "lokaler" zeitlicher Mehraufwand ist im Sinne der damit angestrebten allgemeinen Erziehungsziele gerechtfertigt und lohnt sich, sowohl unter lernpsychologischen als auch unter mathematischen Gesichtspunkten. Weiterhin besteht langfristig die Hoffnung, daß durch die Verbreitung von Rechnern einige traditionelle Pflichtstoffe (z. B. ein Teil der formalen Mittelstufen-Algebra) obsolet werden und dadurch mehr Platz für Realitätsbezüge im Mathematikunterricht entstehen. Noch besser wäre wohl ein phasenweise *fächerübergreifender* Unterricht, auch damit die unheilvollen Diskrepanzen bezüglich der Art, wie Mathematik im Mathematikunterricht und im Unterricht anderer Fächer (wenn überhaupt) behandelt wird, gemildert werden. Doch wenn dies - aus welchen Gründen auch immer - nicht möglich ist, so gehört eine Beschäftigung mit Anwendungen unverzichtbar in den *Mathematik*unterricht. Dabei soll es ja gerade *nicht* darum gehen, im Mathematikunterricht des Gymnasiums speziell z. B. zukünftige Straßenbauer, Kreditvermittler oder Bevölkerungsplaner auszubilden. Die angesprochenen Ziele sind *allgemeinbildender* Natur, und nur hierzu sollen Anwendungsbezüge dienen.

Ad G2. Durch Anwendungen wird der Mathematikunterricht in der Tat insgesamt anspruchsvoller, und dies sollen Schüler auch erfahren. Dies braucht sich nicht notwendig in neuen Typen anspruchsvoller anwendungsbezogener

Klassenarbeits-Aufgaben niederschlagen. Doch bedingen Anwendungsbezüge, von allem im Sinne von F2, naturgemäß einen gewissen *intellektuellen Aufwand*, der Schülern auch zugemutet werden kann und soll. Wie etwa die empirischen Untersuchungen von KAISER (1984) zeigen, wird dies für die meisten Schüler durch den mit Anwendungen erzielten *Gewinn* an Einsichten und Kenntnissen bzw. durch den verstärkten Sinnbezug aufgewogen. Doch werden einige Schüler Anwendungen trotzdem *ablehnen*, insbesondere solche, denen sie eine "Störung" bedeuten. Dies muß in Anbetracht der angestrebten Ziele in Kauf genommen werden. Solche Antipathien sind ja auch im "normalen" Mathematikunterricht (bzw. im Unterricht anderer Fächer) nichts Ungewöhnliches, eher im Gegenteil!

Ad G3. Auch für Lehrer wird der Mathematikunterricht durch Anwendungen anspruchsvoller, und dies ist wohl das gewichtigste Hindernis für Anwendungsbezüge im "normalen" Mathematikunterricht. Hier muß bereits in der *Lehrerausbildung* sowie verstärkt auch in der *Lehrerfortbildung* angesetzt werden: Der Mathematiklehrer benötigt eine *offene, flexible Einstellung* zur Mathematik und zum Unterrichten von (auch anwendungsbezogener) Mathematik. Er muß die angesprochenen Ziele *selbst* möglichst weitgehend erreicht haben, und das ist nur möglich, wenn er *selbst* diverse Anwendungsbeispiele behandelt, Modellbildungsprozesse durchlaufen, verschiedene Arten von Anwendungen kennengelernt und darüber didaktisch und auch wissenschaftstheoretisch reflektiert hat. Dazu benötigt der Mathematiklehrer *kein* Experten-Wissen in anderen Disziplinen, denn er soll keine komplizierten Spezial-Probleme aus anderen Wissenschaften, sondern zugängliche und schülerrelevante Beispiele behandeln. Bei der Suche nach solchen Beispielen und bei deren unterrichtlicher Aufbereitung kann ihm die bereits vorhandene *Literatur* eine große Hilfe sein (vgl. etwa die Bibliographie KAISER et al. 1982). Vorteilhaft ist hier auch eine *gegenseitige Hilfe* von Lehrern (z. B. in der Art der MUED; siehe BÖER u. VOLK 1982) und ein Gedankenaustausch zwischen Lehrern verschiedener Fächer, wodurch einige Nachteile der (notwendigen) Fächer-Spezialisierung abgemildert werden können.

Ad G4. Auffinden bzw. Konstruieren von schulgeeigneten Anwendungsbeispielen sowie Analysieren und Aufbereiten solcher Beispiele ist eine wesentliche *Aufgabe* für die Fachdidaktik Mathematik, denn nur auf der Grundlage vieler verschiedenartiger Beispiele lassen sich die Argumente F1 bis F4 einlösen. Doch hier hat sich die Situation in den letzten Jahren deutlich *gebessert*, wobei man insbesondere auch die angelsächsische Literatur beachten sollte. Auch werden durch das Vorhandensein von *Rechnern* nun Beispiele zugänglich, die früher noch wegen ihres Zahlenmaterials oder wegen des nötigen Rechenaufwands ungeeignet waren. Außerdem sind die meisten der altbekannten (insbesondere eingekleideten) schulischen Anwendungsaufgaben auch unter erweiterten Gesichtspunkten brauchbar, wenn nur ihre Funktion (auch für Schüler) bewußt gemacht wird.

Richtig verstanden, verhindern die Gegenargumente eine Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts nicht, zeigen aber ernstzunehmende *Probleme* und auch *Grenzen* auf. Weitere Hinweise zur Überwindung solcher Probleme werden in Kapitel 4 gegeben.

3.4. Einige Positionen zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht

In der *bundesdeutschen* didaktischen Diskussion lassen sich verschiedene *Positionen zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht* unterscheiden (vgl. zu dieser Frage auch BIEHLER 1981, BECK 1982 oder GLATFELD 1983). Im folgenden sollen (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) einige wesentliche Positionen, jeweils charakterisiert durch die für

Anwendungsbezüge gegebenen Begründungen, kurz aufgeführt werden.[9]

Zuerst nenne ich einige Befürworter eines anwendungsbezogenen Mathematikunterrichts, die vorwiegend *eine* der in 3.2 genannten Begründungen betonen:

Im *"problemorientierten* Mathematikunterricht in *emanzipatorischer* Absicht" sollen einsehbar und erfahrbar relevante Probleme behandelt werden, die Handlungssituationen der Schüler betreffen; Ziel ist die "Befähigung zu selbstbestimmtem Handeln" (BÖER u. VOLK 1982). Der *"projektorientierte* Mathematikunterricht" fordert u. a. "Realitätsbezogenheit", "soziale Relevanz" und "Bedürfnisbezogenheit" der Inhalte (MÜNZINGER 1979). Natürlich ist auch das traditionelle *Sachrechnen* als Position, die im wesentlichen *pragmatische* Argumente betont, zu nennen. Um vorwiegend *formale*, insbesondere *methodologische* Ziele geht es im *"mathematisierenden* Unterricht" (vgl. z. B. STEINER 1976, BIEHLER 1981). Hierfür sind nicht nur reale, sondern auch konstruierte Anwendungsbeispiele geeignet. Solche künstlichen Beispiele verwenden z. B. auch DAMEROW et al. (1974), um die von ihnen als wesentlich identifizierten, auf "Autonomie", "Kompetenz" und "Emanzipation" abzielenden Qualifikationen an Schüler zu vermitteln.

Lernpsychologische Argumente waren wohl ein wesentlicher Grund für die (nicht sehr zahlreichen) Anwendungsbezüge im *traditionellen*, humanistisch geprägten Gymnasium. Für diese Zwecke genügen eingekleidete Aufgaben. Solche verwendet, neben echten Problemen, auch ENGEL (siehe z. B. ENGEL 1975), da es ihm im wesentlichen nur darauf ankommt, wie schön, interessant, herausfordernd und wichtig die resultierende Mathematik ist. Schließlich werden *wissenschaftstheoretische* Ziele insbesondere am IDM Bielefeld (z. B. STEINBRING 1980) vertreten.

---

[9] Genauere Analyse-Schemata für Konzeptionen zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht sind bei BLUM u. KAISER (1984) zu finden.

Gegenpositionen, wie sie in früherer Zeit etwa MESCHKOWSKI (1965) formuliert hat, werden heute kaum mehr geäußert: "Allzulange hat die Mathematik in der Schule ihre Bildungsmöglichkeiten mit Rücksicht auf die 'Anwendungen' verspielt. Damit sollte Schluß gemacht werden ... Der Mathematikunterricht wird seiner Aufgabe am besten gerecht, wenn er in aller Strenge die 'Wissenschaft von den formalen Systemen' entwickelt." (S. 84). Allerdings gibt es zahlreiche implizite Gegenpositionen, indem Gegenargumente und Hinderungsgründe (vgl. Abschnitt 3.1) betont werden.

Um den derzeitigen Stand der didaktischen Diskussion besser zu umreißen, nenne ich noch einige weitere Positionen, die *mehrere* Begründungen für eine Anwendungsorientierung geben. So betonen BECKER et al. (1979) sowie GLATFELD (1983) im wesentlichen formale und lernpsychologische Argumente. Diese sind auch für WINTER (siehe z. B. WINTER 1975, 1981) wichtig; er nennt aber ebenso pragmatische sowie ansatzweise auch wissenschaftstheoretische Gründe. BECK (1982) führt Teile aller vier Argumente auf, unter Betonung des letzten. Der *Trend* geht bei uns in neuerer Zeit eindeutig dahin, u. a.

- die unterrichtliche Behandlung auch realitätsnaher Beispiele zu fordern,
- das Spektrum behandelter Anwendungsdisziplinen zu erweitern,
- einen "ausgewogenen" Standpunkt in bezug auf die Relation zwischen mathematischen und außermathematischen Anteilen und auf die angestrebten Ziele einzunehmen,
- die Wichtigkeit zu betonen, im Unterricht den Prozeß der Modellbildung zu behandeln und ihn Schülern auch bewußt zu machen.

Insofern erfolgt, was die drei erstgenannten Punkte anbetrifft, derzeit eine Rückbesinnung auf Positionen, wie sie zu Beginn unseres Jahrhunderts von bedeutenden Didaktikern wie LIETZMANN (1919-1924) oder auch von KLEIN vertreten wurden; KLEIN (1904; S. 35): "Wir wollen durchaus eine Belebung des mathematischen Unterrichts durch Heranziehung der Anwendungen, wir wollen aber nicht, daß das Pendel, welches in früheren Jahrzehnten vielleicht zu sehr nach der abstrakten Seite wies, nun in das andere Extrem überschlägt, sondern wir wollen in der *richtigen Mitte* bleiben." Was "ausgewogen", "richtige Mitte" u. ä. genauer bedeuten, wird allerdings nicht von allen vorhin genannten Autoren in befriedigender Weise geklärt.

Soweit einige Trends in der didaktischen Diskussion; es muß jedoch erneut darauf hingewiesen werden, daß diese Trends nur eine zögernde Entsprechung in der konkreten Schulpraxis der bundesdeutschen Gymnasien finden, d. h., daß sicherlich eine *Kluft* zwischen intendierten und realisierten Unterrichtsvorschlägen und Curricula zum anwendungsbezogenen Mathematikunterricht besteht. Ob die derzeitige "Computer-Welle" zur Verringerung dieser Kluft beitragen oder sogar das Interesse von Anwendungen ablenken wird, kann noch nicht vorausgesagt werden.

Zum Vergleich will ich abschließend noch kurz einige *ausländische Positionen* nennen: In *Österreich* (vgl. DÖRFLER 1981, FISCHER u. MALLE 1984) werden - neben anderen - wissenschaftstheoretische Aspekte stark betont. Von *angelsächsischen* Didaktikern wird schon seit vielen Jahren "Teaching Mathematical Modelling" als wesentlicher Kern eines anwendungsbezogenen Mathematikunterrichts angesehen; vgl. z. B. POLLAK (1968, 1969, 1979), BURKHARDT (1981) oder BURGHES et al. (1982), welche methodologische Argumente vor pragmatischen und lernpsychologischen betonen. In der angelsächsischen Literatur kann man auch mehr ausgearbeitete Anwendungsbeispiele als bei uns finden. Im *französischsprachigen* Raum werden eher lernpsychologische Argumente favorisiert, so etwa bei REVUZ (1977). Bei den *Holländern* im Umkreis des IOWO (siehe FREUDENTHAL 1873) stehen methodologische, lernpsychologische und pragmatische Ziele im Vordergrund, während für den Dänen NISS (1977) vor allem pragmatische Ziele wichtig sind. In der Literatur der *DDR* wird großer Wert gelegt auf ideologische Ziele (z.B. "Beitrag des Mathematikunterrichts zur sozialistischen Wehrerziehung"), wodurch gewisse Parallelen zur Zeit vor fünfzig Jahren aufscheinen .

4. Einige curriculare und methodische Gesichtspunkte zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht

Nach Abwägung aller in Kapitel 3 aufgeführten Argumente erscheint es mir zwingend, daß außermathematische Anwendungen ein wesentlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts sind. Der Mathematikunterricht soll also *wirklichkeitsverbunden*, *anwendungsorientiert*, *beziehungshaltig* sein. Dabei sollen die - mehrfach genannten - unterschiedlichen Rollen von Anwendungen altersstufengemäß angemessen berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 3.2). Die Frage ist daher nicht mehr, ob und weshalb, sondern *wieviele* und *welche* Anwendungen *wie* und *in welchem Zusammenhang* zur Mathematik behandelt werden sollen. Dazu will ich im folgenden einige Anmerkungen machen; hiermit gebe ich gleichzeitig eine etwas genauere Umschreibung von "*anwendungsorientiertem Mathematikunterricht*".

4.1. Curriculare Aspekte

Wie schon in Abschnitt 3.3 gesagt, sollen Anwendungen kein bloßer Zusatzstoff sein, der womöglich noch zusätzlichen mathematischen Stoff nach sich zieht. Vielmehr können zum einen sowieso im Lehrplan stehende Stoffe durch kleinere ("*lokale*") Anwendungsbezüge angereichert werden, vor allem im Sinne von F4 (d. h. zur Motivation, Hinführung, Veranschaulichung, Übung, Festigung) sowie auch von F1. Zum anderen können an passenden Stellen des Curriculums einige wenige größere ("*globale*", d. h. in der Regel über mehrere Stunden gehende) Anwendungsbeispiele behandelt werden, vor allem im Sinne von F2 (Übersetzungsqualifikationen, allgemeine Fähigkeiten und Haltungen), auch unter wesentlicher Berücksichtigung von F1 und F3 sowie ggf. von F4 (zur globalen Stofforganisation). Dabei werden die mathematischen Stoffe auch im anwendungsorientierten Mathematikunterricht konsistent aufgebaut. Ein vereinfachendes Diagramm (nach BECKER 1981) soll diese curriculare Einbettung von Anwendungsbeispielen (A_i) in den Mathematikunterricht veranschaulichen:

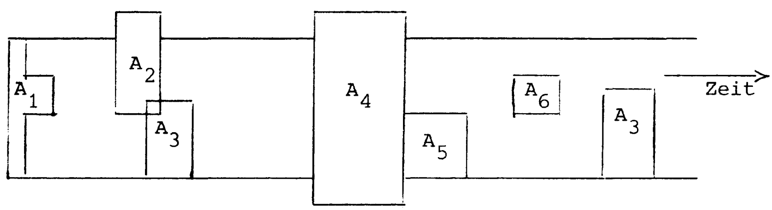


Abb. 2

So viele Freiräume, um diesen Umfang an Anwendungen zu behandeln, läßt wohl jeder existierende Lehrplan. Insbesondere in der Sekundarstufe II ist ein anwendungsorientierter Mathematikunterricht (trotz Kurssystem) realisierbar, vor allem wenn schon in der Sekundarstufe I genügende Erfahrungen und ein ausreichendes mathematisches Instrumentarium aufgebaut worden sind (notfalls geschieht dies erst in Klasse 11).

Es wird im allgemeinen sinnvoll sein, bei den "globalen" Beispielen auf eine Isolierung von Schwierigkeiten zu achten und neue mathematische Inhalte durch "lokale" Beispiele oder innermathematisch einzuführen. Weiter sollten auch "globale" Anwendungen nicht zu umfassend behandelt werden, da Schüler nach aller Erfahrung auch beim schönsten und relevantesten Beispiel irgendwann Ermüdungserscheinungen zeigen. Eher kann ein und dasselbe Beispiel an verschiedenen Stellen aufgegriffen werden; Beispiel (vg. BLUM 1978): Behandlung des Themas Einkommensteuern in Klasse 7 (Prozentrechnung), in Klasse 10 bzw. 11/1 (elementare Funktionen), in Klasse 11/2 (analytische Funktionsuntersuchungen) und in Klasse 12/1 (analytische Flächenberechnungen).

An besonderen Stellen des Curriculums, z. B. in der Sekundar-I-Abschlußklasse 10 oder in Kursen der Klasse 12, können ausgewählte Anwendungen auch in (fachübergreifender) *Projektform* behandelt werden; vgl. dazu u. a. FISCHER u. MALLE (1984; S. 113 ff.).

Bei der *Auswahl von Anwendungsbeispielen* für den Mathematikunterricht können folgende *Gesichtspunkte* hilfreich sein (vgl. u. a. BECKER et al. 1979 oder BLUM u. KAISER 1984):

- Beispiel liefert Beitrag zu den jeweils angestrebten Zielen nach Abschnitt 3.2
- Beispiel ist realitätsnahe oder bewußt realitätsverfremdend ("whimsical problems" können für formale oder lernpsychologische

Zwecke oder auch im Hinblick auf pragmatische Ziele, nämlich zur bewußten Schärfung des Blicks für die Realität, verwendet werden)
- Beispiel ist Schülern der jeweiligen Stufe vertraut, d. h. aus ihrer Umwelt stammend
- Beispiel paßt zum Curriculum des Mathematikunterrichts
- Beispiel ist für Schüler zugänglich, d. h. nicht zu komplex und nicht zu speziell
- Beispiel ist herausfordernd für Schüler, weckt ihr Interesse (eventuell auch durch seine äußere "Aufmachung")
- Beispiel ist genügend offen, d. h. läßt Spielraum für Schüleraktivitäten
- Beispiel führt mit vertretbarem Aufwand zu relevanten Ergebnissen

Dabei braucht ein Beispiel nicht alle Kriterien zugleich zu erfüllen, um als *"für den Mathematikunterricht geeignet"* eingestuft zu werden; so ist nicht einmal zu erwarten, daß ein und dasselbe Beispiel alle in Abschnitt 2.1 herausgearbeiteten methodologischen Aspekte aufzeigen kann. Welche Gesichtspunkte jeweils wichtig sind, hängt natürlich vom vorgesehenen Verwendungszweck ab. In diesem Sinne sind alle in Abschnitt 1.2 aufgeführten Beispiele gut für den Mathematikunterricht geeignet.

Bei der Auswahl der Beispiele über einen längeren Zeitraum (z. B. ein Schulhalbjahr) hinweg hat der Lehrende u. a. darauf zu achten, daß

- verschiedene Ziel-Komponenten angesprochen werden (z. B. sollten auch Beispiele vorkommen, die Grenzen der Mathematisierbarkeit aufzeigen, sollten Situationen behandelt werden, die verschiedene Modellierungen zulassen, und ebenso verschiedene Situationen, die zu isomorphen Modellen führen),
- verschiedene Anwendungsdisziplinen vertreten sind (z. B. sollten nicht nahezu ausschließlich, aber in genügend großem Umfang "klassische" physikalische Beispiele behandelt werden, neben solchen wirtschaftlicher, politischer, sportlicher, ... Art),
- verschiedene mathematische Gebiete berücksichtigt sind,
- verschiedene Arten von Modellen (vgl. Abschnitt 2.1) vorkommen.

Da Schüler im Laufe der Schulzeit an Anwendungsbezüge "gewöhnt" werden müssen, sollten Anwendungsbeispiele auch bewußt so ausgewählt werden, daß eine *Stufung* (im Sinne des Spiralprinzips) im Hinblick auf das (auch nichtmathematische) Anspruchsniveau möglich ist.

4.2. Methodische Aspekte

Es wäre sicher nicht gerechtfertigt, methodisch strikt zwischen dem Unterrichten von "reiner" und von "anwendungsbezogener" Mathematik zu trennen, womöglich im Sinne der falschen Dichotomie "Verstehen" versus "Technik". Vielmehr kann beides in offener, Schüler einbeziehender, genügend anspruchsvoller *"Problemlöse*-Atmosphäre" stattfinden, gemäß der Haltung "Here is a situation; think about it" (POLLAK 1968; S. 25). Aktivitäten wie Argumentieren, plausibles Schließen oder Aufstellen adäquater Definitionen sind für den gesamten Mathematikunterricht wichtig, d. h. für "reine" *und* für "anwendungsbezogene" Phasen. (Natürlich gehören dazu auch *Faktenwissen* oder *Techniken*, und zur Ausformung und Entwicklung der angestrebten Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Haltungen ist auch im anwendungsorientierten Mathematikunterricht z. B. zielgerichtetes *Üben* notwendig.)

Allerdings erscheint es nicht realistisch und unter methodischen Gesichtspunkten gar nicht erstrebenswert, in der Schule "echte", "offene" Anwendungsprobleme lösen zu wollen, von denen der Lehrer ebensowenig weiß wie die Schüler. Denn der stimulierende Reiz, den solche Unterrichtssituationen auf Schüler ausüben können, verkehrt sich durch mögliche längerdauernde Mißerfolgserlebnisse leicht ins Gegenteil. Vielmehr sollte der Lehrer die zu behandelnden Beispiele sorgfältig auswählen, aufbereiten und gezielt im Sinne der angestrebten Qualifikationen und der zu beachtenden methodischen Prinzipien einsetzen.

Insbesondere um transferierbare methodologische Qualifikationen zu fördern, ist es notwendig, anhand geeigneter Beispiele den *Prozeß des Übergangs* zwischen Mathematik und Realität zu verdeutlichen. Dazu müssen Schüler im Mathematikunterricht nicht nur Modellbildungsprozesse aktiv durchlaufen, es müssen (anschließend) auch die

Schritte und die zugrunde liegende "Philosophie" bewußt gemacht und mit Schülern in altersstufengemäßer Weise besprochen werden. Hierzu tragen auch "Modell- bzw. Situationsvariationen" (nach WEBER 1980; S. 92 ff.) bei. Ein Thematisieren des im Unterricht Behandelten erscheint auch an anderen Stellen günstig, etwa wenn aus Gründen der Redlichkeit reine "Appetitanreger" (d. h. nur zur Motivation der Schüler dienende Anwendungen) zumindest nachträglich als solche kenntlich gemacht werden.

Allgemeiner soll natürlich auch anwendungsorientierter Mathematikunterricht gewisse anerkannte *methodische Prinzipien* wie etwa "Anknüpfen an Vorverständnis der Schüler" oder "Ermöglichen von Schüler-Eigentätigkeiten" berücksichtigen. Dazu gehört u. a., daß - zumindest bei den "globalen" Beispielen - auch den nichtmathematischen Phasen des Modellbildens und des Rück-Übersetzens genügend Zeit eingeräumt wird. Nur so können Schüler auch - wenigstens ansatzweise - die intellektuelle Anstrengung erfahren, die mit der Behandlung von Anwendungen im allgemeinen verbunden ist. So verstandene Anwendungsorientierung bedingt also eine Öffnung des Mathematikunterrichts für nichtmathematische Probleme, Fragen, Diskussionen und Überlegungen. Wenn das Anwendungsbeispiel zu einem anderen Schulfach (Naturwissenschaften, Gemeinschaftskunde, ...) paßt, können auch *fachübergreifende Phasen* eingeschoben werden (vgl. dazu z. B. GUDERIAN 1980). Beispiel: Thema Wahlen in Klasse 10 zusammen mit dem Fach Gemeinschaftskunde.

Unter Berücksichtigung der genannten Gesichtspunkte könnte eine anwendungsbezogene Unterrichtseinheit etwa so aufgebaut sein: [10]

---

10 Vgl. dazu auch diverse methodische Vorschläge zur Behandlung von Sachaufgaben im Mathematikunterricht wie z. B. bei WALSCH u. WEBER (1984).

- Präsentation einer (realitätsbezogenen) Problemstellung durch den Lehrer
- Unterrichtsgespräch über dieses Problem, Vertrautmachen hiermit, Formulierung von "Leit-Fragen" durch Schüler
- Strukturierung, Vereinfachung, Herausarbeiten von "Gegebenem" und "Gesuchtem", Auswahl von Fragen mit Hilfe des Lehrers
- Gemeinsame Erarbeitung von Lösungsansätzen und -wegen mit (bekannten) mathematischen Hilfsmitteln; dabei auch Einbringen methodischer Hilfen durch den Lehrer
- Arbeitsteilige Durchführung von (Teil-)Lösungen durch Schüler; dabei ggf. auch Rechnereinsatz
- Eventuell Beschaffen weiterer zur Lösung notwendiger Informationen (ggf. auch außerhalb der Schule) durch Schüler und Lehrer
- Zusammenfassung, Vergleich und mathematische Diskussion (z. B. auch Genauigkeitsfragen) von Lösungen
- Rück-Interpretation der Lösungen im Ausgangsproblem und Diskussion, bezogen auf die gestellten Fragen
- Reflektion über das Vorgehen, Bewußtmachen wesentlicher Schritte, Thematisieren methodologischer Fragen.

4.3. Zur Rolle von Rechnern

Die Verfügbarkeit von *Taschenrechnern* und von *Computern* ist auch für den anwendungsorientierten Mathematikunterricht eine große Hilfe (vgl. etwa BECK 1982 sowie Bücher zum Programmieren wie z.B. BAUMANN 1984). Hierdurch werden auch komplexere Anwendungssituationen zugänglich und können Beispiele mit realistischeren Daten behandelt werden. Weiter erlaubt eine Entlastung von numerischen Rechenproblemen eine stärkere Konzentration auf das Wesentliche, etwa das Bewußtmachen des Modellbildungs-Kreislaufs. *Beispiele* zum Rechnereinsatz:

- Untersuchung der Einkommensteuerfunktion
- Bestimmen des Optimums der gegebenen Gewinnfunktion eines Produktionsprozesses durch systematisches Probieren
- "Nachspielen" eines exponentiellen Wachstumsprozesses

Gerade beim *Simulieren* komplexer Vorgänge helfen Rechner, z. B. bei Warteschlangen oder Verkehrsflüssen.

Wie die Beispiele zeigen, sind Rechner nicht nur bloße *Rechenhilfsmittel*, sonder auch *methodische Instrumente*, die Lehr- und Lernprozesse steuern und verbessern helfen.

Daß darüber hinaus das Vorhandensein von leistungsfähigen Rechnern und ihre wachsende Bedeutung in zahlreichen Lebensbereichen mittel- und langfristig tiefergehende *curriculare Veränderungen* auch und gerade im Mathematikunterricht hervorrufen können, soll hier nur erwähnt werden. Solche Veränderungen können die Chancen für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht erheblich verbessern.

4.4. Einige Schlußfolgerungen

Das Unterrichten von Anwendungen erfordert vom Mathematiklehrer zusätzliche Qualifikationen (vgl. Abschnitt 3.3!) sowie noch sorgfältigere Planung und Führung des Unterrichts als sonst. Unter anderem muß der Lehrer neben den stets nötigen fachinhaltlichen und fachdidaktischen Überlegungen auch noch achten auf

- Auswahl geeigneter Anwendungsbeispiele und Einpassung ins Curriculum
- Aktualisierung vorgefundener Beispiele
- Anpassung der Beispiele an Vorkenntnisse und Interessen der jeweiligen Schüler
- Geeignete Präsentation der Beispiele (außermathematische Informationen richtig dosiert geben bzw. von Schülern beschaffen lassen, Beispiele ansprechend einbringen, ...)
- Differenzierte und gezielte Hilfen für Schüler ohne wesentliche Unterstützung durch Schulbücher

Hierzu benötigt der einzelne Lehrer weiterhin *Hilfen* durch Literatur und durch Lehrerausbildung und -fortbildung. In dieser Richtung muß in Zukunft noch viel mehr als bisher getan werden, um die Voraussetzungen für ein Gelingen anwendungsbezogener Konzepte im Unterrichtsalltag zu schaffen.

Insgesamt läßt sich sagen: Anwendungsorientierung macht Mathematikunterricht nicht vordergründig leichter für Schüler und Lehrer, sondern erfordert noch mehr Flexibilität und Offenheit, mehr Kenntnisse und auch mehr organisatorischen Aufwand als "herkömmlicher" Mathematikunterricht. Deshalb haben sich "Vorschläge zur Einbeziehung von Anwendungen der Mathematik ... an bestehenden Bedingungen der Schulpraxis, an bestehenden Lehrplänen, an organisatorischen Gepflogenheiten und Möglichkeiten der Schulpraxis auszurichten und auf wohldosierte Änderungen zu beschränken." (BECKER et al. 1979; S. 9). Anwendungsorientierte Mathematik kann vom unerfahrenen Lehrer nicht ad hoc unterrichtet und vom Schüler nicht auf Anhieb richtig gelernt werden. Notwendig ist eine allmähliche *Heranführung* von Schülern und - mehr noch - von Lehrern, d. h. eine genügend lange *Eingewöhnung* (nach allen Erfahrungen reicht z. B. ein Schulhalbjahr nicht dazu). Schnelle Erfolge innerhalb von wenigen Wochen dürfen also nicht erwartet werden.

Überhaupt dürfen keine übersteigerten Erwartungen mit anwendungsorientiertem Mathematikunterricht verknüpft werden, darf dieser nicht unreflektiert überbetont werden. Sonst besteht die Gefahr, daß Anwendungen tatsächlich nur eine Mode-Welle darstellen, welche schon bald von der nächsten Welle, nämlich der Computer-Welle, abgelöst wird. Stets sollte bewußt bleiben, daß Anwendungen natürlich nur *einen* Aspekt des Mathematikunterrichts darstellen und andere Komponenten wie Lehrerverhalten oder Schülerbeteiligung ebenso fundamental sind oder daß durch Anwendungsorientierung natürlich nicht schlagartig sämtliche Motivations- und Verständnisprobleme gelöst werden können. Aber empirische Untersuchungen, die seit 1982 in Kassel durchgeführt werden (KAISER 1984), zeigen: Bei realistischer Einschätzung der Möglichkeiten und Grenzen einer Anwendungsorientierung, bei langsamer Heranführung von Schülern und Lehrern, bei sorgfältiger Beispielauswahl, bei engagierter und reflektierter Unterrichtsführung können Anwendungsbezüge tatsächlich Schülern bei der Umwelterschließung helfen, allgemeine Fähigkeiten, vor allem Übersetzungsqualifikationen fördern, das Lernen von mathematischen Inhalten unterstützen, Einstellungen zur

Mathematik verbessern und zu einem ausgewogeneren Bild von Mathematik beitragen. Daher sollten Anwendungen in selbstverständlicher Weise Bestandteil des Mathematikunterrichts in jeder Schulstufe sein.

Literatur

BAUMANN, R.: Programmieren mit PASCAL. Würzburg, 3. Aufl. 1984.

BECK, U.: Mathematik zwischen Anwendung und Reiner Mathematik. Frankfurt 1982.

BECK, U., BIEHLER, R., KAISER, G.: National Report: Federal Republic of Germany. In: BURKHARDT, H. (Ed.): An International Review of Applications in School Mathematics. ERIC, Ohio, 1983, S. 68-93.

BECKER, G.: Probleme eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts. Math. Didact. 4: 21-30, 1981.

BECKER, G., et al.: Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Bad Heilbrunn 1979.

BECKER, G., et al.: Neue Beispiele zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Bad Heilbrunn 1983.

BELL, M.S.: Materials Available Worldwide for Teaching Applications of Mathematics at the School Level. In: ZWENG, M., et al. (Eds.): Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education. Boston 1983, S. 252-267.

BIEHLER, R.: Zur Rolle der Anwendungen der Mathematik in Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht in der BRD. Zbl. Didakt. Math. 13: 22-31, 1981.

BLUM, W.: Einkommensteuern als Thema des Analysisunterrichts in der beruflichen Oberstufe. Berufsbildende Schule 30: 642-651, 1978.

BLUM, W., KAISER, G.: Analysis of Applications and of Conceptions for an Application Oriented Mathematics Instruction. In: BERRY, J. S., et al. (Eds.): Teaching and Applying Mathematical Modelling. Chichester 1984, S. 201-214.

BLUM, W., TÖRNER, G.: Didaktik der Analysis. Göttingen 1983.

BÖER, H., VOLK, D.: Trassierung von Autobahnkreuzen, autogerecht oder ... Göttingen 1982.

BURGHES, D.N., HUNTLEY, I., McDONALD, J.: Applying Mathematics: A Course in Mathematical Modelling. Chichester 1982.

BURKHARDT, H.: The Real World and Mathematics. Glasgow 1981.

BUSHAW, D., et al. (Eds.): A Sourcebook of Applications of School Mathematics. Reston 1980.

DAMEROW, P., et al.: Elementarmathematik: Lernen für die Praxis? Stuttgart 1974.

DINGES, H.: Einheitlichkeit, Wirklichkeitsbezug und Kommunizierbarkeit der Mathematik. In: Recent Trends in Mathematics. Teubner 1982, S. 83-112.

DÖRFLER, W.: Reine versus angewandte Mathematik - Eine falsche Dichotomie? In: DÖRFLER, W., FISCHER, R. (Hrsg.): Stochastik im Schulunterricht. Stuttgart 1981, S. 7-19.

ENGEL, A.: Anwendungsorientierte Mathematik. Mathematikunterricht 21: Heft 2, 38-69, 1975.

FISCHER, R., MALLE, G.: Mensch und Mathematik - Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Interuniversitäres Forschungsinstitut für Fernstudien. Klagenfurt 1984.

FREUDENTHAL, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Stuttgart 1973.

GLATFELD, M. (Hrsg.): Anwendungprobleme im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. Braunschweig 1983.

GUDERIAN, D.: Zusammenfassung und Ausblick zum Analysethema "Fächerübergreifender Unterricht". Zbl. Didakt. Math. 12: 229-232, 1980.

KAISER, G.: Zur Realisierbarkeit von Zielen eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts. Math. Didact. 7: 71-86, 1984.

KAISER, G., BLUM, W., SCHOBER, M.: Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht. Karlsruhe 1982.

KIRSCH, A.: Gewährleisten Punktbewertungen gerechte Urteile? Elementare Beispiele für Grenzen der Mathematisierbarkeit. In: Mathematik lehren, Heft 2: 32-36, 1983.

KLEIN, F.: Bemerkungen im Anschluß an die Schulkonferenz von 1900. In: KLEIN, F., RIECKE, E.: Neue Beiträge zur Frage des mathematischen und physikalischen Unterrichts an den höheren Schulen. Leipzig 1904, S. 33-47.

LENNÉ, H.: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Stuttgart 1975.

LIETZMANN, W.: Methodik des mathematischen Unterrichts I-III. Leipzig 1919-1924.

MESCHKOWSKI, H.: Mathematik als Bildungsgrundlage. Braunschweig 1965.

MÜNZINGER, W.: Projektorientierung. In: VOLK, D. (Hrsg.): Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht. München 1979, S. 214-222.

NISS, M.: The "Crisis" in Mathematics Instruction and a New Teacher Education at Grammar School Level. Int. J. Math. Educat. Sci. Technol. 8: 303-321, 1977.

POLLAK, H.O.: On Some of the Problems of Teaching Applications of Mathematics. Educat. Stud. Math. 1: 24-30, 1968.

POLLAK, H.O.: How Can We Teach Applications of Mathematics? Educat. Stud. Math. 2: 393-404, 1969.

POLLAK, H.O.: The Interaction between Mathematics and Other School Subjects. In: UNESCO (Ed.): New Trends in Mathematics Teaching IV. Paris 1979, S. 232-248.

PROFKE, L.: Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht - vorwiegend erörtert am Geometrieunterricht der Sekundarstufe I. J. Math. Didakt. 6: 15-43, 1985.

REVUZ, A.: Mathematikunterricht und anwendbare Mathematik. Math. Naturwiss. Unterr. 30: 257-263, 1977.

SCHLÖGLMANN, W., WALTER, C.: Anwendungen der Mathematik für Lehrer. Skriptum zur Lehrerfortbildung, Linz 1983.

SCHMIDT, G. (Hrsg.): Methoden des Mathematikunterrichts in Stichwörtern und Beispielen 9/10. Braunschweig 1982.

SCHMIDT, W.: Mathematikaufgaben - Anwendungen aus der modernen Technik und Arbeitswelt. Stuttgart 1984.

STEINBRING, H.: Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs - Das Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie aus didaktischer Sicht. Materialien und Studien des IDM, Bd. 18, Bielefeld 1980.

STEINER, H.-G.: Zur Methodik des mathematisierenden Unterrichts. In: DÖRFLER, W., FISCHER, R. (Hrsg.): Anwendungsorientierte Mathematik in der Sekundarstufe II. Klagenfurt 1976, S. 211-245.

WALSCH, W., WEBER, K.: Methodik Mathematikunterricht. Ostberlin, 3. Aufl. 1984.

WEBER, H.: Grundlagen einer Didaktik des Mathematisierens. Frankfurt 1980.

WINTER, H.: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht? Zbl. Didakt. Math. 7: 106-116, 1975.

WINTER, H.: Der didaktische Stellenwert des Sachrechnens im Mathematikunterricht der Grund- und Hauptschule. Pädagogische Welt, Nov. 1981, S. 666-674.

ZÜHLKE, P.: Politische Mathematik. Berlin 1923.

Eingegangen: 13.06.1985